J. Manuel Nazareth
Carlos Guttierez

Os modelos macreconómicos de crescimento e o crescimento demográfico

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da planificação económica nacional e a elaboração de modelos econométricos macreconómicos têm caminhado lado a lado há já algumas dezenas de anos.

Os primeiros modelos macreconómicos de crescimento partiam da hipótese de que o crescimento demográfico era um dado constante, tendo uma incidência sobre as variáveis do modelo, sem, no entanto, ser determinado por elas. Contudo, por volta dos anos 50 começou-se, a título experimental, a construir modelos nos quais *as variações demográficas desempenhavam um aspecto essencial: pôr em evidência a interacção entre as tendências demográficas da fecundidade, da mortalidade e das migrações e as projecções, para um futuro determinado, de grandezas económicas como o consumo, a poupança, o emprego e o rendimento por habitante.*

Na realidade, um grande esforço tem sido feito para se criarem modelos económicos que tenham em conta, simultaneamente, os aspectos importantes do processo de desenvolvimento socieconómico e as repercussões do crescimento demográfico sobre os diversos sectores da economia. Algumas das influências e sectores mais importantes são o crescimento da mão-de-obra, o efeito da produtividade sobre a agricultura, o nível das migrações das zonas rurais para as zonas urbanas, a procura de emprego por categorias socioprofissionais, a procura de serviços de educação, saúde e outros e a necessidade de fornecer a uma mão-de-obra cada vez mais numerosa os equipamentos necessários, de modo que a produtividade por trabalhador se mantenha constante ou aumente.

Têm-se deparado, como é lógico, problemas bastante difíceis de resolver quando se procura determinar a forma e a estrutura que convirá dar aos modelos, assim como determinar as equações precisas que deverão ser utilizadas para explicitar o comportamento dos agentes económicos que são os seres humanos. Supomos, no entanto, que vale a pena fazer um esforço para superar estas dificuldades, pois, se estes modelos dão bons resultados, na medida em que permitem fazer predições relativamente exactas, a avaliação dos custos e vantagens das diversas políticas demo-

 gráficas será muito facilitada. Mas, mesmo no caso em que as predições

não são boas, os modelos podem ainda ajudar-nos a avaliar as consequências das diferentes taxas de crescimento demográfico em diversos contextos de desenvolvimento.

Não se pretende com este trabalho esgotar o problema, uma vez que outras ópticas de abordar economicamente a evolução demográfica — modelos de investimento, análise custo-benefícios, modelos de simulação de Frejka e Meadows e teorias socieconómicas que procuram explicar a evolução dos parâmetros demográficos fundamentais — não são aqui analisadas.

Após a apresentação dos dois grandes modelos de base utilizados pelos demógrafos — Harrod-Domar e Cobb-Douglas — limitaremos o nosso estudo apenas aos modelos até hoje mais utilizados em programas demográficos. Esperamos assim que, com esta análise, se possa não só dar uma ideia clara das relações mútuas que existem entre as variáveis económicas e demográficas, como também precisar o significado exacto de certos conceitos e relações *a fim de que cada país possa determinar claramente quais os tipos de dados que é conveniente serem recolhidos.*

I

O MODELO DE HARROD-DOMAR [1]

1. Introdução

Os modelos de Harrod-Domar têm como origem o modelo keynesiano «a curto prazo» de equilíbrio estático: nas suas primeiras versões, o *stock* de capital foi considerado um factor constante.

Apesar do papel central dado ao investimento líquido e de este investimento ser, por definição, a taxa de mudança do *stock* de capital por unidade de tempo, os aspectos de criação de capital deste tipo de investimento foram ignorados em favor do multiplicador ou dos efeitos do investimento na criação do rendimento. As razões deste paradoxo são várias, mas não é nosso objectivo examiná-las neste trabalho.

Quaisquer que sejam as razões, a citação seguinte resume a primeira versão das condições de equilíbrio macreconómico: «O acréscimo da eficiência do capital marginal determina o valor do investimento, a uma taxa de juro determinada, e o multiplicador mostra-nos qual é o nível de poupança necessário para um certo valor de investimento.» Logo que se dispõe do *stock* de capital inerente ao equilíbrio do investimento líquido, este facto é em geral acompanhado por uma baixa na eficiência marginal, porque se tem um baixo produto marginal e (para uma taxa de juro determinada) uma baixa taxa de investimento. Isto implica que, a certos níveis de *output*, o capital será substituído pelo trabalho.

Mas esta substituição pode não ocorrer, como é o caso dos modelos de Harrod e Domar. De facto, o modelo de Domar representa um esforço

[1] Roy F. Harrod, *The life of John Mayard Keynes*, Londres, MacMilan, 1955; J. Tinbergen e H. C. Bos, *Modèles mathématiques de croissance économique*, Gauthier-Villares, 1969.

de combinação entre o multiplicador e os efeitos do investimento a fim de determinar a taxa de crescimento do rendimento que é necessária para manter a capacidade total de utilização dum *stock* de capital em crescimento.

Por outro lado, o modelo de Harrod muda o acento tónico ao investigar as condições de crescimento levando em linha de conta o princípio da aceleração, onde o investimento é induzido — pelo menos em parte — através dum aumento de *output*.

Neste contexto, as condições de equilíbrio keynesiano a curto prazo entre poupança e investimento mudam, ao mesmo tempo que a poupança aumenta como consequência do aumento de rendimento necessário para induzir o investimento. Assim, o modelo de Harrod procura combinar o multiplicador com o princípio da aceleração para determinar, não o nível do rendimento, mas a taxa de crescimento do rendimento, que supõe a existência duma igualdade entre planificação da poupança e investimento. Conforme se verá em pormenor, os trabalhos de Harrod e Domar são duas faces duma mesma moeda, uma vez que um autêntico caminho de crescimento em equilíbrio necessita duma capacidade total de utilização do capital, bem como duma igualdade entre poupança e investimento.

2. O modelo de Domar

Ao examinar o significado dos efeitos do investimento líquido, o modelo de Domar começa por afirmar que as condições de equilíbrio keynesianas a curto prazo — poupança planificada igual ao investimento planificado — são satisfeitas. Além disso, o modelo parte do princípio de que a poupança e o investimento são proporções constantes do produto nacional (s):

$$S_t = I_t = s\,Y_t$$

onde

$$o < s < 1$$

e onde

$$s = \frac{S}{Y} = \frac{\Delta S}{\Delta Y} \qquad [I]$$

s é a inclinação da função da poupança (a longo prazo), que, passando pela origem, indica assim que a poupança é função (linear e homogénea) do rendimento. Ora, se a inclinação desta função é igual à *ratio* das coordenadas, a propensão marginal da poupança $\frac{\Delta S}{Y\Delta}$ será igual à propensão $\frac{S}{Y}$.

Y_t é o rendimento nacional real no ano t e um investimento no ano t aumentará a capacidade produtiva de

$$oI_t = osY_t$$

onde o coeficiente *o* é uma *ratio* de produtividade que é o recíproco do coeficiente de capital técnico (marginal):

$$\frac{\Delta K}{\Delta Y} = \frac{I}{\Delta Y}$$

Noutros termos, isto quer dizer que

$$o \equiv \frac{\Delta Y}{\Delta K} \equiv \frac{\Delta Y}{I}$$

onde K é o capital-*stock* e ΔK — ou, melhor, dK/dt — é um sinónimo de investimento líquido. Por outras palavras, *o* representa *o potencial de aumento do produto nacional possível pelo investimento, ou aumento do «stock» de capital, em conjugação com outros recursos, principalmente o trabalho.* oI_t representa o potencial de aumento do produto nacional associado ao investimento líquido I_t no ano t. Se este aumento do potencial produtivo não é simples para reflectir o excesso de capacidade, então uma diminuição no investimento futuro e do produto nacional é recomendável:

$$\frac{dYt}{dt} = oI_t \qquad \text{[II]}$$

o que significa que o rendimento nacional deve aumentar numa quantidade igual à capacidade adicional de produção originária I_t.

Levando em linha de conta a teoria keynesiana do multiplicador, sabemos que $\frac{dYt}{dt}$ é função de $\frac{dIt}{dt}$. Com efeito, uma vez que a propensão marginal de poupança (s) é igual a

$$\frac{dYt}{dt} = \frac{1}{s} \quad \frac{dIt}{dt} \qquad \text{[III]}$$

substituindo [III] em [II], teremos:

$$\frac{1}{s} \quad \frac{dIt}{dt} = oI_t \qquad \text{[IV]}$$

o que dá como solução:

$$\boxed{I_t = I_o \quad e^{ost}} \qquad \text{[V]}$$

Assim, o investimento deve crescer a uma taxa exponencial *os* para manter a condição de capacidade total do rendimento. Uma vez que se assumiu que o investimento é uma proporção constante do produto nacional, é lógico que o produto nacional deva crescer ao mesmo ritmo *os*.

Em conclusão, podemos dizer que a taxa de crescimento varia directamente com s e o: para uma *ratio* de produtividade determinada (o), quanto maior é a fracção do produto nacional (s) que é poupada e investida, maior será o aumento da capacidade produtiva levada a efeito por esse investimento. Assim, o crescimento do produto nacional que é necessário para evitar uma capacidade inocupada deve ser maior. Por outro lado, quanto maior for o, maior será o aumento da capacidade produtiva para qualquer nível de investimento.

3. O modelo de Harrod

O modelo de Harrod põe o acento tónico explicitamente na natureza das condições de equilíbrio entre poupança e investimento *ex ante* numa economia em expansão. Este modelo acrescenta ao princípio do acelerador a teoria da procura de investimento. Para Harrod, o equilíbrio entre poupança e investimento deve ser tratado num contexto de crescimento económico, uma vez que a poupança é função do nível de rendimento. O investimento também é uma função do rendimento em crescimento através do princípio de aceleração da procura do investimento.

Mas, se o rendimento deve crescer para criar investimento, a poupança também deve crescer para ter em conta o rendimento crescente. Mais ainda, o investimento deve crescer para manter a igualdade entre a poupança planificada e o investimento. Mas um problema se põe: qual será a taxa de crescimento do rendimento capaz de manter esta igualdade? Para resolver este problema torna-se necessário fazer uma análise mais detalhada.

Se partirmos das condições de equilíbrio macreconómico, temos:

$$S_t = I_t \qquad \text{[VI]}$$

assumindo que a poupança (S_t) é uma proporção constante (s) do rendimento

$$S_t = sY_t \qquad o < s < 1 \qquad \text{[VII]}$$

onde s é a propensão à poupança. O investimento (I_t), de acordo com o princípio do acelerador, é uma proporção constante da taxa de crescimento do *output:*

$$I_t = \frac{vdY_t}{dt} \qquad \text{[VIII]}$$

onde v é o coeficiente de aceleração $\left(\frac{\Delta K}{\Delta Y}\right)$ ou o coeficiente do capital técnico (marginal).

Substituindo VII e VIII em VI, teremos

$$sY_t = v\frac{dY_t}{dt} \qquad \text{[IX]}$$

e a solução é

$$Y_t = Y_o \quad e^{s/v.t} \qquad [X]$$

onde Y_o é de novo uma constante arbitrária. Então, a condição de equilíbrio entre a poupança planificada e o investimento é que o produto nacional cresça com uma percentagem constante ou exponencial (taxa de s/v).

$s = 0{,}12$
$v = 3$ ——————→ taxa de crescimento em equilíbrio = 0,04
base anual

Em resumo, podemos dizer que, segundo Harrod, a taxa de crescimento em equilíbrio varia directamente com s e com v. Quanto maior é a fracção do rendimento que é poupada, maior será a taxa de crescimento do produto nacional a fim de induzir (através do princípio da aceleração) investimentos suficientes para absorver a poupança planificada. Na mesma ordem de ideias, quanto mais pequeno for o acelerador v, mais pequeno será o investimento induzido para qualquer nível de crescimento do produto nacional.

4. O modelo de Harrod-Domar

Eis o modelo a duas equações:

$$I_t = I_o \quad e^{ost} \qquad \text{(Domar)}$$
$$Y_t = Y_o \quad e^{s/v.t} \qquad \text{(Harrod)}$$

Se a taxa de crescimento desejada por Harrod (s/v) é — para ser verdadeira — uma taxa de crescimento em equilíbrio, v deve ser o recíproco de o — a *ratio* de produtividade —, ou seja, da taxa de crescimento em equilíbrio de Domar. Mas, uma vez que s é o mesmo nos dois modelos, é uma tautologia dizer que $s/v = -os$.

Com efeito, os é inequivocamente uma taxa de crescimento em equilíbrio porque assegura uma plena utilização da capacidade de crescimento associada ao investimento líquido, e isso é a base fundamental para um crescimento rígido.

Tendo em conta que $v = \frac{l}{o}$ (valor marginal do coeficiente de capital técnico), a taxa de crescimento desejada faz mais do que assegurar uma igualdade entre poupança planificada e investimento: assegura também uma capacidade total de crescimento. Já tendo sido dito que na taxa de crescimento do modelo de Domar se encontra implícita a igualdade entre poupança e investimento, podemos concluir que as taxas de crescimento de Harrod e Domar devem chegar aos mesmos resultados. A diferença entre os dois modelos reside no facto de no de Domar — onde falta uma

equação de procura de investimento — estar indicado somente que a taxa de crescimento *os* é necessária para um crescimento equilibrado, enquanto no modelo de Harrod — contendo esta equação — não somente tal facto é presumido, como se explicita que o sistema cresce actualmente a uma taxa de s/v ($= os$) se as condições de equilíbrio inicial são encontradas.

5. Crítica do modelo

Implícita nas condições de equilíbrio do modelo encontra-se a conhecida relação keynesiana; poupança planificada = investimento, se bem que um pouco mais generalizada: vai do curto prazo (no qual o *stock* de capital é fixo) ao longo prazo (no qual o *stock* de capital é variável). Assim, o ponto de partida deste modelo de crescimento é o modelo de equilíbrio a curto prazo entre poupança e investimento. O rendimento nacional deve aumentar, mas a análise do multiplicador indica-nos que isso só é possível através de um aumento de investimento.

Chegamos assim ao que podemos chamar o «paradoxo do modelo»: a fim de assegurar a utilização de um capital em crescimento que tem a sua origem num certo nível de investimento líquido, torna-se necessário investir ainda mais. Também se pode criticar que os autores não nos digam nada sobre as determinantes do investimento, visto que não há uma única equação de procura de investimento que nos possa dizer qual o comportamento actual do investimento.

II

A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO COBB-DOUGLAS [2]

1. Introdução

Se o modelo de Harrod-Domar se baseia em coeficientes de produção fixos, o modelo de crescimento neoclássico caracteriza-se por ter uma função de produção que distingue alternativamentos *ratios* de capital-trabalho e, por consequência, *ratios* de capital-*output*. Consequentemente, a taxa de crescimento em equilíbrio — mais ou menos uma constante nos modelos de Harrod-Domar — acompanha a *ratio* capital-*output*, transformando-se numa variável no modelo neoclássico, permitindo assim a esta taxa de crescimento chegar a uma igualdade com a taxa de crescimento do pleno emprego.

A função de produção mais empregue nos modelos de crescimento neoclássicos é precisamente um função de produção compacta, linear, homogénea e que tem a forma específica da função Cobb-Douglas. É evidente que a óptica neoclássica de crescimento se não limita a esta específica função de produção, mas a manipulação matemática desta função permite-nos salientar os aspectos fundamentais — na óptica neoclássica — do cres-

---

[2] J. Tinbergen e H. C. Bos, *op. cit.*

cimento sem sacrificar nada daquilo que é fundamental. Eis o seu grande mérito.

2. Apresentação da função Cobb-Douglas

Na sua forma mais genérica, esta função pode-se escrever

$$P = (1 + E)^t a^x k^y$$

onde

P = volume da produção
a = quantidade de trabalho ou de emprego utilizado
k = quantidade de capital utilizado
E = taxa de crescimento natural da produtividade
x e y = elasticidades da produção em relação ao trabalho e ao capital
t = tempo

Em geral, supõe-se que $x + y = 1$, isto é, que as elasticidades de produção em relação ao trabalho e ao capital são iguais à unidade. A função de produção de Cobb-Douglas representa assim o conjunto das possibilidades tecnológicas, ao fazer *a ligação entre produtividade, mão-de-obra e capital*. Esta função representa igualmente o exemplo mais simples de substituição entre dois factores.

Se suposermos que $x + y > 1$, isto significa que a soma dos rendimentos do capital e do trabalho é superior ao total da produção nacional. Este facto põe em evidência a necessidade de cobrar impostos sobre qualquer dos grupos a fim de se poderem cobrir as perdas desta actividade neste tipo de economia. Se, ao contrário, se supõe que $x + y < 1$, os lucros ficam nas mãos dos organizadores da produção.

3. Utilização da função Cobb-Douglas

O modelo que será objecto da nossa análise integra os seguintes factores: *população, capital* e *progresso tecnológico*, com substituição contínua entre factores. Neste caso supõe-se que há dois factores raros: capital e trabalho, perfeitamente substituíveis. A substituição entre estes dois factores é representada pela função de produção de Cobb-Douglas, uma vez que a observação não contradiz as principais implicações desta função. Supondo que $x + y = 1$, as variáveis do modelo são as seguintes:

V = volume de produção
a = quantidade de trabalho (ou emprego)
K = quantidade de capital utilizado
K^o = quantidade de capital existente
P = população
l = nível real de salários

m = rendimento por unidade de capital
l^o = nível normal de salários

Esta última variável l^o é um elemento da função de oferta do trabalho. É uma variável de referência com um conteúdo psicológico que nos informa sobre a evolução das ideias numa população acerca do que ela considera um «salário normal».

Assim, a função Cobb-Douglas passa a ser

$$V = (1 + E)^t \, a^x \, k^{1-y} \qquad [I]$$

Como se supõe um regime de concorrência perfeita entre empresários, a procura de trabalho e a procura de capital serão de forma que os preços serão iguais à produtividade marginal, isto é,

$$1 = \frac{dv}{da} = x\,(1 + E)^t \left(\frac{K}{a}\right)^{1-x} \qquad [II]$$

e o rendimento por unidade de capital (lucro) é igual à produtividade marginal do capital:

$$m = \frac{dv}{da}(1 - x)\,(1 + E)^t \left(\frac{a}{k}\right)^x \qquad [III]$$

Na função de oferta do trabalho estabelece-se uma relação entre a proporção $\frac{a}{P}$ da população que deseja trabalhar com a proporção $\frac{l}{l_o}$ entre a taxa de salário real e a taxa de salário «normal»:

$$\frac{l}{l_o} = \left(\frac{a}{P}\right)^w \qquad (w = \text{flexibilidade da oferta}) \qquad [IV]$$

Supõe-se que as variáveis estruturas l^o e P evoluem duma maneira autónoma:

$$l^o = l^o_o \, (1 + \Omega)^t \qquad [V]$$

$$P = P_o \, (1 + \pi)^t \qquad [VI]$$

onde l^o_o e P_o representam os valores no tempo $t = o$ de l^o e P; Ω e π são, respectivamente, as taxas de crescimento anual dos salários e da população. Substituindo l^o_o e P em [IV], teremos

$$1 = \left[\frac{a}{P_o\,(1 + \pi)^t}\right]^w l^o_o\,(1 + \Omega)^t \qquad [VII]$$

A oferta do capital k depende da quantidade total de capital existente (k^o) e da taxa de juro m (cada um destes dois factores tem uma influência

positiva em k). Podemos assim escrever a função de oferta do capital da maneira seguinte:

$$m = \left(\frac{k}{k^o}\right)^z \qquad (z = \text{flexibilidade da oferta}) \qquad \text{[VIII]}$$

Além disso, supõe-se ainda que a formação do capital está ligada ao produto ou ao rendimento nacional pela equação $k^o = \sigma r$ [IX], onde σ representa a poupança, que por hipótese é considerada constante. Resolvendo as equações [I], [III], [VII], [VIII] e [IX] obtêm-se facilmente a, k^o, k, r, l e m.

Por outro lado, se retomarmos a equação [I] numa forma logarítmica, teremos:

$$\log v = t \log (1 + E) + x \log P_o + xt \log (1 + \pi) + (1 - x) \log k$$

e, se tivermos em conta o tempo:

$$\frac{v}{v} = \log (1 + E) + x \log (+ \pi) + (1 - x) \frac{k}{k}$$

Para terminar, se admitirmos que $t = o$, utilizando a equação [IX] teremos (supondo que os valores de E e π são fracos):

$$\left(\frac{v}{v}\right)_o = Etx\pi + (1 - x)^\sigma \qquad \text{[X]}$$

É possível fazer outras aplicações da função Cobb-Douglas — nomeadamente os modelos que implicam vários tipos de mudança tecnológica —, mas tal não é o objectivo do nosso trabalho.

4. Conclusões e críticas

A função Cobb-Douglas tem muitas limitações. O seu aspecto pouco compacto não permite que a estrutura da economia e outras relações mais complexas intervenham. Além disso, e de acordo com a crítica formulada por Daniel Hamberg [3], não há uma ligação linear entre a taxa de mudança técnica e a taxa de investimento — «*technical change falls like manna from heaven*». Com efeito, assume-se implicitamente que o capital antigo *(stock)* pode partilhar com o novo capital a introdução de técnicas novas ao mesmo nível, mas, na realidade, não é isso que se passa, uma vez que não há uniformidade. Dever-se-ia assim introduzir nos modelos neoclássicos de crescimento uma relação que levasse em linha de conta a relação mudança técnica-investimento, a fim de a *ratio* poupança-investimento poder influenciar, por sua vez, a taxa de crescimento.

De qualquer forma, *a função Cobb-Douglas é muito importante para a economia da população, na medida em que tem em conta a popula-*

[3] Daniel Hamberg, *Models of Economic Growth*, 1974.

ção no seu duplo aspecto de produtora e consumidora, explicando o processo de crescimento económico, que depende fundamentalmente das relações entre consumo-poupança e capital-trabalho.

Depois de várias transformações chegou-se à equação [X], que mostra a influência das quatro constantes $-E$, x, π, σ — sobre a taxa inicial de crescimento. Estas equações permitem dar uma contribuição importante à solução do problema analítico que consiste em *exprimir a taxa de crescimento do emprego e da produção a partir de dados como a taxa de poupança, a taxa de crescimento da produtividade, a taxa de crescimento da população e a taxa de crescimento dos salários desejados.* Também é interessante notar que os resultados dependem da elasticidade da oferta do trabalho. Podemos assim concluir:

Uma aceleração no crescimento da população é geralmente acompanhada por uma aceleração mais fraca da produção; terá uma aceleração igual somente no caso de $w = -1$.

Uma aceleração na formação do capital terá como consequência, na melhor das hipóteses, uma expansão igual da produção e do emprego (para $w = o$); mas na maior parte dos casos terá uma expansão mais fraca.

III

O MODELO DE FRIKEAWOOD: INCLUSÃO DA VARIÁVEL DEMOGRÁFICA NO MODELO DE HARROD [4]

1. Apresentação do modelo

Y_t = rendimento nacional durante o período t
K_t = *stock* de capital no início do período
S_t = poupança no período t
I_t = investimento efectuado durante o período t
$k = \frac{Kt}{Yt}$ = coeficiente de capital
P = variável demográfica

$$P_{t+1} = P_t \, e^{ur}$$

onde

u = número de anos no período em análise
r = taxa de crescimento anual de P
Em geral, $u = 1$

[4] Daniel Hamberg, *op. cit.*

Hipóteses do modelo:

k é constante.
O único factor raro é o capital.
O modelo contém a variável investimento, que é distinta dos bens de consumo e dos bens de equipamento.
O modelo não tem um período de maturação, isto é, cada unidade de investimento aumenta imediatamente o *stock* de capital.
No caso de se terem de considerar dois factores de produção (capital e trabalho), supõe-se que eles são substituíveis.
A taxa de juro é constante.
O progresso técnico é neutro: as invenções que poupam trabalho e as que poupam capital compensam-se globalmente.

2. Relações entre as diferentes variáveis

PRIMEIRA VARIANTE: *crescimento da população* + conhecimentos tecnológicos sem mudança + taxa de juro sem mudança:

$$K_{t+1} = K_t \cdot e^{ur} = kY_t \cdot e^{ur}$$

$$S_t = I_t = K_{t+1} - K_t = kY_t\,(e^{ur} - 1)$$

$$s_{1t} = \frac{St}{Yt} = ke^{ur} - 1 = k\frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \qquad \text{[I]}$$

O volume de capital cresce na mesma proporção que a população. Se, por exemplo, durante um período determinado, a população crescer 3 % e o coeficiente de capital for de 3, o volume de poupança necessária é igual a 9 % do rendimento nacional.

SEGUNDA VARIANTE: *população constante* + progresso técnico neutro:

$$S_t = I_t = K_{t+1} - K_t = kY_{t+1} - kY_t$$

$$\frac{St}{Y} = \frac{It}{Y}k\left(\frac{Y_{t+1} - Y_t}{2}\right) \qquad \text{[II]}$$

$$s_{2t} = k\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t}$$

Neste caso, o capital novo requerido é uma fracção constante do crescimento do rendimento entre dois períodos consecutivos vezes k (coeficiente de capital).

TERCEIRA VARIANTE: *crescimento demográfico* + progresso técnico neutro:

a % = crescimento da população ($s_1 = ka$)
b % = crescimento do rendimento nacional ($s_2 = kb$)

$$Y_{t+1}(1 + a)(1 + b)\, Y_t$$

$$K_{t+1} = kY_{t+1} = kY_t(1 + a(1 + b)$$

$$S_t = K_{t+1} - K_t = kY_t\,[(1 + a)(1 + b) - 1]$$

$$s_{3t} = \frac{St}{Yt} = k\ .\ (a + b + ab)$$

$$s_{3t} = s_{1t} + s_{2t}\,(s_{1t}\ .\ s_{2t})\,\frac{1}{k} = s_{1t} + s_{2t}$$

A fracção de rendimento poupada que é necessária para fazer face à acção simultânea do crescimento demográfico e do progresso técnico neutro é aproximadamente igual à soma das fracções de rendimento poupadas para satisfazer as necessidades em capital suscitadas pelos dois factores.

Podemos ainda distinguir três tipos de taxas de crescimento do rendimento nacional:

G = taxa de crescimento *corrente*
G_w = taxa de crescimento *desejada*
G_n = taxa de crescimento *natural*

$$G = s/k$$
$$G_w = s'/k_r$$

onde

$$s' = s(Y) - C(Y) - K'_2/Y$$
$$k_r = k_1 + k_2$$
$$k_1 = K_1/Y$$
$$k_2 = K_2/Y$$

K_1 = capital das empresas, capital cuja utilidade é indirecta e deriva da incorporação no processo produtivo
K_2 = capital dos consumidores, categoria de bens cujo valor deriva dos serviços prestados aos consumidores
K'_2 = crescimento de K_2 *ligado ao aumento da população*
$C(Y)$ = crescimento do capital em função do rendimento
$s(Y)$ = fracção do rendimento destinado à poupança.

A relação $G = s/k$ é um truismo; a relação $G_w = s'/k_r$ exprime uma taxa de crescimento que garanta uma previsão do investimento a níveis que estejam de acordo com as previsões de lucro das empresas. A taxa

natural é uma taxa potencial de pleno emprego sustentável por uma determinada economia, *dependendo da acumulação de capital e do crescimento da força de trabalho (crescimento da população activa como tal e da mão-de-obra liberada pelo progresso técnico que poupa mão-de-obra).*

Mas todo *o problema de inclusão da variável demográfica* nestas relações se reduz à discussão dos ajustamentos mútuos entre as diferentes taxas de crescimento:

Ajustamento taxa corrente-taxa desejada: logo que, num determinado momento, a taxa corrente excede a taxa desejada, a expansão da economia para os períodos seguintes é estimulada. Quanto maior for a diferença entre as duas taxas, maior será o estímulo a essa expansão. Se a taxa corrente é inferior à taxa desejada, uma diminuição da expansão irá certamente ocorrer. Se, por um acaso qualquer, a taxa corrente fosse igual à taxa desejada, o efeito imediato seria o de se obter um G (taxa de crescimento corrente) inferior a G_w (taxa de crescimento desejada). Em resumo, as relações entre a taxa corrente e a taxa desejada explicam a evolução cíclica da economia.

Ajustamento taxa desejada-taxa natural: logo que a taxa desejada ultrapassa a taxa natural, as capacidades excedentes evoluem no sentido de mostrar que *a força de trabalho é insuficiente.* Logo que o inverso se verifica, as capacidades de produção são demasiado fracas para ocupar toda a força de trabalho. Tal não significa que ocorra uma situação de desemprego, uma vez que a força de trabalho pode encontrar emprego através duma baixa no nível de salários ou duma redução na duração do trabalho. Se a taxa desejada é igual à taxa natural, todas as capacidades são utilizadas e teremos o *pleno emprego.*

Em qualquer caso, esta última situação não é a ideal, uma vez que pressões inflacionárias podem ocorrer a curto prazo. A situação ideal apresenta-se logo que $G = G_w = G_n$, mas a manutenção dum equilíbrio é muito forçada, pois basta uma redução brusca na propensão à poupança (s) para que o equilíbrio se altere e o acelerador que actua sobre o desemprego se desenvolva.

O crescimento da população activa estimula mais fortemente a procura de investimento líquido novo que o crescimento do output *por cabeça,* uma vez que o crescimento da população aumenta G_n e diminui G_w [$C(Y)$ e K'_2 aumentam].

Em resumo, podemos concluir que uma *diminuição de* G_w *é um factor de expansão da economia desde que a sua capacidade de adaptação seja espontânea e que o crescimento demográfico não implique a curto prazo um aumento da população inactiva (envelhecimento da população).*

3. Crítica do modelo

Apesar do notável esforço feito pelo autor, o modelo é irrealista, quer nas suas hipóteses explícitas quer nas implícitas.

A instabilidade da taxa de equilíbrio é devida à fixidez do coeficiente de capital e sobretudo à reacção automática dos empresários à evolução

da procura final, isto é, o facto de terem em consideração diversos períodos do passado nas suas decisões de investimento evitaria um crescimento explosivo. Por outro lado, será de admitir que um ajustamento entre a taxa desejada e a taxa natural provenha duma simples probabilidade? O ajustamento da taxa natural à taxa desejada é inconcebível, a não ser que a economia se torne incapaz de assegurar um nível de subsistência à população; por outro lado, o ajustamento da taxa desejada à taxa natural também é inconcebível, quer no caso em que há desemprego ($G_w < G_n$), quer no caso em que haverá uma sobrecapacidade ($G_w > G_n$), porque a propensão a poupar (s') e o coeficiente de capital são variáveis independentes. A modificação da propensão a poupar a fim de se poderem atingir os valores de G_n parece muito difícil, a não ser que seja feita numa forma imperativa.

No modelo apresentado, nenhuma margem de escolha existe entre o equipamento «capital intensivo» e o equipamento «trabalho intensivo». Ora a escolha das técnicas faz-se precisamente em função da abundância relativa dos factores: em períodos em que G_n tende a ultrapassar G_w, a taxa de salários tenderá a diminuir e os empresários serão incitados a escolher processos pouco técnicos; em períodos onde G_w terá tendência a exceder G_n, a aparição de uma capacidade excessiva conduzirá a processos pouco técnicos.

Em resumo, podemos afirmar que, desde que se admita a não constância dos coeficientes de poupança e capital e que os empresários tenham um comportamento mais elaborado no que respeita ao investimento, este modelo demonstra que o volume da força de trabalho disponível, o comportamento dos consumidores e as escolhas tecnológicas estão intimamente ligados e que a modificação duma destas variáveis provoca alterações profundas no processo produtivo antes de se restabelecer um novo equilíbrio.

IV

O MODELO DE COALE E HOOVER[5]

1. **Apresentação do modelo**

O aspecto essencial deste trabalho reside na tentativa de construção dum modelo econométrico de crescimento económico no qual *a dimensão da população e a sua taxa de crescimento figuram como variáveis explicativas.* O objectivo é medir quantitativamente «as consequências económicas duma redução na fecundidade». Acessoriamente, o estudo visa provar a sensibilidade do modelo a uma escolha de diversas hipóteses relativas às variáveis não demográficas. Este trabalho representa assim *o primeiro grande esforço feito por demógrafos para adaptar um modelo macreconómico de crescimento a um objectivo puramente demográfico.*

---

[5] Coale e Hoover, *Population Growth and Economic development in low-income countries,* Princeton University Press, 1958; Coale, *The economic effects of fertility control,* Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1963, e *Population change and demand, prices, and the level of employment,* Princeton University Press, 1960.

Coale e Hoover admitiram um grande número de hipóteses. Em primeiro lugar supuseram que a dimensão e a qualidade da mão-de-obra permaneceriam constantes qualquer que fosse a fecundidade. É uma hipótese razoável, uma vez que um nascimento suplementar não aumentará o efectivo de mão-de-obra nos primeiros quinze anos e não fornecerá, mesmo nos anos seguintes, mais do que um contributo relativamente pequeno. Até pode acontecer que o volume de mão-de-obra seja menos numeroso numa economia de forte fecundidade, como consequência de a maior parte das mulheres terem de ficar em casa a guardar as crianças. Além disso, o modelo não leva em linha de conta o facto de ser possível que um consumo mais elevado por habitante permita ao efectivo de mão-de-obra ser mais vigoroso e produtivo. O modelo também não leva em conta os investimentos monetários, porque as informações sobre os investimentos não monetários são muito raras.

O elemento-chave do modelo é uma equação diferencial linear:

$$Y_{t+2,5} = Y_t + \frac{2,5G}{R}$$

na qual Y representa o rendimento nacional real, G as «despesas inerentes ao crescimento», isto é, a medida do investimento global ajustado segundo os diversos graus de produtividade e os períodos de gestação dos seus elementos, e R o coeficiente de capital. Chamemos a I o investimento anual e a K o *stock* de capital total. Se considerarmos que G é equivalente a I ou ΔK e R a $\frac{\Delta K}{\Delta Y}$, teremos:

$$\frac{G}{R} = (\Delta K) + \frac{\Delta K}{\Delta Y} = \Delta Y$$

o que significa que o rendimento em $t + 2,5$ anos é igual ao rendimento do ano t mais 2,5 vezes a taxa anual de crescimento, que, por sua vez, é função da quantidade de investimento e do coeficiente de capital.

Coale e Hoover não consideram R uma constante, mas admitem, ao contrário, como hipótese que este valor aumenta no tempo, de modo a ser igual a um valor inicial m aumentado dum crescimento anual n. Assim, temos:

$$R = m + nt$$

Inicialmente deram a m o valor de 3,0 e a n o de 0,02. A construção de G é extremamente complexa:

$$G = I_c + (e_c I_{wc} + e_i I_{wi})L + (e_c W_c + e_i W_i)_{t-15}(1 - L)_{t-15}$$

O primeiro termo representa o investimento em bens de equipamento e é considerado como um factor exógeno. Na Índia, por exemplo, este factor seria determinado pelo plano quinquenal. I_c é o investimento em bens de equipamento destinados a favorecer o crescimento, enquanto I_{wc} e I_{wi} representam os investimentos em recursos humanos, ou despesas de

protecção social. I_{we} designa as despesas de protecção social correspondentes às necessidades da população actual e I_{wi} aquelas que correspondem às necessidades da população adicional. As letras *e* designam uma série de coeficientes lineares representando a produtividade dos investimentos materiais. A letra L designa a taxa de actividade. É útil notar que os investimentos correntes em recursos humanos são ponderados pela proporção da população activa, visto que uma parte destas despesas iriam para os não produtores. O resto dos investimentos de carácter social supõe-se influenciar a produção da economia quinze anos mais tarde; o terceiro termo da equação é, consequentemente, o produto do montante ponderado dos investimentos sociais vezes a proporção da população inactiva nos quinze anos que antecedem o período da observação. Os valores de L não são determinados pelo modelo, mas através de projecções demográficas da proporção da população com a idade entre 15 e 65 anos, admitindo como hipótese que a taxa de actividade desta proporção da população é constante.

Assim, o objectivo do modelo é produzir estimações de I_{wc} e I_{wi}. Este cálculo estabelece-se com a ajuda dum sistema secundário de cinco equações simultâneas:

Coale e Hoover começam por supor que uma proporção constante do rendimento será consagrada a investimentos sociais para responder às necessidades da população existente:

$$I_{wc} = (I_{wco} / Y_o) Y = hY$$

onde h representa uma proporção fixa. Em seguida supõem que a satisfação das necessidades iniciais dum novo membro da sociedade exige dez vezes mais que a sua manutenção no período que se segue. Se W_c designa o custo social da manutenção dum membro actual da sociedade, podemos dizer que $I_{wc} = W_c P$, onde P representa a população medida em unidades, em que cada uma corresponde a um consumidor adulto. Da mesmo forma, $I_{wi} = 10 W_c \Delta P$. Se levarmos agora em linha de conta a relação entre estas duas equações, teremos:

$$\frac{I_{wi}}{I_{wc}} = \frac{10 W_c \Delta P}{W_c P} = \frac{10 \Delta P}{P} = 10 P$$

onde P é a taxa de crescimento da população. Consequentemente:

$$I_{wi} = 10 P I_{wc}$$

Uma outra equação do sistema é uma identidade:

$$I_w = I_{wc} + I_{wi}$$

Quando combinada com a equação precedente, o montante de investimento total torna-se função do montante de investimento social para a população actual e da taxa de crescimento da população:

$$I_w = I_{wc} + 10 P I_{wc} + I_{wc} (1 + 10 P)$$

O total das despesas de investimento define-se então como a soma das despesas em bens de equipamento e das despesas de protecção social:

$$I = I_c + I_w$$

O montante das despesas de investimento é então função do montante de investimento social, que é, por sua vez, função do montante das despesas correntes de protecção social, o qual é função do rendimento corrente. A equação da relação entre o investimento e o rendimento é então a seguinte:

$$I = I_c + (1 + 10P)\, hY$$

Para determinar o nível de equilíbrio entre investimento e rendimento, Coale e Hoover igualam a poupança e o investimento e introduzem no seu cálculo a função de poupança seguinte:

$$I = S = P\left[\frac{I_o}{P_o} + a\left(\frac{Y}{P} - \frac{Y_o}{P_o}\right)\right]$$

É evidente que a poupança total é igual à poupança por habitante multiplicada pelo volume da população. A poupança por habitante supõe-se igual à poupança (ou investimento) por habitante durante o período de referência, acrescida duma modificação da poupança por habitante induzida por uma modificação do rendimento por habitante.

Coale e Hoover supõem que a modificação da poupança por habitante é uma proporção constante *a* da modificação do rendimento por habitante a partir do período de referência. Algebricamente, os termos desta equação podem ser apresentados da seguinte maneira:

$$I = aY - \left(\frac{aY_o - I_o}{P_o}\right) P = \alpha Y - \beta P$$

Formulando a equação desta maneira, é claro que *o investimento é uma função linear do rendimento, subentendendo-se que o volume da população* P *é determinado pela demografia.* O sistema reduz-se assim a duas equações a duas incógnitas. Uma vez determinados os montantes do rendimento e do investimento, determinam-se os montantes do rendimento e do investimento de tipo social. Por sua vez, estes permitem determinar as despesas que correspondem ao crescimento de *G*, que, por sua vez, determina o crescimento do rendimento total no período seguinte. No caso da Índia, onde os autores aplicaram o modelo, este modelo põe em contraste os resultados das diferentes projecções de crescimento da população para períodos de cinco anos entre 1956 e 1986. Com uma taxa elevada de crescimento da população, o rendimento por habitante aumentaria 38 % e, com um crescimento mais fraco, o rendimento aumentaria 95 %.

Além disso, o ritmo de crescimento do rendimento por habitante diminui na hipótese duma taxa elevada de crescimento da população e acelera-se na hipótese duma taxa mais fraca de crescimento. O rendimento total aumentaria também mais rapidamente na hipótese duma fecundidade

fraca, o que facilmente se explica. O rendimento por habitante, sendo mais elevado no caso duma fraca fecundidade, implica que a proporção do rendimento poupado e consagrado ao investimento seria mais elevada na hipótese duma forte fecundidade. Mais ainda, uma mais forte proporção das despesas de investimento seria destinada aos bens de equipamento de forte produtividade, por oposição aos investimentos de carácter social.

Finalmente, Coale e Hoover procuraram defender-se de algumas objecções, nomeadamente a que afirma que as conclusões a que eles chegaram não são mais que uma conclusão feliz dos resultados dos coeficientes numéricos adoptados no modelo. Com o objectivo de rebater estas objecções, os autores experimentaram outros valores para os coeficientes que enquadram os valores inicialmente escolhidos, para verem se os resultados seriam muito alterados. Na função de poupança substituíram sucessivamente o valor inicial ($a = 0{,}3$) por valores de $a = 0{,}25$ e $a = 0{,}35$. Na função de investimento substituíram os valores iniciais de e ($e_c = 0{,}5$, $e_i = 0$) pelos valores de ($e_c = 0{,}5$ e $e_i = 0{,}5$) e ($e_c = 0{,}0$ e $e_i = 0{,}0$); finalmente, ao valor inicial de R, o coeficiente de capital $(3{,}0 + 0{,}02\,t)$ foi substituído por 3,0 e $(3{,}0 + 0{,}04\,t)$.

A conclusão dos resultados obtidos pode ser resumida por uma frase dos próprios autores: «Depois de elaboradas estas diferentes projecções, e apesar das variações consideráveis nas taxas de progresso económico que elas implicam, a diferença de rendimento por habitante ligado a uma baixa na fecundidade permanece constante.»

Em resumo, podemos analisar os resultados das investigações de Coale e Hoover através dos gráficos I a IV.

2. Alargamento do modelo de Coale e Hoover por Demeny [6]

Coale e Hoover quiseram demonstrar que, abstraindo dos custos, um programa de redução da fecundidade elevaria o rendimento por habitante num país em vias de desenvolvimento. No entanto, os programas implicam um custo e Demeny elaborou um estudo para aprofundar esta questão importante: supondo que são conhecidos o custo e a eficácia dum programa de limitação de nascimentos, a que preço valerá a pena realizar programas deste tipo e qual será a relação de dependência deste preço em relação aos parâmetros da estrutura da economia?

Demeny recorreu a uma variante da fórmula de Coale e Hoover. No entanto, introduziu um factor exógeno de crescimento g para levar em conta diversos factores como as mudanças de organização, de qualificações e de motivações da mão-de-obra. É assim que a equação diferencial linear do primeiro grau em que se baseia o seu sistema é a seguinte:

$$Y_{t+1} = gY_t + \left(\frac{s}{R}\right) Y_t$$

[6] Demeny, «Investment, allocation and population growth», in *Demography*, n.º 2, 1965, *Notes on economic considerations influencing population policies in underdeveloped countries*, não publicado, 1968, e *The economics of population control*, I. U. S. S. P., Londres, 1969.

na qual s representa a propensão média a poupar da população, Y o rendimento total e R o coeficiente de capital definido de maneira a ter em conta o crescimento exógeno. Temos assim:

$$R = \frac{I_t}{Y_{t+1} - gY_t}$$

Demeny afirma em seguida que a propensão a poupar não é independente do crescimento da população e faz intervir a função de poupança de Coale e Hoover, na qual a poupança se torna uma função crescente do rendimento por habitante:

$$S_t = sY_t = \alpha Y_t - \beta P_t$$

o que, por substituição na equação de crescimento, dá:

$$Y_{t+1} = gY_t + \frac{\alpha Y_t - \beta P_t}{R}$$

É importante salientar que este modelo é, duma certa maneira, mais simples que o de Coale e Hoover, pois se baseia no princípio de que g e R são contantes. Os valores de P são determinados fora do quadro do sistema económico.

Numa aplicação prática, Demeny parte duma equação inicial com um milhão de habitantes e afecta aos parâmetros iniciais os valores seguintes:

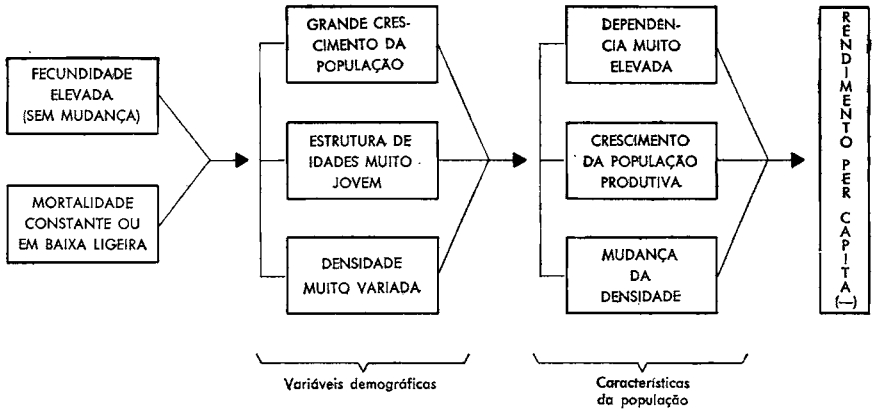
Taxa bruta de reprodução : 3.
Esperança de vida : 35,0.
Taxa de masculinidade dos nascimentos : 1,06.

Obtendo uma distribuição estável por idade e sexo da população inicial, Demeny introduz em seguida no seu cálculo um crescimento exógeno da esperança de vida — 2,5 anos todos os 5 anos. Define depois duas projecções demográficas fundadas em dois valores hipotéticos sucessivos da taxa bruta de reprodução. Na primeira projecção, este valor fica constante durante vinte e cinco anos, decrescendo depois linearmente até chegar ao valor de 1,5. Na segunda projecção é admitido um decréscimo linear de 3,0 a 1,5, ficando depois constante. Apesar de as taxas de fecundidade serem as mesmas nas duas projecções ao fim de cinquenta anos, o crescimento absoluto da população é maior na população mais numerosa.

Em vinte e cinco anos, *a população aumentará 81 % na projecção tipo I e 49 na projecção tipo II. No entanto, o volume de mão-de-obra na projecção I só será 4 % maior que na projecção II*, visto que no caso em análise existia um défice de população precisamente no grupo de idade de 0 a 15 anos. A proporção de inactivos na população seria de 2,65 na hipótese de forte fecundidade e de 2,12 na hipótese de baixa fecundidade. Esta diferença diminui logo que se converte o número da população em unidades equivalentes a um consumidor adulto.

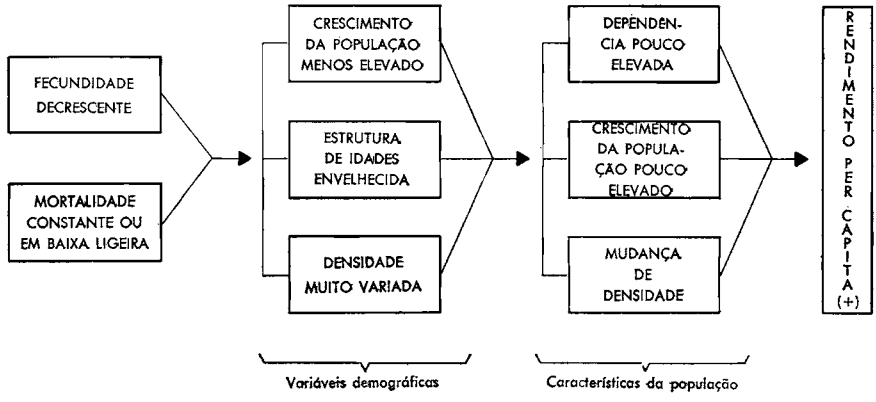
Fecundidade e mortalidade constantes

[GRÁFICO I]

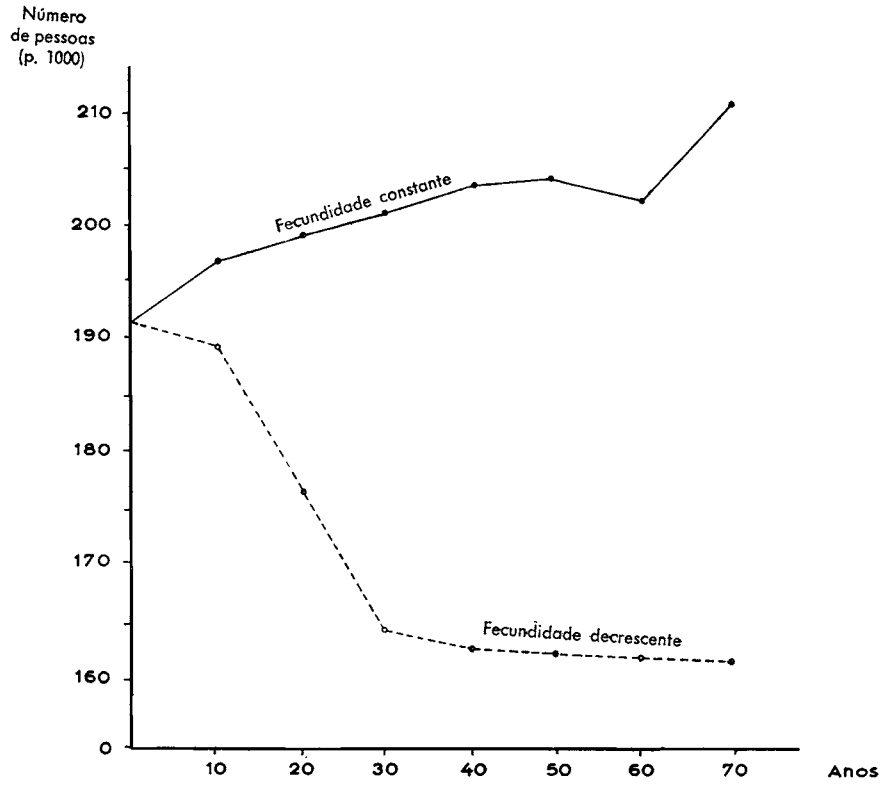


Fecundidade decrescente e mortalidade constante

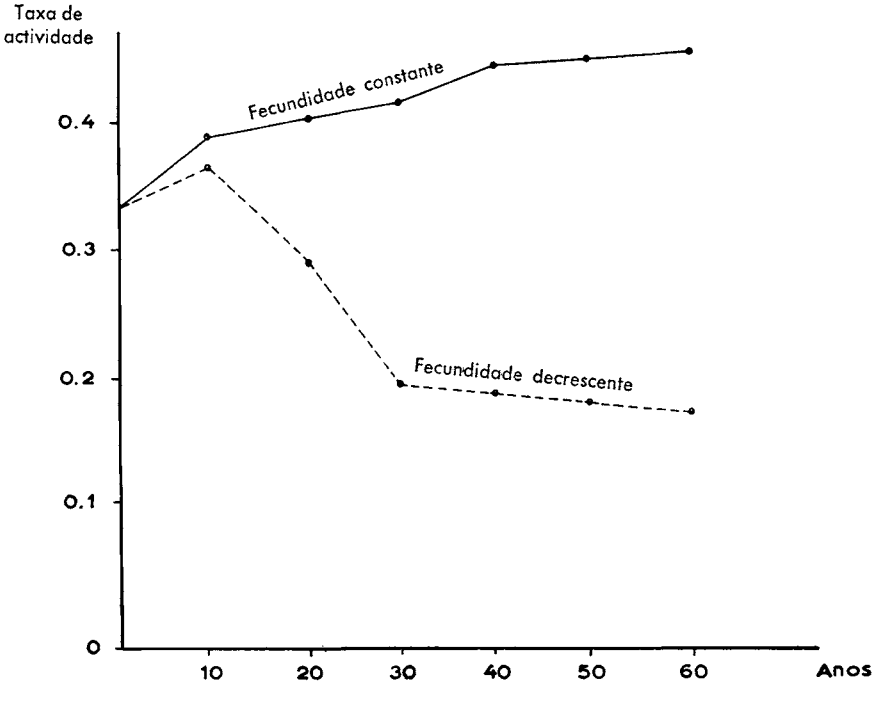
[GRÁFICO II]



[GRÁFICO III] **Evolução da «ratio» de dependência**



[GRÁFICO IV] **Crescimento da população produtiva**



Demeny procura explicar também os efeitos das suas hipóteses simplificadoras:

Coale e Hoover introduziram explicitamente nos seus trabalhos *o efeito do crescimento demográfico no coeficiente de capital*, realizando mutações na composição do investimento: passaram para segundo plano os investimentos em bens de equipamento, em proveito de investimentos em factores de bem-estar. *Demeny ignorou este problema* no seu modelo, que, como consequência, subavalia as vantagens duma baixa na fecundidade.

Demeny, como Coale e Hoover, ignoraram deliberadamente a *incidência sobre o coeficiente de capital do efectivo de mão-de-obra.* Na medida em que novos trabalhadores se teriam vindo juntar, *R* teria diminuído, mas este efeito é muito pouco importante porque somente uma fraca proporção das crianças nascidas estariam em idade de trabalhar e este efectivo seria, com toda a certeza, mais do que compensado pelo facto de o número de mulheres que poderiam trabalhar vir a ser então mais elevado.

Demeny admitiu como hipótese um coeficiente de capital fixo, de modo que *as reduções de «stock» de capital geradas pelo investimento demográfico implicam reduções proporcionais na produção final.* Se houvesse possibilidade de substituição, a baixa da produção final seria menos que proporcional logo que houvesse uma redução no *stock* de capital.

Supondo que o coeficiente de capital fosse o mesmo, quer haja ou não investimento demográfico, Demeny fez abstracção da possibilidade duma baixa de produtividade média do capital. Se os investimentos preteridos tivessem uma produtividade mais fraca que os investimentos levados a cabo, então a perda de produção potencial seria inferior à que implica o modelo. Assim, *o limite máximo admissível do investimento demográfico é subavaliado.* A conclusão deste ponto poderia ser a inversa se houvesse importantes economias de escala ou se o investimento demográfico não pudesse ser substituído senão por investimentos com uma produtividade superior à média.

3. Crítica do modelo

Demeny esforça-se por responder com antecipação a algumas críticas que lhe possam ser feitas. Admite, por exemplo, que o crescimento do rendimento por habitante não implica um crescimento da poupança, porque os ganhos seriam insignificantes. Respondendo a si próprio, Demeny afirma que os ganhos seriam sempre importantes para as famílias directamente beneficiadas. Contudo, esta resposta levanta uma importante objecção: como as vantagens se apresentam em *grappes*, a utilização no cálculo da propensão à poupança numa óptica global pode não ser válida. Esta objecção é mais ou menos importante segundo a distribuição dos ganhos da redução da fecundidade. Porém, um dos principais beneficiários seria o estado, ao qual incumbiria menos despesa na infra-estrutura social, podendo a sua propensão a poupar ser considerada como unitária.

Pode-se ainda criticar ao modelo de Demeny o facto de *ignorar o efeito do crescimento da população sobre o estímulo ao investimento.* Demeny observa que, se o investimento deve ser estimulado, isso deverá ser feito através de políticas monetárias e fiscais adequadas. Ao argumento segundo o qual os membros de uma economia farão mais esforços e obterão mais resultados se forem ameaçados por uma redução do seu nível de vida responde Demeny que o efeito da demonstração dos ganhos resultantes duma baixa da fecundidade incitará a esforços renovados.

A objecção a que Demeny presta mais atenção é a que critica ao seu modelo o facto de ele ter um único sentido. Por outras palavras, o rendimento é função de factores demográficos, mas as tendências demográficas são tidas por independentes dos factores económicos. Se o investimento demográfico aumenta o rendimento por habitante e se este induz, por sua vez, um crescimento da população susceptível de compensar, na totalidade ou em parte, a baixa anterior, pode acontecer que o *modelo de Demeny sobrestime de maneira muito importante o investimento demográfico.*

Demeny não afasta a possibilidade duma forte interacção entre o rendimento e a fecundidade, mas, no que respeita ao modelo em questão, rejeita este argumento da seguinte maneira: em primeiro lugar, *a sua análise abrange somente os países de fraco rendimento, onde não se aplica a relação inversa (neomalthusiana) entre o rendimento e a fecundidade.* Além disso, Demeny defende a ideia de que a reacção da fecundidade às mudanças de rendimento por habitante só se faz sentir com o tempo, o que quer dizer que se pode supor que a fecundidade será constante durante um período de vinte e cinco anos na ausência de investimento demográfico.

Demeny rejeita a doutrina malthusiana, segundo a qual as variações da população resultariam de modificações nas taxas de mortalidade, que, por sua vez, seriam uma consequência das variações do rendimento por habitante. É um facto que, nos países subdesenvolvidos, a mortalidade não está ligada ao rendimento por habitante. Os serviços de saúde pública e o uso de insecticidas e de antibióticos tiveram como consequência uma redução espectacular no número de mortos nos países pouco desenvolvidos e o nível de rendimento não desempenha nenhum papel importante na acessibilidade a esses meios.

Um outro tipo de críticas provém de Gunnar Myrdal [7], mas, neste caso, são críticas mais globais, na medida em que são todos os modelos de tipo Coale e Hoover que são visados. Aquele autor preocupa-se particularmente com a conclusão a que chegaram os modelos apresentados: «a diferença de rendimento em percentagem ligado à fecundidade seria persistente e estável e situar-se-ia entre 38 % e 48 %», recusando o seu significado: em primeiro lugar, Coale e Hoover esqueceram muitas variáveis importantes; em segundo lugar, os autores teriam obtido uma gama maior de resultados se fizessem variar os parâmetros, não um por um, como fizeram, mas segundo diversos tipos de combinações; em terceiro lugar, as hipóteses de que o coeficiente de capital e certas disposições institucionais são imutáveis são falhas cruciais, pois se os autores tivessem renunciado a esta imutabilidade, teriam obtido uma gama mais interessante de resultados; em quarto lugar, somente num período de trinta anos o volume da

[7] Gunnar Myrdal, *Asian Drama: an inquiry into the poverty of nations,* Nova Iorque, Random House, 1968.

população activa é, em grande parte, determinado pela população anterior; em quinto lugar, as diferenças entre as projecções aumentam a um ritmo que se acelera com o tempo.

Além destas críticas, Myrdal contesta igualmente a função de poupança adoptada por Coale e Hoover:

$$S = \alpha Y - \beta P \quad \text{ou} \quad \frac{S}{P} = \alpha \frac{Y}{P} - \beta$$

que implica considerar a poupança função do rendimento por habitante. Primeiramente, Coale e Hoover excluem, no que respeita à Índia, a poupança não monetária, o que é muito importante. Em segundo lugar, «o sector dos particulares representa mais de três sétimos da poupança monetária total, o estado representa a grande parte e as sociedades uma parte modesta, se bem que em vias de crescimento». Coale e Hoover supõem que a propensão média a poupar duplicará ou triplicará entre 1956 e 1986. Ora esta hipótese duma proporção crescente da poupança nos particulares está em contradição com a constância observada nos outros países. Duma maneira geral, Myrdal conclui que, para serem úteis, «os modelos deveriam conter muito mais parâmetros e explicar muito mais as correlações observadas».

V

VERSÃO NEOCLÁSSICA DO MODELO DE ENKE [8]

1. Introdução

Os trabalhos de Coale e Hoover, como os de Demeny, baseiam-se em modelos macreconómicos relativamente simples, uma vez que o coeficiente de capital se supõe invariável em relação a todas as variáveis, com excepção do progresso técnico. Esta hipótese baseia-se no facto de a produção final ser unicamente função do *stock* de capital, o que implica duas consequências importantes.

A primeira é a de reduzir a zero a produtividade marginal do trabalho, uma vez que a hipótese recusa aos empresários a possibilidade de adoptar os métodos com muita mão-de-obra e de diminuir assim o coeficiente de capital.

A segunda consequência desta hipótese é a de a escolha da função da poupança ter uma importância fundamental. Assumindo-se que a poupança é idêntica à acumulação do capital e sendo o capital, por hipótese, o único factor produtivo, a principal contribuição que a população pode

[8] Stephen Enke, «The economic aspects of slowing population growth», in *Economic Journal*, n.° 76, 1966, *Population growth and economic development: background and guide*, Santa Bárbara, 1968, «Economic benefits of slowing population», in *War and Hunger*, n.° 4, 1970, e «The economics of population growth and control: correcting more confusions», in *Review of social economy*, n.° 28, 1970.

dar à produção final total é devida à sua influência sobre a função de poupança.

Para analisar, a curto prazo, os fenómenos do ciclo económico num contexto de crescimento, a hipótese de um coeficiente de capital constante pode ser uma simplificação útil. Contudo, os modelos estudados dão um papel importante ao crescimento a longo prazo. Nestas condições, a adopção duma função de produção global com coeficientes fixos pode não se justificar. Foi por isso que se começaram a abandonar os modelos deste tipo, em benefício daqueles que se baseiam no método neoclássico.

O facto de o modelo neoclássico de crescimento partir duma função de produção global contínua e de «bom comportamento» e de as *variáveis demográficas poderem influenciar directamente a produção final através do factor mão-de-obra* implica que não é particularmente essencial que a influência destas variáveis se exerça sobre o *stock* de capital através de hipóteses especiais acerca da função de poupança. Um bom número destes modelos contendo uma variável ou uma equação demográfica explícita foram aperfeiçoados, nomeadamente por Enke.

2. Apresentação do modelo

Enke publicou muito recentemente os resultados dum estudo de simulação efectuado com o auxílio de um modelo dinâmico construído essencialmente segundo o método neoclássico. Este modelo baseia-se numa função do tipo Cobb-Douglas:

$$Q_t = \phi L_t^a K_t^b T_t^c$$

onde Q_t designa a produção corrente, ϕ um factor numérico de conversão, L_t o efectivo de mão-de-obra actual, K_t o *stock* de capital actual e T_t o período em curso. Os expoentes da mão-de-obra e do capital (a e b) representam, respectivamente, a elasticidade da produtividade do trabalho e da produtividade do capital. A taxa do progresso técnico é representada por c. Convém notar que, nesta função, o progresso técnico é neutro e a soma $a + b$ indica a natureza dos efeitos de escala.

O segundo elemento principal do estudo de Enke *é um submodelo demográfico que permite calcular os valores de* L *e* K. O autor baseia-se numa população hipotética dum «país pouco desenvolvido-tipo».

A cada grupo de idades de cinco anos, o autor afecta uma percentagem hipotética da população total, uma taxa anual de mortalidade, uma taxa anual de natalidade por 100 mulheres e um consumo inicial por habitante em cada categoria de idades.

Assim, o efectivo de mão-de-obra define-se pela equação seguinte:

$$L_t = 3/4 \sum_{i=15\text{-}19}^{i=50\text{-}54} A_{it}$$

na qual A_{it} representa o número de indivíduos vivos no grupo de idades i durante o período t. Admitindo como hipótese que «todos os homens e metade das mulheres com a idade entre 15 e 54 anos são membros equivalentes ao efectivo da mão-de-obra», esta será igual a três quartos de A_{it}.

Como é evidente, A_{it} é função do número de nascimentos nos i anos anteriores e das taxas de mortalidade neste intervalo. Assim, um elemento importante e complexo de desvios cronológicos é introduzido no modelo, se bem que Enke não faça variar a taxa de actividade das mulheres segundo as taxas de natalidade. O *stock* de capital pode-se definir pela equação seguinte:

$$K_t = K_{t-1} + I_t$$

na qual K representa o *stock* de capital e I o investimento.

O investimento em bens produtivos supõe-se ser igual ao volume da poupança: $I_t = S_t$, onde I representa o investimento e S a poupança. A poupança total é, por definição, a soma das poupanças de cada grupo de idades: $S_t = \Sigma_i S_{it}$.

Em cada grupo de idade, a propensão a poupar é uma função do rendimento por habitante:

$$\frac{S_{ti}}{Y_t} = 0{,}05 \left(\frac{Y_t / A_t}{Y / A} \right) i$$

Eis o grande melhoramento em relação aos trabalhos anteriores de Enke, na medida em que a redução no consumo aparece ligada à idade. Neste modelo, «nenhum nascimento evitado liberta, em proveito de outros indivíduos, o consumo anual médio para todas as idades, mas muito menos», uma vez que o consumo dos jovens é muito inferior a essa média.

Pode-se agora retraçar a cadeia de reacções provocadas por uma redução da fecundidade. No início, a população activa fica a mesma, mas o consumo e a poupança por habitante aumentam devido ao efeito do aumento de rendimento por habitante. Devido ao aumento da poupança, o *stock* de capital será mais importante e, como consequência, a produtividade do efectivo da mão-de-obra será mais elevada nos períodos seguintes. Ao fim de quinze anos, o efectivo da mão-de-obra será menos numeroso, mas esta perda em elementos de produção será compensada pelo ganho em *stock* de capital nacional. De qualquer forma, o rendimento nacional aumenta, enquanto a diminuição em percentagem da população ultrapassa a baixa de percentagem da produção.

VI

OUTROS MODELOS NEOCLÁSSICOS

Entre os estudos mais importantes que convém assinalar, elaborados na linha neoclássica, encontram-se os de Lloyd [9], Ruprecht [10] e Newman e Allen [11].

[9] Peter J. Lloyd, «A growth model with population and technological change as endogenous variables», in *Population Studies*, n.º 23, 1969.

[10] Theodore Ruprecht, *The two-sector demometric model*, não publicado, 1968.

[11] Peter Newman e R. H. Allen, *Population Growth and Economic Development in Nicaragua*, Robert R. Nathan, 1969.

O *modelo de Lloyd* é igualmente um modelo a um único sector, mas o autor introduziu ao lado do investimento em bens de equipamento o investimento consagrado ao progresso técnico, como variante susceptível de substituir o investimento afectado à limitação da fecundidade.

O *modelo de Ruprecht* utiliza a estrutura neoclássica duma maneira pouco ortodoxa. O seu modelo tem, no entanto, o mérito de desagregar a economia em dois sectores.

O *modelo Newman-Allen*, tendo a forma neoclássica, segue, sem dúvida alguma, a tradição de Coale e Hoover. Distingue-se dos outros na medida em que inclui explicitamente um sector de comércio exterior, assim como um modelo secundário demográfico muito detalhado.

Algumas monografias baseadas no método do rendimento projectado por habitante foram efectuadas para o Quénia, a Turquia, a Tailândia, a Jamaica, a Indonésia, as ilhas Maurícias e o Paquistão. Os autores destes estudos *não elaboraram modelos originais, tendo-se contentado simplesmente com discutir as correlações entre tendências extrapoladas.*

VII

CONCLUSÃO

Os modelos que acabámos de examinar são esquemas muito simplificados da maneira como os factores demográficos e económicos actuam uns sobre os outros ao longo dum processo de desenvolvimento. Como afirmou Myrdal acerca do modelo de Coale e Hoover, estas fórmulas são mais «mecânicas» do que «comportamentos». Baseando a nossa análise sobre os melhores dados possível, os resultados que se obtêm com estes modelos são, na melhor das hipóteses, estimações. Por outro lado, na maior parte dos casos, os dados utilizados estão longe de serem seguros. A maioria das vezes apenas temos um conhecimento muito fragmentário de elementos essenciais, como a taxa de poupança ou a produtividade do capital. Contudo, apesar de todos estes defeitos, estes modelos podem ser muito úteis para os planificadores da economia. Na realidade, é muito difícil imaginar uma planificação sistemática da economia nacional que não seja baseada num esquema ou num modelo macreconómico.

Harrod e Domar compreenderam que o factor demográfico essencial — a facundidade — actuava sobre a acumulação do capital e a taxa de crescimento da população activa. Coale e Hoover, Enke e outros deram, por vezes em direcções opostas, diferentes passos para compreender as relações entre as variáveis demográficas e económicas. Os resultados são magros, mas o caminho está aberto e é preciso que cada país se esforce no estudo destes problemas, uma vez que não há um modelo válido para todos.

No entanto, *o enriquecimento destes modelos deve passar pela análise dos factores responsáveis pelo crescimento da população activa e da modificação da sua estrutura* (natalidade, mortalidade, migrações, etc.).

A partir do instante em que se faz entrar na teoria do crescimento a variável demográfica, esta exerce uma acção *destabilizadora* (a curto prazo) e *desequilibradora* (a longo prazo) ao mesmo nível do progresso técnico e será talvez um dos factores explicativos das irregularidades que afectam o processo de crescimento.

Mais ainda, a relação população activa-desenvolvimento económico não é uma relação unívoca, mas complexa: depende da estrutura por idade e sexo, do potencial económico dum país, de factores sociais e culturais, etc.

Maio de 1975.