

MOMENTO E OPORTUNIDADE:
UMA NOTA NA HISTÓRIA DA TRANSFORMADA RÁPIDA
DE FOURIER

Paulo Mónica *Diogo Mónica*
CINAV/EN INESC-ID

A FFT — *Fast Fourier Transform* (e.g. [1]) foi já considerada um dos 10 algoritmos computacionais mais influentes do Século XX ([2], [3]). O seu enorme impacto deve-se, em larga medida, ao vasto campo de aplicações da transformada que implementa, o qual, por sua vez, se deve à aparente obsessão da Natureza com modos de funcionamento lineares, ou aproximadamente lineares. No entanto, a FFT ganhou já o seu lugar próprio, como um dos produtos da Matemática Aplicada de maior impacto e sucesso.

A história da FFT é bem conhecida, e continua a ser frequentemente revisitada (e.g. [4]). Há, porém, um pequeno evento, largamente desconhecido, que, segundo os autores julgam saber, nunca foi difundido ou publicado. Embora largamente irrelevante para o desenvolvimento do algoritmo, este episódio oferece-nos um bom exemplo dos papéis que o momento, a oportunidade e o carácter desempenham na história e percurso da Ciência.

Nos anos finais da década de 1950, o potencial prometido pela Transformada de Fourier estava ainda, em grande parte, por realizar. Embora fosse uma ferramenta teórica poderosíssima, a sua aplicação a sequências de dados era limitada. O problema residia no enorme custo computacional associado à execução da Transformada Discreta de Fourier (N^2 multiplicações, sendo N o número de amostras na sequência de dados). Os computadores digitais estavam ainda na sua infância, e o poder computacional era um recurso escasso. No entanto, não existiam alternativas. O método de Goertzel [5] era já conhecido, mas a sua utilidade estava restrita aos casos em que apenas se pretendiam obter alguns (poucos) dos coeficientes de Fourier.

Nessa altura, porém, algo mudou. John Tukey¹ (*Bell Labs*) tinha desenvolvido uma aproximação engenhosa ao cálculo da Transformada Discreta de Fourier (hoje conhecida por algoritmo de Cooley-Tukey²), a qual neces-

¹Estatístico americano, e uma das mentes mais brilhantes do Séc. XX. Embora o seu impacto mais profundo tenha sido na Estatística, o seu legado estende-se a muitas outras áreas.

²Veio-se posteriormente a verificar tratar-se de uma redescoberta independente. Não só a base deste algoritmo tinha já sido trabalhada por Gauss em 1805 [6], como alguns outros autores já tinham proposto aproximações essencialmente semelhantes (e.g. [7]). Não referiremos estes antecedentes, porém, por não terem qualquer tipo de impacto nos objectivos deste artigo.

sitava apenas de $\frac{N \log_2(N)}{2}$ multiplicações. Para qualquer tamanho razoável de N , a diferença é substancial. Sem este algoritmo, genericamente conhecido por FFT³, grande parte da tecnologia actual seria computacionalmente inviável.

A implementação do algoritmo de Tukey não era, porém, trivial, devido às limitações estruturais dos computadores então existentes. Ciente disso, Tukey abordou o seu colega Richard Hamming⁴, o qual decidiu (correctamente) que não havia vantagem prática em implementar o algoritmo. O problema era que, com o algoritmo proposto, era necessário reorganizar os dados a cada iteração. Com os computadores da altura (e.g. IBM 650), isso implicava um moroso processo manual de reorganização de cartões perfurados, eliminando-se assim os ganhos obtidos com a redução do esforço computacional.

Cerca de dois anos depois, Tukey, inconformado com a não-utilidade do algoritmo, voltou a abordar Hamming. E é aqui que a História chega a um desvio. A forma como tudo se passou dependeu de um conjunto de circunstâncias onde entraram, em partes iguais, a personalidade de Hamming, e o momento em que Tukey faz a insistência. Richard Hamming tinha regras muito claras e definidas sobre a forma de fazer ciência, uma das quais era a absoluta convicção de que não se pode perder tempo com problemas não-relevantes, incluindo-se nesta categoria os problemas (ainda que importantes) para os quais não haja mecanismos de ataque (e.g. [8]). Assim, e sem surpresa, respondeu que já tinha perdido tempo a analisar o assunto uma vez, e seria perda de tempo reanalisá-lo [9].

Como sabemos hoje, Tukey não desistiu e, em 1963, através de Richard Garwin (eram ambos membros do Comité Presidencial de Aconselhamento Científico), veio a contactar com James W. Cooley (IBM Research), que implementou o algoritmo, e publicou o famoso artigo de 1965 [1]. Estava feita história e, desta vez, o nome de Hamming não constava dela.

O que correu mal com a análise de Hamming? O problema foi que, aquando da segunda abordagem de Tukey, os computadores tinham evoluído, e possuíam já quantidades razoáveis de memória electrónica, o que queria dizer que a reordenação que a FFT requeria podia agora ser feita na

³Posteriormente, vieram a ser desenvolvidos outros algoritmos para o cálculo rápido da Transformada Discreta de Fourier, pelo que a designação de FFT se refere, agora, a um conjunto de algoritmos diferentes.

⁴Matemático americano, posteriormente «convertido» às Ciências da Computação. Ingressou nos *Bell Labs* após o encerramento do Projecto Manhattan. Fundador da Teoria da Codificação. Códigos de Hamming, Janela de Hamming, e Distância de Hamming são alguns dos exemplos do seu legado científico.

memória central, sem necessidade de recorrer a cartões perfurados. Hamming, porém, ao impor uma das regras que lhe permitiram fazer tanta Ciência, apenas conseguiu fazer com que a Ciência, daquela vez, lhe passasse ao lado. Porque não quis refazer trabalho já feito, não reparou na mudança de contexto. Como ele próprio tantas vezes veio a dizer [9]: «I made a stupid mistake. It should have been the Hamming-Tukey algorithm».

A história da FFT podia ter sido diferente. Esteve quase a sê-lo. Podíamos ter agora o algoritmo de Hamming-Tukey, e não o algoritmo de Cooley-Tukey. Só assim não é, por aplicação da mesma regra que nos permitiu ter os Códigos de Hamming, as Janelas de Hamming, e tantos outros resultados em Análise Numérica e em Teoria da Codificação. As regras procedimentais nem sempre funcionam em Ciência. A única que parece ser consistentemente válida é a seguinte: «Ciência faz-se assim; ou então, ao contrário.».

Bibliografia

- [1] Cooley, James W., and John W. Tukey, «An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series,» *Math. Comput.* **19**, 297–301 (1965).
- [2] Dongarra, J., Sullivan, F., «Top Ten Algorithms of the Century,» *Computing in Science & Engineering* **2** (1), pp. 22–23 (2000).
- [3] Cipra, Barry A. , *SIAM News* **33** (4) (2000).
- [4] Cooley, James W., Lewis, Peter A. W., and Welch, Peter W., «Historical notes on the fast Fourier transform,» *Proc. IEEE* **55** (10), p. 1675–1677 (1967).
- [5] Goertzel, G., «An Algorithm for the Evaluation of Finite Trigonometric Series», *American Mathematical Monthly* **65** (1), pp. 34–35, Jan (1958).
- [6] Heideman, M. T.; Johnson, D. H.; Burrus, C. S., «Gauss and the history of the fast Fourier transform». *IEEE ASSP Magazine* **1** (4), (1984).
- [7] Good, I. J., «The interaction algorithm and practical Fourier analysis», *Journal of Royal Stat. Soc.* **20**, pp. 361–372, 1958.
- [8] Hamming, Richard W., «You and Your Research», *Bell Communications Research Colloquium Seminar*, New Jersey, March 1986.
- [9] Hamming, Richard W., Comunicação oral ao primeiro autor, *Naval Postgraduate School*, Monterey, Outono de 1988.