Miguel Ramos

Pedro Girão
Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico
Av. Rovisco Pais
1049-001 Lisboa
e-mail: pgirao@math.ist.utl.pt

Conheci o Miguel Ramos em 1993, quando regressei a Portugal, depois de ter concluído o meu doutoramento. O contacto que mantivemos desde então, com o decorrer dos anos, transformou-se em amizade. Tinha uma grande admiração pelo Miguel. Entre outros assuntos, por vezes falávamos de matemática e, de uma dessas conversas, veio a resultar um artigo conjunto. Embora não fossemos muito próximos, tive oportunidade de passar algum tempo com o Miguel. A sua generosidade era tão grande que o levava a partilhar comigo histórias acerca de si próprio. Numa das primeiras contou-me como tinha conhecido a mulher, Béatrice, em Louvain. Também falava frequentemente das suas filhas. Neste breve texto, pretendo dar um testemunho pessoal sobre algumas qualidades que conheci do Miguel.

O Miguel era um apaixonado pela vida, pela família e pela matemática. Foi alguém que conseguiu ir sempre um pouco mais longe que a maior parte dos outros, alguém que deu muito à comunidade sem desejo de retribuição. Fazia tudo com enorme entusiasmo. Era insaciável nas perguntas sobre matemática e gostava especialmente das perguntas simples. Quando estava numa conferência, preferia as pequenas, ele não perdia a oportunidade de interrogar os amigos sobre as questões em que andava a pensar. Chegava frequentemente à conclusão que ninguém sabia a resposta.

Por vezes, o Miguel ficava de tal maneira absorto na resolução de um problema matemático que, segundo ele próprio me contou, a Béatrice detectava, a meio de uma conversa no café por exemplo, que ele tinha voltado mentalmente ao problema em que estava mergulhado. Quando o entusiasmo era maior, podia passar a noite toda a trabalhar. Lembro-me de me ter referido uma das vezes em que isso aconteceu e, ainda assim, com apenas algumas horas de sono, não ter deixado de ir levar as filhas à escola na manhã seguinte. Recordo-me também de um Domingo em que falávamos de matemática e ele, como sempre, estava entusiasmado. Contudo, teve que interromper porque tinha uma coisa ainda mais importante para fazer: ir com as filhas ao cinema.

Miguel Ramos fez trabalho matemático de grande profundidade e valor na área das equações diferenciais parciais. Era muito exigente e rigoroso com todos, especialmente consigo próprio. Estava sempre pronto para ajudar. Empenhou-se na Sociedade Portuguesa de Matemática, na divulgação da matemática e lutou pela melhoria dos programas do ensino secundário. Contou-me que preparava sempre meticulosamente as suas aulas, chegando ao ponto de as ensaiar em casa como se estivesse perante os alunos.

O Miguel escreveu dois livros: *Curso Elementar de Equações Diferenciais* e *Teoremas de Enlace na Teoria dos Pontos Críticos*, ambos publicados na colecção Textos de Matemática, da Universidade de Lisboa. Numa ocasião falei-lhe de um livro que estava a escrever e das circunstâncias em que o tinha começado, um pouco por acaso, sem ter ainda verdadeira noção do trabalho que tal projecto envolvia. O Miguel disse-me que considerava os livros muito importantes pois, a longo prazo, são sempre os livros que as pessoas lêem, mais que os artigos.

Entre os variados interesses que lhe conheci, um deles era a sua grande paixão pela música brasileira. Sabia de cor as letras de muitas canções como, por exemplo, as de Caetano Veloso. Também me contou que, na infância, realizava concursos com o irmão nos quais, através apenas da observação de um quadrado de uma história do Astérix, tinham que identificar o nome do livro de que fazia parte.

Recordo-me de uma viagem de autocarro, de um hotel no Rio de Janeiro para uma conferência a que assistia com o Miguel. O autocarro partiu por volta das 9:00 da manhã. Sentado a meu lado, o Miguel contou-me que nessa manhã já tinha dado a volta à Lagoa Rodrigo de Freitas a correr. Nessa altura já estava doente mas ainda não o sabia.

Travou uma enorme luta contra a sua doença mas nunca se queixou e nunca deixou de trabalhar em matemática com o mesmo empenho de sempre. Lembro-me de ligar para sua casa, quando a doença já se encontrava num estado avançado, com algum receio, e de o ouvir tão animado e positivo que ficava a pensar como era possível ele não se deixar abater.

Antes de terminar escrevo algumas linhas sobre dois artigos do Miguel de que gosto particularmente, e que acredito ilustram a enorme sofisticação do seu trabalho. O primeiro intitula-se *Superlinear indefinite elliptic problems and Pohožaev type identities* e foi publicado no Journal of Functional Analysis, em 1998, em co-autoria com Susanna Terracini e Christophe Troestler.

Procuram-se soluções não triviais para

$$-\Delta u=\mu u+a(x)g(u),\qquad u\in H^1_0(\Omega),\tag{1}$$

para Ω um domínio regular limitado em R^N, quando μ é positivo, g tem um comportamento superlinear, tanto em zero como em infinito, e a muda de sinal em Ω. Com algumas hipóteses técnicas sobre as funções a e g prova-se que, quando μ não é um valor próprio de $(-\Delta, H^1_0(\Omega))$, o problema (1) tem uma solução não nula. A prova envolve várias ideias. Passa pela aplicação do Teorema de enlace local a uma sucessão de problemas modificados em que a função g é alterada para $|u|\geq a_j$, onde $a_j\to+\infty$, quando j tende para infinito. Designando por (u_j) a sucessão de soluções dos problemas modificados, verifica-se que, ou a energia de u_j é não-positiva, ou o índice de Morse de u_j está limitado. Prova-se que se a energia de u_j é não-positiva, então u_j tem norma $L^\infty(\Omega)$ limitada e, portanto, u_j é solução do problema original, para j grande. No caso de o índice de Morse de u_j ser limitado, por contradição, supõe-se u_j não tem norma $L^\infty(\Omega)$ limitada. Usa-se um argumento de blow-up para obter a solução de problemas limite. Estes problemas dependem do local onde se concentra a função u. Finalmente, deduzem-se identidades do tipo de Pohožaev para mostrar que as únicas soluções dos problemas limite com índice de Morse finito são as soluções triviais. Trata-se de um artigo de uma grande beleza matemática, executado com uma perícia técnica notável.

Outro dos seus artigos que apreciei particularmente intitula-se *Solutions with multiple spike patterns for an elliptic system* e foi publicado no Calculus of Variations and Partial Differential Equations, em 2008, em co-autoria com Hugo Tavares. Considera-se um sistema da forma

$$-\epsilon^2\Delta u+V(x)u=g(v),\quad -\epsilon^2\Delta v+V(x)v=f(u),\quad u,v\in H^1_0(\Omega),\tag{2}$$

onde u, v são funções positivas em Ω e $\epsilon>0$ é um parâmetro pequeno. A função V é regular, tem um ínfimo positivo e admite pelo menos k mínimos locais estritos, possivelmente degenerados. Portanto, existem domínios limitados Λ_i, mutualmente disjuntos, tais que $\inf_{\Lambda_i}V<\inf_{\partial\Lambda_i}V$, para $i=1,\dots,k$. As funções f e g modelo são $f(u)=|u|^{p-2}u$ e $g(v)=|v|^{q-2}v$ onde $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}>\frac{N-2}{N}$. Prova-se que, para ϵ suficientemente pequeno, o problema (2) admite soluções positivas u e v tais que existem pontos $x_i\in\Lambda_i$, $i=1,\dots,k$, máximos locais tanto de u como de v. Uma das dificuldades do problema consiste no facto da parte quadrática da energia

$$U_\epsilon(u,v)=\int_\Omega[\epsilon^2(\nabla u,\nabla v)+V(x)uv]-\int_\Omega F(u)-\int_\Omega G(v),$$

não ter um sinal positivo, ao contrário do que acontece no caso escalar correspondente. Para ultrapassar esta dificuldade analisa-se o comportamento da energia em cada recta com direcção $(\phi, -\phi)$ e analisa-se o comportamento da energia nas direcções radiais. É muito interessante o modo como são obtidas as soluções com k-picos, minimizando a energia sobre o produto de k variedades de Nehari locais aproximadas. Heuristicamente, cada uma destas variedades localiza I_ϵ perto de $H_0^1(\Lambda_i) \times H_0^1(\Lambda_i)$. Um aspecto bastante importante é que não se usam resultados de unicidade para o problema limite $-\Delta u + u = g(v)$, $-\Delta v + v = f(u)$ em R^N porque essa unicidade não está estabelecida. Há muitos detalhes técnicos finos que não cabe aqui referir. Remetem-se os leitores para o artigo original.

A partida do Miguel constitui uma perda enorme para a matemática, para a família e para os amigos. Pessoalmente, quero ainda referir que, além de tudo o que aprendi com ele, o Miguel é um dos meus modelos. Obrigado Miguel por toda a dedicação, pelo entusiasmo, pela simplicidade, pela inteligência.