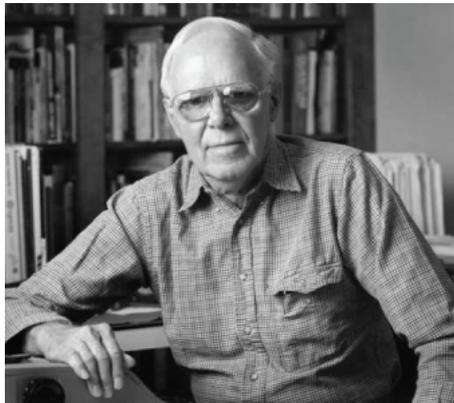


Matemática Recreativa

Editores:

Jorge Picado e Paula Mendes Martins

CINCO TRIBUTOS A MARTIN GARDNER



Resumo: Martin Gardner é uma das personalidades de culto na área da matemática recreativa. Inspirou e deliciou gerações de leitores com maravilhosas diversões matemáticas, truques de magia e desafios com números num recreio de ideias que apresentou, durante 25 anos, na sua coluna *Mathematical Games*, na revista *Scientific American*. Na altura em que se comemoram¹ os 100 anos do seu nascimento, pedimos a cinco matemáticos portugueses

¹<https://twitter.com/MGardner100th>

que nos falassem um pouco sobre Martin Gardner. Apresentamos aqui os seus testemunhos.

Abstract: Martin Gardner is one of the great personalities in the area of recreational mathematics. He inspired and delighted generations of readers with wonderful mathematical diversions, magic tricks and number puzzles on the playground of ideas presented during 25 years, in his *Mathematical Games* column at *Scientific American*. At the time the world celebrates² the centennial of his birth year, we have asked five portuguese mathematicians to tell us something about Martin Gardner. Here are their testimonials.

palavras-chave: Martin Gardner; Matemática Recreativa.

keywords: Martin Gardner; Recreational Mathematics.

1 A Propósito do Centenário do Nascimento do Grande Mestre da Divulgação Matemática

António Machiavelo (Universidade do Porto)

Não me recordo da altura exacta em que pela primeira vez li um artigo de Martin Gardner. Sei que estava nos últimos anos do ensino secundário, provavelmente no 11^o ano. Sei também que o li num exemplar da revista francesa *Pour la Science* e que foi em casa de um amigo meu, cujo pai, que tinha uma biblioteca que me deslumbrava, assinava essa versão francesa da *Scientific American*.

A leitura de cada um dos artigos de Gardner era um prazer. São artigos extraordinariamente bem escritos, numa linguagem precisa e clara, e sempre com alguma perspectiva nada banal sobre um tópico também ele pouco banal. Contêm muitos temas de reflexão e de exploração que me ocupavam e deleitavam durante dias, por vezes semanas ou mesmo meses.

Muito pouco tempo depois, descobri alguns dos seus livros. Os primeiros que adquiri foram «*haha*», ou *l'éclair de la compréhension mathématique* e «*La magie des paradoxes*», ambos editados na *Bibliothèque Pour la Science*, duas pequenas obras com ilustrações simples mas encantadoras. Seguiram-se vários outros livros, através dos quais conheci os hexaflexágonos e o jogo da vida de Conway, assim como fiquei a conhecer as fracções egípcias e a conjectura de Erdős-Straus, que toda a fracção da forma $\frac{4}{n}$, com $n > 4$, pode ser escrita como soma de não mais de três fracções unitárias (i.e. de denominador igual a 1), só para dar três exemplos.

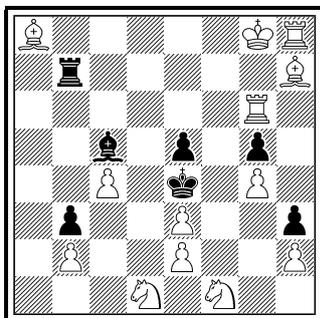
²<https://twitter.com/MGardner100th>

Mais tarde li a sua novela semi-autobiográfica «*The Flight of Peter Fromm*» e fiquei a conhecer o papel importante que Gardner desempenhou no movimento céptico norte-americano e o seu envolvimento na criação do *Committee for the Scientific Investigation of Claims of the Paranormal* (CSICOP), actualmente *Committee for Skeptical Inquiry* (CSI), assim como a sua obra seminal «*Fads and Fallacies in the Name of Science*» de 1952. Deliciei-me também com alguns dos seus ensaios publicados em duas obras cuja leitura vivamente recomendo a quem não as conheça ainda: *The Whys of a Philosophical Scrivener*, de 1983, e *The Night is Large*, de 1996. Foi ainda com enorme prazer que descobri dois contos, *No-Sided Professor* e *Left or Right*, escritos por Gardner em 1947 e 1951, respectivamente, reimpressos numa obra editada por Rudy Rucker, recheada de contos de ficção matemática, um género infelizmente muito raro: «*Mathnauts: Tales of Mathematical Wonder*».

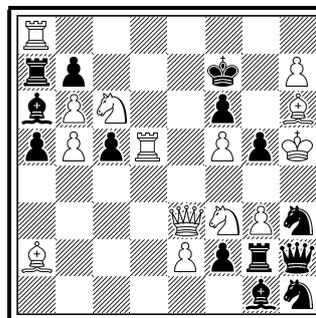
Ao longo dos anos tenho muitas vezes revisitado os seus livros que muito influenciaram o modo como vejo a matemática e o mundo, que me continuam a encantar e que, estou certo, encantarão ainda muitas gerações de seres humanos. Martin Gardner foi, é, e para sempre será, um dos mestres incontestáveis da divulgação matemática.

Apesar de ser muito difícil seleccionar um favorito entre os problemas e temas tratados por Gardner, decidi escolher para esta celebração do centenário do seu nascimento um problema não-standard de xadrez que me intrigou imenso quando pela primeira vez o vi no seu «*New Mathematical Diversions*» (edição revista publicada pela *The Mathematical Association of America*; problema 8 do capítulo 19). Trata-se de um problema composto por Karl Faber, ilustrado no diagrama da esquerda na figura abaixo, cujo objectivo é descobrir o único lance que não dá xeque-mate em um lance!

Em homenagem ao gosto que Gardner também tinha em questões menos usuais baseadas no jogo do xadrez, compus um pequeno puzzle xadrezístico que me atrevo a imaginar que Gardner apreciaria. Trata-se de descobrir quantos xeques-mate as brancas podem dar na posição ilustrada no diagrama da direita na figura abaixo.



Não dar xeque-mate em um



Um quadrado de xeques-mate

Para o resolver basta apenas conhecer (bem) as regras do xadrez. Curiosamente, a resposta é um número que é um quadrado perfeito. É relativamente fácil encontrar um número de xeques-mate que é um cubo perfeito, mas mostrar que de facto há um quadrado deles envolve algum raciocínio lógico que não é inteiramente banal. Espero que os leitores deste *Boletim* apreciem este pequeno desafio.

2 Martin Gardner: O homem que trouxe mais matemática a mais milhões

Carlos Pereira dos Santos (CELC, Universidade de Lisboa)

Em Outubro de 2014, sensivelmente a altura em que se escreve este texto, faz 100 anos que nasceu o divulgador de matemática norte-americano Martin Gardner (21 de Outubro de 1914 - 22 de Maio de 2010). Não é fácil descrever Gardner; não se pode dizer que tenha sido um matemático (não tinha uma formação avançada na área), não se pode dizer que tenha sido um escritor, não se pode dizer que tenha sido um cronista típico. Gardner era sobretudo um grande apaixonado por um grande número de temáticas a que dedicava atenção com grande interesse, curiosidade e método. O facto de não ser especialista num tópico muito particular, mas entusiasta por vários assuntos como matemática, magia, arte, jogos, puzzles, religião, ciência, ficção, literatura, pseudociência, filosofia, etc., talvez seja uma das principais razões para o sucesso da sua obra.

A vertente em que mais se notabilizou relaciona-se com a matemática recreativa e sua divulgação. De 1956 a 1981 publicou a coluna “Mathematical

Games” na prestigiada *Scientific American*. A sua secção tornou-se muito popular desde o início.

Matemática recreativa é um termo de difícil definição. Relaciona-se com a análise de problemas não-*standard* ou com a análise de problemas conhecidos através de abordagens pouco comuns. Mas o melhor é mesmo não a tentar definir. As definições tendem a fechar, e a matemática recreativa, na sua génese, é aberta. Embora possa servir de ponte para a descoberta de conceitos muito importantes, a utilidade não é a sua preocupação: engenho, imaginação e beleza é o que importa. Há quem diga de forma muitíssimo simplista que a matemática recreativa é o assunto que engloba puzzles e jogos matemáticos. No entanto, a sua abrangência é bastante mais vasta.

Historicamente sabemos que o nascimento e desenvolvimento de algumas áreas da matemática estão profundamente ligados à matemática recreativa - probabilidade, teoria de grafos, teoria de números, etc. Sendo assim, a matemática recreativa também pode facilmente resvalar para o que a sociedade em geral usualmente designa de “muito sério”. Muitos matemáticos profissionais confessaram ter ganho o seu gosto pela matemática lendo os artigos de Martin Gardner na *Scientific American*. E isso, em si mesmo, é realmente muito sério. Como Richard Guy, um enorme matemático, disse uma vez,

Gardner brought more math to more millions than anyone else.

A razão para tal prende-se com o facto da matemática tratar fundamentalmente de ideias. É claro que, na sua natureza, a matemática tem associado a si um método. Além disso, tem muitas especificidades operacionais e formalismo próprios. Mas o que é realmente entusiasmante e capaz de tirar o sono a uma pessoa é a elegância das suas ideias.

As ideias matemáticas, devido ao tratamento abstracto de que são alvo, aparecem nos mais variados contextos, úteis, inúteis, na vida de ricos, de pobres, na literatura, ciência, vida quotidiana, etc. O que nos cativa de forma mais intensa são as ideias e não outra coisa qualquer. Mas para deixar essa marca nas pessoas, nada como escolher contextos surpreendentes, bem-humorados, estéticos e culturais. Foi isso que Gardner compreendeu em todo o seu esplendor. Os seus artigos, além de extremamente cuidados e carregados de ideias elegantes e sofisticadas, são enquadrados de forma inteligente e variada. Por vezes, motivos aparentemente muito distintos são ligados através da matemática e isso marca no leitor a enorme importância da disciplina, que é capaz de coisa tão poderosa.

Os textos que Martin Gardner assinou tornaram-se clássicos. Destacamos o Jogo da Vida de John Conway, Pavimentações de Penrose, Artes Visuais de Escher, Charadas Lógicas de Raymond Smullyan, Fractais de Mandelbrot, versão anotada do Alice no País das Maravilhas de Lewis Carroll, para não falar de Magia, Pseudociência ou centenas (literalmente centenas) de outros tópicos.

A título de exemplo, mostraremos o jogo *Jam* retirado do livro/colectânea de artigos *Mathematical Carnival*. Embora seja um jogo bastante simples e aparentemente “insosso”, há uma característica nele que o torna especial. É o porquê desse facto que debateremos de forma muito breve.

Neste jogo, são colocadas 9 cartas de 1 a 9 em linha em cima de uma mesa (o Ás é o 1). Dois jogadores alternam tirando uma carta dessa linha. O primeiro a coleccionar um subconjunto de três cartas cuja soma seja 15 ganha. É comum em Teoria de Jogos os jogadores chamarem-se Alice e Bob. Em homenagem à atenção dada por Gardner à magnífica obra de Carroll, consideremos um jogo opondo Alice a Bill *the Lizard* (não há Bob na obra de Carroll...). A sequência de jogadas neste jogo ilustrativo é a seguinte:

Bill 5 - Alice 3 - Bill 2 - Alice 6 - Bill 4 - Alice 9 - Bill 6

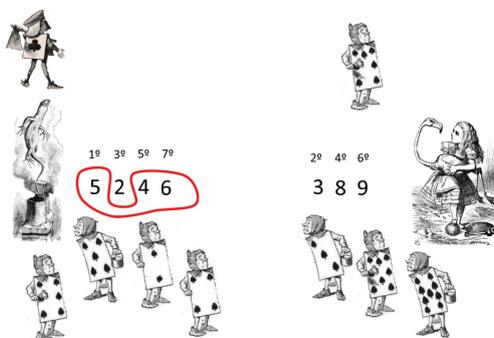


Figura 1: Derrota de Alice contra Bill *the Lizard*.

O 1 e o 7 não foram utilizados. O lagarto ganhou pois obteve o subconjunto $\{4, 5, 6\}$ cuja soma é 15.

Mudando radicalmente de assunto, mencionamos os *Quadrados Mágicos*, temática também tratada por Gardner. Um quadrado mágico consiste numa arrumação $n \times n$ dos n^2 primeiros números naturais de forma a que a soma mágica, na horizontal, vertical ou diagonal seja sempre igual.

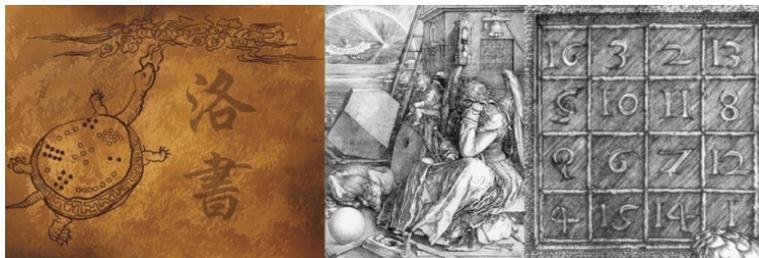


Figura 2: *Lo-Shu*, *Melancholia I*, detalhe no *Melancholia I*.



Figura 3: *Sagrada Família*, detalhe na *Sagrada Família*, quadrado mágico 3×3 .

Estas arrumações aparecem aqui e ali em temas místicos e artísticos. Uma antiga lenda chinesa (*Lo-Shu*) falava de uma tartaruga que vinha à tona de água com um quadrado mágico na carapaça. A informação relativa à soma mágica era sagrada e orientadora sobre o número de oferendas a enviar através do rio *Lo*. Também num quadro de Dürer, o *Melancholia I*, pode ver-se um quadrado mágico 4×4 cuja soma é 34. Já na mais recente *Sagrada Família*, Gaudí apresenta um quadrado mágico “falso” com números repetidos de forma a que a soma seja agora 33, a idade da morte de Jesus Cristo.

Muita matemática pode ser feita em torno dos quadrados mágicos: análise da soma mágica, número de disposições diferentes, etc. Mas uma utilização surpreendente de um quadrado mágico pode ser ilustrada voltando ao jogo entre a Alice e o Bill *the Lizard*.

A Alice e o Bill estiveram simplesmente a jogar o popular *Jogo do Galo* sobre um quadrado mágico! Quem conhece minimamente este jogo sabe que o primeiro lance da Alice foi um erro. Uma pessoa, ao perceber esta correspondência entre os dois jogos, tem uma sensação de autêntica *revelação*. E o jogador que pratique o jogo do quinze e que seja simultaneamente conhecedor deste segredo tem óbvia vantagem.

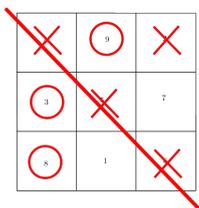


Figura 4: Derrota de Alice contra Bill *the Lizard* revisitada.

Martin Gardner tinha um refinado gosto para este tipo de abordagem. O seu leitor, além de viajar através de notas artísticas e culturais, contacta com engenhosas ideias matemáticas. Em muitos casos, qualquer pessoa está apta para desfrutar da ideia (como acontece neste exemplo). E, no que diz respeito a leitores matemáticos, são abertos ricos campos de exploração (neste exemplo, está subjacente a ideia de isomorfismo de jogos como sendo um isomorfismo de grafos). Todos ficam satisfeitos, podendo ter pensamentos de vários graus de sofisticação. Era assim Martin Gardner. Ainda é, provavelmente não morrerá.

3 Martin Gardner: A razão e o bom gosto

Jorge Nuno Silva (Universidade de Lisboa)

Martin Gardner (21.10.1914-22.05.2010) foi o maior divulgador da matemática de sempre. Ao longo da sua vida escreveu perto de duzentos livros sobre vários temas, da matemática à filosofia, passando pela magia. Em todos podemos apreciar a sua cristalina, alguns diriam erótica, racionalidade. Em Gardner o que surpreende e maravilha é sempre o prazer, o prazer de pensar. Por isso a matemática foi um dos seus campos de eleição, embora nunca tenha frequentado nenhuma aula desta disciplina, para além do ensino secundário.

Ao longo dos seus 25 anos de existência, de 1957 a 1981, a sua coluna “Mathematical Games”, na *Scientific American*, constituiu o maior expoente da divulgação matemática. Alguns resultados, e alguns matemáticos, foram aí expostos por Gardner pela primeira vez. A correspondência que encetou com muitos dos grandes vultos do século passado revelou-se muito enriquecedora, permitindo grande originalidade, alcance e correcção aos trabalhos publicados. Estreitou relações com Piet Hein, Conway, Knuth, Diaconis, Graham, Harary, Golomb, Penrose e muitos outros. O sucesso desta publi-

cação não pode ser sobrestimado. Como Graham disse, “Gardner transformou milhares de crianças em matemáticos e milhares de matemáticos em crianças”.

Este sucesso não se limitou ao meio matemático, foram inúmeros os leigos que ganharam gosto por temas matemáticos com a leitura de Gardner. Como Richard Guy escreveu, “Gardner brought more math to more millions than anyone else”.

A sua paixão pela matemática recreativa levou-o a defender a sua utilização na sala de aula, como método para cativar os alunos. Numa das suas entrevistas conta como, ainda muito novo, foi surpreendido pela professora de matemática quando investigava o Jogo do Galo. Foi repreendido: “aqui na aula só nos ocupamos de assuntos matemáticos”. A sua opinião, muitos anos depois, continuava a ser a de que o Jogo do Galo é um óptimo instrumento didáctico, que permite leccionar sobre vários temas curriculares de uma forma agradável.

Interessado em magia desde cedo, publicou muitos artigos e livros nesta matéria, mantendo-se sempre um elemento activo da respectiva comunidade. O reconhecimento a Martin Gardner é geral, mas dos matemáticos e dos mágicos ele recebe um carinho especial.

Desde 1993 que se realiza regularmente em sua honra, em Atlanta, nos EUA, um encontro sobre Matemática Recreativa e Magia. Trata-se do Gathering for Gardner (G4G) que recentemente realizou a sua undécima edição (G4G11), em Março de 2014.



Um encontro de índole semelhante começa a ganhar corpo na Europa, realizando-se nos anos ímpares em Portugal. O Recreational Mathematics Colloquium I (RMC I) aconteceu na Universidade de Évora em 2009, assim como o RMC II, este em 2011. A Universidade dos Açores acolheu o RMC III, em 2013. O próximo é já em janeiro de 2015, no Pavilhão do Conhecimento, em Lisboa (<http://ludicum.org/ev>).

A vida de Martin Gardner é celebrada por todo o mundo anualmente em 21 de outubro. O evento global —Celebration of Mind—junta milhares de entusiastas na partilha de pérolas, novas e velhas, da matemática recreativa e de magia.



Em Portugal temos participado neste movimento e este ano honramos o 100º aniversário de Gardner. No dia 21 de outubro de 2014, no Pavilhão do Conhecimento, faremos a nossa festa, que partilharemos, em directo, mediante ligação electrónica, com os nossos amigos em Israel. No dia 24 será a vez do Museu Nacional de História Natural e da Ciência acolher a nossa tertúlia!

O autor destas linhas, apreciador de Gardner desde cedo, essencialmente devido aos seus textos na *Scientific American*, não foi empurrado por ele para os estudos matemáticos. Esses acabaram por acontecer mais tarde, um pouco ao acaso e por ter conhecido um professor ímpar, extraordinário, mas isso são contas de outro rosário... O que Martin Gardner me deu foi a possibilidade de usar a mente com prazer. E fê-lo da forma mais eficaz: pelo exemplo!

Este será um entre outros testemunhos. Não vou escolher um tema preferido, outros o farão. Li e releio Martin Gardner regularmente. Participo em todos os eventos relevantes, nomeadamente em Portugal e nos Estados Unidos. A minha proposta é outra.

Para o público matemático que me lê, proponho uma reflexão. Gardner, como referi acima, foi um divulgador excepcional. A correcção científica dos seus textos é primorosa. Como se pode explicar isso, sabendo que nunca frequentou um semestre que fosse para além da escola secundária?

Creio, sinceramente, que podemos ganhar muito, na nossa dimensão docente, com esta reflexão.

4 Martin Gardner e a Matemática recreativa

José Carlos Santos (Universidade do Porto)

Os quinze livros de Martin Gardner sobre «Jogos matemáticos» são o *canon*: clássicos intemporais que valem sempre a pena ler e reler.

Donald Knuth

Em que consiste a Matemática recreativa? Não me vou alongar neste

tema, tanto mais que já existe o excelente texto [4] sobre este tópico, mas quero abordar algumas ideias erradas que provavelmente ocorrem na mente da maior parte das pessoas quando são expostas à expressão «Matemática recreativa»: de que se trata de Matemática fácil, superficial, sem interesse ou talvez mesmo que não mereça designar-se por Matemática. É claro que pode ser isso tudo. Considere-se, por exemplo, o seguinte problema:

Uma pessoa cria galinhas e coelhos no seu quintal. No total, os seus animais têm trinta e três cabeças e noventa e seis patas. Quantos animais tem de cada tipo?

Quem saiba um mínimo de Matemática (ao nível do início do Ensino Secundário) não terá dificuldade em resolver este problema algebricamente: se se representar por g o número de galinhas e por c o número de coelhos, então o problema anterior traduz-se no sistema de equações:

$$\begin{cases} g + c = 33 \\ 2g + 4c = 96, \end{cases}$$

cuja solução é $g = 18$ e $c = 15$.

De facto, este problema não é tão trivial quanto poderá parecer à primeira vista, pois uma criança que ainda não saiba traduzir o problema num sistema de equações (nem resolver o sistema) poderá achá-lo desafiante e resolvê-lo, por exemplo, do seguinte modo:

Como há 33 galinhas e coelhos, o número de patas de galinhas e de patas *traseiras* de coelhos é igual a 66. Mas sei que há 96 patas no total, pelo que há 30 patas *diantes* de coelhos e, portanto, 15 coelhos. Como há 33 cabeças, há 18 galinhas.

Frequentemente, problemas de Matemática recreativa podem ser resolvidos com pouca ou até nenhuma criatividade, recorrendo em vez disso à paciência necessária para testar um grande número de possibilidades. Por exemplo, considere-se a seguinte simplificação:

$$\frac{64}{16} = \frac{\cancel{6}4}{\cancel{1}6} = \frac{4}{1} = 4.$$

Acontece que, de facto, $64/16 = 4$. Um problema agora que se pode pôr é o seguinte:

Encontrar todos os pares de números com dois algarismos para os quais uma simplificação como a anterior é válida.

Embora seja conveniente pensar um pouco antes de se começar a procurar os pares de números nestas condições, é forçoso admitir que a componente matemática deste problema é de interesse reduzido.

Frequentemente, aquilo que passa por Matemática recreativa não é mais do que uma maneira lúdica de apresentar problemas matemáticos comuns. Um exemplo, retirado de [3], é o seguinte:

Num charco há um nenúfar, cujo caule está na vertical e cuja extremidade mais elevada se encontra a dez centímetros acima da superfície. Se se empurrar o nenúfar o mais possível para o lado sem que o caule se quebre, a extremidade mais elevada do nenúfar fica à superfície da água quando estiver a vinte e um centímetros do local de onde o caule saía originalmente da água. Qual é a profundidade do charco?

A resposta (17,05 cm) pode ser obtida recorrendo ao teorema das cordas³, que afirma que se A , B , C e D são pontos de uma circunferência e que se as cordas $[AB]$ e $[CD]$ se intersectam num ponto P , então $AP \cdot PB = CP \cdot PD$. Em alternativa, pode-se resolver o problema recorrendo ao teorema de Pitágoras. Em qualquer dos casos, a Matemática envolvida é bastante elementar e pouco estimulante.

É aqui que Martin Gardner se distinguiu particularmente. Os seus textos de Matemática recreativa são modelos do género, pois, para além de serem efectivamente recreativos, conseguem combinar Matemática interessante e estimulante, para além de, frequentemente, se tratar de Matemática recente na altura em que os textos foram escritos. Naturalmente, a elevada qualidade da escrita de Gardner também deve ser salientada. Um exemplo notável pode ser visto em [2, cap. 14]. Perto do fim da sua vida, Euler escreveu um notável texto de Matemática recreativa chamado *Recherches sur une nouvelle espèce de quarrés magiques*, onde menciona o seguinte problema:

Será possível dispor trinta e seis oficiais de seis patentes distintas e de seis regimentos distintos num quadrado da forma 6×6 de forma que em cada linha e em cada coluna haja somente um oficial de cada patente e somente um oficial de cada regimento?

Euler não conseguiu resolver o problema, mas conjecturou que a resposta é negativa (e tinha razão, mas isso só foi demonstrado em 1901) e que, mais geralmente, o problema análogo para n^2 oficiais de n patentes e n regimentos distintos não tem solução quando n for par mas não for múltiplo de 4.

³Esta é a solução fornecida pelo autor.

O texto de Gardner acima referido explica como foi provado recentemente (relativamente à altura em que o texto foi escrito) que, com excepção do caso $n = 6$, Euler estava errado. De facto, o problema tem solução sempre que n é um número par maior do que 6 que não seja múltiplo de 4.⁴

Pessoalmente, creio que de todas as ideias matemáticas das quais tomei conhecimento através de Martin Gardner, aquela na qual pensei mais vezes é o paradoxo de Simpson, sobre o qual Gardner disserta (sem lhe dar qualquer nome) em [1]. É um paradoxo estatístico, que parte da seguinte situação: uma amostra M de indivíduos está dividida em várias sub-amostras M_1, M_2, \dots, M_n . Suponha-se que é feita uma análise estatística a cada uma das sub-amostras e que essa análise revela uma certa tendência em *todas* elas. É de esperar que a mesma tendência seja detectada se se fizer a mesma análise estatística a toda a população M , certo? Errado! Em certos casos, a tendência inverte-se! Gardner ilustra o paradoxo com a história imaginária de uma especialista em estatística que se inscreve em dois clubes de encontros e que quer conhecer um homem interessado num encontro sem compromissos. Constata que em ambos os clubes há uma maior proporção de homens interessados em encontros sem compromissos entre aqueles que têm bigode do que entre aqueles que não têm e, por isso, quando descobre que vai haver um encontro conjunto dos membros de ambos os clubes, parte do princípio de que o mesmo continua a ser verdade no conjunto formado pelos homens dos dois clubes. Mas, por prudência, resolve fazer os cálculos e, para sua grande surpresa, descobre que, pelo contrário, ao se unirem os dois clubes, passa a ser mais provável que seja um homem sem bigode a não estar interessado num relacionamento sério do que um homem com bigode!

Depois de se ler uma coisa destas, como é possível não ficar viciado em Martin Gardner?

Referências

- [1] M. Gardner, *Aha! gotcha: Paradoxes to puzzle and delight*, W. H. Freeman, 1982.
- [2] M. Gardner, *New mathematical diversions (revised edition)*, Mathematical Association of America, 1995.
- [3] S. Loyd, *100 puzzles matemáticos*, Publicações Europa-América, 1998.

⁴Além disso, o problema também tem solução se n for ímpar ou múltiplo de 4, como Euler provou.

- [4] A. Machiavelo, *Algumas observações sobre a Matemática recreativa*, Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática **58** (2008) pp. 67–89.

5 Quando a Matemática mudou

José Paulo Viana (Escola Secundária de Vergílio Ferreira, Lisboa)

Já não sei bem quando foi. 1974? 1975? Mas foi em Paris. Na livraria *La Joie de Lire*? Ou numa das inúmeras bancas à beira do Sena que vendem livros usados? O que interessa é que, de repente, encontrei um livro com um título que logo me atraiu: *Nouveux Divertissements Mathématiques* (Novos Divertimentos Matemáticos).

Quando comecei a lê-lo, a adesão foi imediata. Ali estava uma matemática diferente da que conhecia. Cada capítulo começava com um problema intrigante ou com um teorema invulgar ou com um jogo pouco conhecido ou com uma magia matemática ou sei lá o quê. Seguia-se uma análise, normalmente não rotineira, da questão inicial e depois partia-se por caminhos inesperados, indo cada vez mais longe ou testando variantes ou acrescentando complementos. Uma verdadeira festa. Aquela forma de abordar a Matemática correspondia perfeitamente ao que eu gostava de fazer. Ah! ignorante que eu era, não conhecia o autor, Martin Gardner.

Nessa altura, em Portugal, não havia nada dele publicado (aliás, não havia quase nada no que se refere à divulgação matemática). Bem procurei, mas nada encontrei. Ao fim de algum tempo, o melhor que conseguia era ir à biblioteca de uma universidade ou do Ministério da Educação e ler a coluna que ele escrevia regularmente na revista *Scientific American*. Era sempre uma delícia! Como as fotocópias, apesar de caras, já existiam nessa altura, levava comigo uma cópia do artigo para poder pensar melhor em casa nas inúmeras questões que lá eram levantadas.

Como o título daquele meu primeiro livro se referia a *Novos Divertimentos*, isso queria dizer que havia outros divertimentos anteriores e, portanto, outros livros. Tinha de ir à procura deles lá fora. Assim, a partir daí, cada vez que ia ao estrangeiro, trazia um novo livro dele. Por curiosidade, fui ver o que tenho cá em casa e encontrei seis vindos de França, quatro da Espanha e três dos Estados Unidos. Felizmente, em 1990, a Gradiva começa a publicar os seus livros (o primeiro foi *Ah, Descobri!*) e agora já há bastantes disponíveis para os leitores portugueses.

Foi através de Martin Gardner que fiquei a conhecer vários truques de

magia matemática, que bem úteis me têm sido. Mas, claro, o melhor de tudo são os problemas (ou, mais precisamente, o olhar que Martin tinha sobre eles). Os meus preferidos estão lá quase todos. Um dos mais fascinantes é o dos triângulos "pentólogos", referido em *O Círculo Matemático*:

Se dois triângulos são geometricamente iguais, então têm obrigatoriamente seis elementos iguais: os três lados de um são iguais aos três lados do outro, e o mesmo acontece com os três ângulos. Será possível existirem dois triângulos diferentes, embora tenham cinco elementos iguais?

Primeiro, parece impossível. Pensamos, damos umas voltas, voltamos a pensar e, Ah! descobrimos uma solução. Ficamos entusiasmados, pensamos mais um bocadinho e, de repente, percebemos que é possível ir mais longe e mais longe...

Obrigado, Martin.



Martin Gardner iterado, por Bruce Torrence

Retrato de Martin Gardner produzido colorindo peças individuais numa pavimentação de Penrose de papagaios e dardos. Gardner apresentou ao mundo estas pavimentações na sua coluna em janeiro de 1977. Estas pavimentações nunca são periódicas, mas esta, em particular, exhibe uma simetria rotacional pentagonal. Foi feita com o *Mathematica* usando sete iterações de um pentágono formado por cinco papagaios (ver <https://flic.kr/p/9TSaJm>).