

## A REGRA GERAL DE GONÇALO TRANCOSO

*Carlos Pereira dos Santos*

Centro de Análise Funcional, Estruturas Lineares e Aplicações  
Avenida Rovisco Pais  
1049-001 Lisboa  
e-mail: cmfsantos@fc.ul.pt

*Carlota Simões*

Centro de Física e Museu da Ciência da Universidade de Coimbra  
Largo Marquês de Pombal  
3000-272 Coimbra  
e-mail: carlota@mat.uc.pt

De acordo com o Novo Testamento, o *Domingo de Páscoa* celebra a ressurreição de Jesus Cristo, ocorrida três dias depois da sua crucificação. Esta celebração constitui a mais antiga e importante festa cristã e a sua data está relacionada com alguns outros importantes eventos. Entre eles estão a *Sexta-Feira Santa*, antecedendo o domingo de Páscoa e assinalando a crucificação de Cristo e a *Quarta-Feira de Cinzas*, antecedendo o domingo de Páscoa em 40 dias (não contando domingos) e assinalando a fragilidade da vida humana. Sendo assim, por motivos óbvios, a determinação da

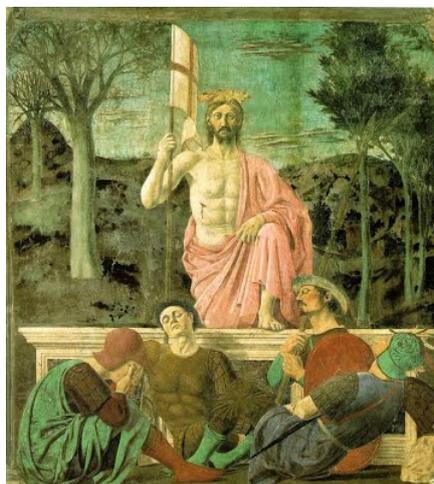


Figura 1: *Ressurreição*, Piero de la Francesca, 1460.

data da Páscoa foi sempre um assunto muito importante. Um exemplo paradigmático desta preocupação pode ser observado na obra *Regra geral*

*para aprender a tirar as festas mudaveis do ano* [1] do contista português do séc. XVI, Gonçalo Fernandes Trancoso (1520-1596). Embora mestre de humanidades (autor do clássico *Contos e Histórias de Proveito e Exemplo*, 1575), a preocupação com a “arte” de determinar a data da Páscoa não o deixou indiferente, escrevendo um documento dedicado ao assunto (1565, publicado em 1570). Segundo Trancoso, tirar as datas das festas móveis pela mão trata-se de “arte antiga”, passível de ser executada por crianças pequenas.

Mais tarde, Luciano Pereira da Silva (1864-1926), matemático e lente catedrático em Coimbra, fez uma análise rigorosa da obra de Trancoso [2]. Nas suas próprias palavras, o trabalho desse tipo encontrado no *Livro de Marinharía* [3] estava “incompletamente redigido e desacompanhado de figuras, necessitando por isso de maior explicação.”



Figura 2: Luciano Pereira da Silva (1864-1926).

Na modernidade somos invadidos por uma vasta gama de soluções tecnológicas. Temos computadores, relógios e calendários digitais, capazes de nos dar de forma imediata a resposta à questão da data pascal. No entanto, o assunto continua a ter importância histórica e cultural, pretendendo o presente texto apresentar este interessante exemplo português. Todas as ilustrações em causa podem ser encontradas animadas em [4]. Nessa mesma plataforma, a título de curiosidade, é indicada uma adaptação do processo

de Trancoso para a determinação da Páscoa moderna, sob alçada do calendário do Papa Gregório XIII . O leitor que queira ter acesso a um computador relacionado com as temáticas tratadas neste texto pode consultar [5].

#### PRIMEIRO CONCÍLIO DE NICEIA

Em 325 d.C., em Niceia (actualmente Íznik na Turquia), reuniu-se uma assembleia, representando toda a cristandade. Foram procurados alguns consensos, sendo um deles a fixação da data da Páscoa.



Figura 3: *O Concílio de Niceia*, Mary Yonge.

A esse respeito, fixaram-se as seguintes regras:

1. A luação pascal calculada através do calendário juliano é a luação cujo 14<sup>o</sup> dia (Lua cheia) cai no dia 21 de Março ou depois dessa data.
2. A Páscoa celebra-se no primeiro domingo posterior ao plenilúdio pascal (Lua cheia pascal). Se este cai num domingo, deverá celebrar-se a Páscoa no domingo seguinte.

Daqui se conclui que, para acertar no intervalo de tempo certo, o novilúnio (Lua nova) não pode ter lugar antes de dia 8 de Março nem depois de dia 5 de Abril.

Ao observar estas regras, facilmente se percebe que os factores determinantes são o estado da Lua e a indexação dos dias da semana ao ano em

causa. Trancoso explica três conceitos fundamentais a serem tratados com as mãos, o *Número Áureo*, a *Epacta* e a *Letra Dominical*. Os dois primeiros relacionam-se com o primeiro factor e o terceiro relaciona-se com o segundo factor.

#### NÚMERO ÁUREO

Imagine o leitor que ocorriam as duas situações seguintes (não ocorrem):

Duração do Ano = 365,25 dias.

Lunação (tempo entre duas luas novas consecutivas) = 29,53085106 dias.

Se isto fosse verdade, uma simples conta permitiria ver que 19 anos corresponderiam exactamente a 235 lunações. Ou seja, a mesmíssima situação lunar no início do ano repetir-se-ia de 19 em 19 anos.

Acontece que a realidade é a seguinte:

Duração do Ano = 365,256363 dias.

Lunação (tempo entre duas luas novas consecutivas) = 29,530589 dias.

Mesmo assim, o ciclo de 19 anos é uma fantástica aproximação para a periodicidade com que se repetem situações lunares no início do ano. Este ciclo foi descoberto pelo astrónomo grego Meton em 432 a.C. e é denominado *Ciclo Metónico*.

Devido a este facto, atribui-se um número de 1 a 19 a cada ano, correspondente à sua ordem no ciclo metónico. Atribuiu-se o número 2 ao ano 1 d.C. Esse número de ordem chama-se *Número Áureo*. Eis os primeiros números áureos da era cristã.

Ano	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Nº Áureo	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1

Ano	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
Nº Áureo	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1

O leitor com espírito aritmético imediatamente compreende que

$$\text{Número Áureo (Ano)} = \text{Resto da divisão inteira de (Ano + 1) por 19} \\ \text{(se igual a 0, considera-se 19).}$$

As questões que se colocam em seguida são as seguintes:

1. Como determinar expeditamente o resto de uma divisão por 19?
2. É possível fazer isso com recurso aos dedos de uma mão?

Trancoso responde a ambas as questões. Repare-se que o resto da divisão de 1000 por 19 é 12; o resto da divisão de 100 por 19 é 5; o resto da divisão de 20 por 19 é 1. Sendo assim, para números da ordem de grandeza das datas, o critério de divisibilidade por 19 é enunciado da seguinte forma:

*Troque-se cada milhar por 12, cada centena por 5 e cada vintena por 1. Em seguida, pense-se no resultado como se de o número original se tratasse. Se necessário, efectue-se nova remessa de substituições [2].*

Exemplo: Considere-se o ano de 1498 que, adicionado de 1, resulta em 1499. Após substituições, ficamos com 55. Após novas substituições, temos 17. O número áureo de 1498 é 17.

Acontece que temos 19 juntas numa mão (se contarmos com os topos dos dedos). Após a primeira remessa de substituições, transformando 1499 em 55, o resto de 17 pode ser alcançado contando as juntas, como se mostra na Figura 4.

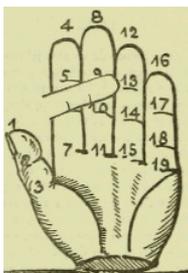


Figura 4: Determinação do número áureo pela mão.

É claro que é capaz de ser mais simples efectuar as substituições até ao fim, em vez de utilizar a mão. No entanto, não deixa de ser uma coincidência curiosa.

## EPACTA

Se considerarmos que uma luação corresponde sensivelmente a 29,5 dias, podemos concluir que 12 lunações correspondem a 354 dias. Há um desfasamento de cerca de 11 dias entre a duração de um ano e 12 lunações completas. Se o momento inicial do ano zero corresponder a uma Lua com 11 dias, o início do ano 1 corresponderá a uma Lua com 22 dias, o do ano 2 a uma Lua com 3 dias, etc. A esta “idade” da Lua no início do ano, medida em dias, chamou-se *epacta*. Ilustremos novamente a progressão com auxílio de uma tabela.

Ano	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1
Nº Áureo	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	7	18	29	11

Atribua-se aos dezanove números áureos, por ordem, os números 10, 20 e 30, ou seja, a sucessão 10, 20, 30, 10, 20, 30, . . . . O termo geral é dado pela expressão

$$10 \times (1 + \text{Resto}(\text{Áureo} + 2; 3)).$$

A determinação da epacta correspondente a cada número áureo pode ser obtida somando-o ao número 10, 20 ou 30 que lhe competir, subtraindo depois 30 a essa soma sempre que exceda 30. A fórmula é a seguinte:

$$\text{Epacta} = \text{Resto}(\text{Áureo} + 10 \times (1 + \text{Resto}(\text{Áureo} + 2; 3)); 30).$$

Dada a complexidade da fórmula, os dedos são uma boa ajuda. Trancoso propõe uma engenhosa utilização do polegar. Marcando os símbolos x, xx e xxx, basta contar sobre ele o número áureo, somando-o ao valor da junta final (retirando 30 ao resultado, se necessário). Continuando com o exemplo de 1498, a que corresponde A=17, ilustramos o método na Figura 5.

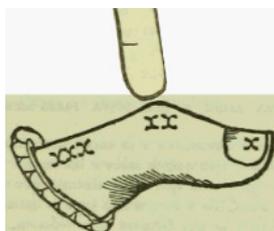


Figura 5: Determinação da epacta pela mão.

Relativamente ao ano 1498, a epacta é 7 (após retirar 30 a 37).

O QUE FAZER COM O NÚMERO ÁUREO E COM A EPACTA?  
CALENDÁRIOS JULIANO E GREGORIANO

Naturalmente, o número áureo e a epacta servem para a determinação dos novilúnio e plenilúdio da luação pascal. Para levar isso a cabo, é necessário tecer algumas considerações prévias sobre o calendário.

O *Calendário Juliano* foi implantado pelo imperador Júlio César em 46. a.C. Com as alterações feitas pelo imperador Augusto em 8 d.C., este calendário continua a ser utilizado pelos cristãos ortodoxos em vários países. A regra fundamental do calendário juliano é a seguinte: *Os anos bissextos ocorrem sempre de quatro em quatro anos, quando o ano é divisível por 4*. Sendo assim, o calendário juliano assume que a duração de um ano é exactamente 365,25 dias.

O *Calendário gregoriano* foi promulgado pelo Papa Gregório XIII (1502-1585) em 24 de Fevereiro de 1582, pela bula *Inter gravíssimas*. É hoje oficialmente utilizado pela vasta maioria dos países. Este calendário tem em conta o facto do ano não ter 365,25 dias exactos e faz um ajuste. A regra de ajuste, única diferente em relação ao calendário juliano, é a seguinte: *os anos seculares (1600, 1700, 1800, etc.) só são considerados bissextos se forem divisíveis por 400*.



Figura 6: Detalhe no sepulcro papal: o calendário é apresentado por António Lilio.

Todo o processo exposto por Gonçalo Trancoso está pensado para o calen-

dário juliano <sup>1</sup>. Como visto anteriormente, o ciclo metónico não corresponde a 19 anos exactos. Em cada 312 anos e meio há um atraso de um dia. Na altura da reforma de Gregório XIII, o atraso ascendia a 4 dias, pelo que é tradição eclesial efectuar uma soma de 4 aquando a feitura dos cálculos. Chamaremos ajuste a este incremento de 4.

Fora isto, no que diz respeito à translação de juliano para gregoriano, observe o leitor que, por haver mais dias no juliano, o calendário gregoriano vai acumulando uma diferença. Nos dias de hoje ( $1900 \leq A < 2100$ ), a diferença é de 13 dias; na época ( $1800 \leq A < 1900$ ), a diferença era de 12 dias; na época ( $1700 \leq A < 1800$ ), a diferença era de 11 dias; na época ( $1500 \leq A < 1700$ ), a diferença era de 10 dias. Na altura da reforma gregoriana, foram omitidos dez dias, deixando de existir os dias entre 5 a 14 de Outubro de 1582. A bula ditou que o dia seguinte à quinta-feira, 4 de Outubro, fosse sexta-feira, 15 de Outubro. Actualmente, se quisermos pensar na data ortodoxa em termos do calendário de Gregório, temos de somar um *incremento gregoriano* de 13 dias. Na época de Trancoso, o incremento era 10. Resumindo tudo numa lista de regras práticas:

1. A epacta (designada por  $E$ ) traduz o estado da Lua no início de Março.
2.  $30 - E$  é o que falta para completar a luação e atingir o novilúcio pascal.
3. Deve somar-se um *ajuste* de 4 a  $30 - E$ .
4. Normalmente  $30 - E$  resulta num número maior ou igual a 4 e, após ajuste, o resultado cai no intervalo de tempo imposto. Só há dois casos em que isso não acontece:  $30 - E = 1$  e  $30 - E = 2$  ( $30 - E$  nunca resulta em 3, uma vez que  $E = 27$  não ocorre). A esses casos, correspondem os novilúnios 31 de Março e 1 de Abril. Após o ajuste, esses casos são 4 de Abril e 5 de Abril.
5. Para determinar o plenilúcio, basta somar 13 dias (ou 14, contando com o próprio, correspondendo sensivelmente a  $\frac{1}{2}$  luação).
6. Por fim, se quisermos passar para o calendário gregoriano, devemos somar 10 no tempo de Trancoso ou 13 nos nossos tempos.

Consideremos novamente o caso de 1498, com  $A = 17$  e  $E = 7$ .

---

<sup>1</sup>A obra de Trancoso foi publicada em 1570 e o calendário gregoriano só entrou em vigor em 1582.



temos que  $N$  são voltas completas,  $q$  indica o que tem de se andar de 4 em 4 (roda interior) e  $d$  indica o que tem de se andar de 1 em 1 (roda exterior). Trancoso propõe uma forma de se passar este dinamismo para a mão. Considere-se novamente  $1498 = (53 \times 7 + 3) \times 4 + 2$ . Temos de andar 3 na roda interior e 2 na exterior, como é exemplificado na Figura 8.

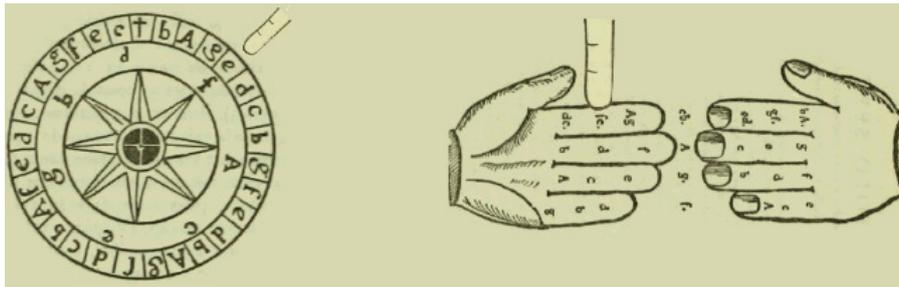


Figura 8: Determinação da letra dominical pela mão.

Através deste processo, descobre-se que a letra dominical de 1498 é G. O primeiro domingo de 1498 foi o 7º dia do ano. Com uma translação simples, ficamos a saber que os domingos de Abril foram 1, 8, 15, 22 e 29. O domingo após o plenilúdio pascal de 9 de Abril foi no dia 15 de Abril. Essa data foi o domingo de páscoa de 1498.

Luciano Pereira da Silva esclarece que o dia glorioso em que a armada portuguesa chegou a Melinde foi um domingo de Páscoa, dia assinalado na obra camoniana.

*Era no tempo alegre, quando entrava  
No roubador de Europa a luz febeia  
Quando um e outro corno lhe aqueitava  
E Flora derramava o de Amalteia  
A memória do dia renovava  
O pressuroso sol que o céu rodeia  
Em que Aquele, a quem tudo está sujeito,  
O selo pôs a quanto tinha feito.*

Os Lusíadas, II, 72

É dado bem conhecido: os portugueses chegaram a Melinde no dia 15 de Abril de 1498.

## Referências

- [1] Gonçalo Fernandes Trancoso, *Regra geral pera aprender a tirar pola mão as festas mudaueis, que vem no anno, a qual ainda que he arte antiga está per termos mui claros*, Lisboa: Francisco Correa, 1570.
- [2] Luciano Pereira da Silva, *Obras Completas de Luciano Pereira da Silva*, Volume III, Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, Divisão de Publicações e Biblioteca : Agência Geral das Colónias, 1946.
- [3] *Livro de Marinharia*, copiado e coordenado por Jacinto I. de Brito Rebelo, Lisboa, 1903.
- [4] Animações: <https://sites.google.com/site/trancosomoveis>
- [5] Calculador: [http://www.staff.science.uu.nl/~gent0113/easter/easter\\_text2a.htm](http://www.staff.science.uu.nl/~gent0113/easter/easter_text2a.htm)