

# Problemas

Editor:  
*Jorge Nuno Silva*

---

## NOTAS SOBRE O PROBLEMA ANTERIOR E HARRY POTTER VAI ÀS COMPRAS

*Jorge Nuno Silva*

Os leitores são convidados a enviar, para eventual publicação, soluções, comentários, propostas de problemas, etc. Essa correspondência deve ser enviada para a SPM, ao cuidado do editor desta secção. Há livros da Gradiva para sortear entre as soluções recebidas em cada número.

Relembremos o problema do número anterior.

### *Como aumentar os seus rublos*

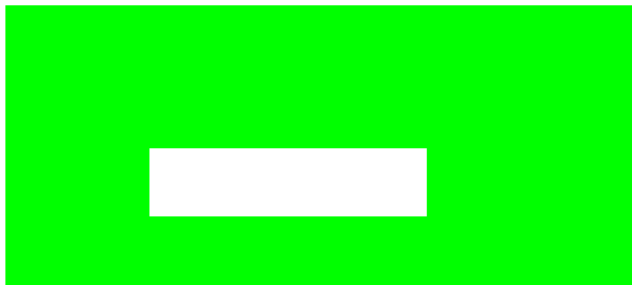
Vladimir Arnold é autor de um famoso livro de problemas de nível avançado, *Arnold's Problems*, Springer 2004. Inspirado nos seminários que dirigiu em Moscovo nos anos 1960, primeiro, e em Paris após 1990, a obra contém problemas que têm nortado muito trabalho de investigação.

Hoje proponho o primeiro desses problemas. Na sua versão original, Arnold pergunta se é possível, por dobragens, aumentar o perímetro de uma

nota de um rublo. Refraseando: pode, por dobragens sucessivas a partir de um rectângulo, obter-se um polígono de maior perímetro?

O conceito de dobragem, no nosso contexto, diz respeito a uma linha recta que intersecte a figura original.

A pergunta pode enunciar-se para um polígono geral, não necessariamente convexo. Por exemplo, para o “rectângulo defectivo” da figura.



Se considerarmos a dobragem habitual, a resposta é negativa. Se relaxarmos as restrições desta transformação, a resposta deixa de ser simples. Uma discussão das várias possibilidades apareceu num artigo de Ivan Yaschenko (“Make your dollar bigger now!”, *Mathematical Intelligencer* **20** (2), 1998, 38–40).

*Harry Potter vai às compras*

Harry Potter desloca-se a Hogsmeade, mais precisamente a uma loja em Diagon Alley, com a intenção de comprar uma vassoura, uma boa vassoura para a prática do Quidditch. Harry munuiu-se de quantidade ilimitada de Galleons de ouro, de Sickles de prata e de Knuts de bronze. Relembremos que 1 Galleon = 17 Sickles, 1 Sickle = 29 Knuts.

De quantas formas pode Harry pagar uma vassoura que custa  $n$  Sickles usando todas as possíveis combinações de moedas? Seja essa sucessão  $a_n$ .

Para  $z \in \mathbb{C}$ , determine

$$\sum_n a_n z^n \quad \text{e} \quad \lim \frac{a_n}{n^2}.$$