

# História da Matemática

Editor:  
*Luís Saraiva*

---

## O CORRETOR DE RUMOS DE GAGO COUTINHO E SACADURA CABRAL

*António Costa Canas*

Escola Naval & CINAV & CH-ULisboa & CIUHCT  
Base Naval de Lisboa – Alfeite, Almada  
e-mail: [costa.canas@marinha.pt](mailto:costa.canas@marinha.pt)

*Magda Ramires Marabujo*

Escola Naval  
Base Naval de Lisboa – Alfeite, Almada  
e-mail: [magda.ines.marabujo@marinha.pt](mailto:magda.ines.marabujo@marinha.pt)

*Teresa Sousa*

Escola Naval e CINAV-Centro de Investigação Naval  
Escola Naval – Alfeite, Almada  
Centro de Matemática e Aplicações (CMA), FCT – UNL, Caparica  
e-mail: [teresa.maria.sousa@marinha.pt](mailto:teresa.maria.sousa@marinha.pt)

**Resumo:** Na travessia aérea do Atlântico Sul, em 1922, foram usados métodos astronómicos de navegação, adaptados da navegação marítima. Para a sua aplicação era importante conhecer a posição estimada da aeronave com algum rigor. Na maior parte dos casos, o conhecimento da direção seguida pela aeronave e da sua velocidade, em relação ao ar, não são suficientes para

determinar essa posição com rigor, pois o vento pode provocar desvios significativos no movimento da aeronave. A determinação do efeito do vento, conhecido como deriva, era fundamental para melhorar o rigor da posição estimada. Gago Coutinho e Sacadura Cabral conceberam um instrumento, o corretor de rumos, que permitia calcular, de uma forma expedita a deriva provocada pelo vento. Além disso, o corretor de rumos servia igualmente para determinar qual a direção para a qual deveria apontar a aeronave, de modo a seguir na direção desejada. Neste artigo será explicado em que consiste o problema da deriva assim como o processo de cálculo da mesma, usando o corretor de rumos. Serão apresentadas inúmeras ilustrações, para uma melhor compreensão dos procedimentos de cálculo, sendo igualmente apresentadas as principais fórmulas de cálculo que serviram de suporte teórico à construção do instrumento.

**Palavras-chave:** Navegação Aérea, Corretor de Rumos, Gago Coutinho, Sacadura Cabral, Travessia do Atlântico Sul.

**Abstract:** In the South Atlantic Aerial Crossing, in 1922, several methods of astronomical maritime navigation were used with adaptations to aerial navigation. In order to apply these methods, the navigator needed to know the position of the aircraft. In most cases, the knowledge of the direction and the velocity of the aircraft are not enough to determine its real position since the influence of wind may change its course significantly. Therefore, knowing the direction and velocity of the wind were crucial to best estimate the real position of the aircraft. Gago Coutinho and Sacadura Cabral invented an instrument, the path corrector, that enabled the navigator to determine the direction and velocity of the wind, furthermore, the path corrector could also be used to determine the new direction of the aircraft in order to compensate the wind drift. In this paper we will study the detailed construction of the path corrector. The paper contains various diagrams to better understand its construction as well as the way the instrument would be used during the flight.

**Keywords:** Air Navigation, Path Corrector, Gago Coutinho, Sacadura Cabral, South Atlantic Aerial Crossing

## 1 Introdução

A navegação recorre a um conjunto de técnicas, instrumentos e processos, através dos quais o marinheiro ou aviador não só determina a sua posição

à superfície da Terra, mas também a direção que deverá seguir por forma a dirigir a sua plataforma até ao destino desejado.

No entanto, até ao ano de 1922 esse processo técnico de cálculo para a navegação aérea ainda não havia sido descoberto, a sua necessidade era ainda reduzida, pois a maior parte das viagens que se realizavam eram de curta distância e com o solo visível para que se pudesse verificar o progresso da aeronave em direção ao ponto desejado somente através da observação e de instrumentos muito rudimentares. Embora esses equipamentos fossem capazes de fornecer dados básicos como direção (bússola), distância (odómetro) e altitude (altímetro), essas informações não eram as suficientes para que se conseguisse alcançar o objetivo de efetuar viagens de longas distâncias, especialmente sobre o mar. Por este motivo era então indispensável encontrar um processo de navegação aérea que providenciasse as condições necessárias à sua concretização, estávamos assim perante um apreciável problema.

Ciente dessa dificuldade, em 1919, o comandante Albert Read usou navios da Marinha Americana, distanciados de 50 em 50 milhas, com a função de orientar de dia e de noite, através de holofotes e material iluminante, as aeronaves até ao destino definido. Esses navios foram fundamentais na concretização da primeira Travessia Aérea do Atlântico Norte, especialmente nos longos trânsitos oceânicos entre o Canadá e os Açores e entre este arquipélago e Lisboa.

Tendo em conta o que foi dito anteriormente é possível verificar que não houve nenhum progresso ou inovação em relação aos métodos de navegação aérea, já que esta travessia foi toda ela realizada usando métodos de navegação à vista. Nesse mesmo ano, realizou-se uma segunda travessia, todavia esta foi do Canadá até à Irlanda e efetuada pelos ingleses Alcock e Brown com uma pequena particularidade de terem utilizado um sextante de marinha<sup>1</sup> com nível de bolha adaptado<sup>2</sup>.

Na obra *Flying The Atlantic In Sixteen Hours*, o autor, Sir Arthur Whitten Brown afirma que durante a travessia realizou algumas observações a astros com o sextante de horizonte artificial, realçando o facto de ter conseguido calcular o número de milhas percorridas, a velocidade média praticada

---

<sup>1</sup>Os métodos de navegação aplicados pelos marinheiros nos navios resultaram de séculos de pesquisa, invenção e experimentação, contudo ainda não tinham atingido a finalidade de poderem ser usados para voos de longa distância, especialmente sobre o oceano, em condições de invisibilidade do solo e, por vezes, do horizonte.

<sup>2</sup>É uma modificação introduzida no sextante para que possa ser usado na navegação aérea. Esse é constituído por um sistema de bolha que produz um horizonte simulado/artificial podendo, deste modo, o instrumento ser usado em qualquer circunstância de invisibilidade desse limite.

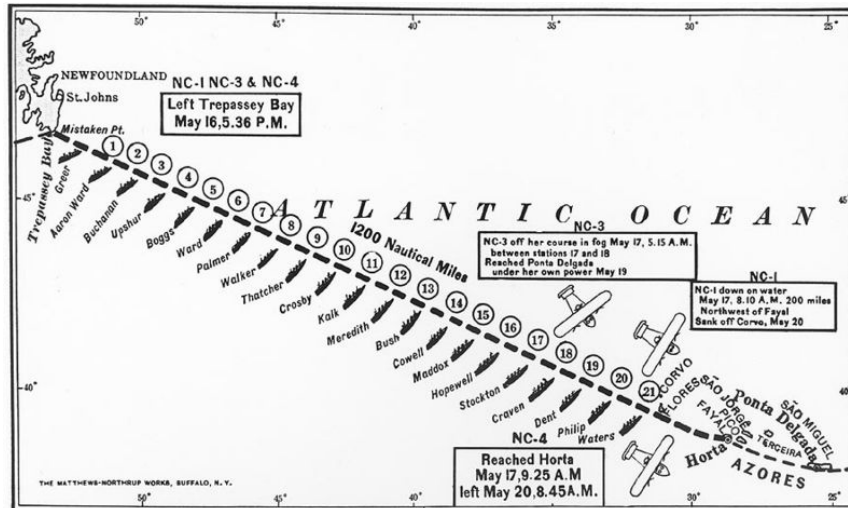


Figura 1: Parte da travessia aérea América-Europa realizada pelo comandante Albert Read a bordo do hidroavião NC-4, através da “balizagem” do percurso por navios. (Fonte: Curtiss NC-4 [[s.d.]])

e a posição da aeronave, que lhe permitiu comparar com o planeamento efetuado na carta de navegação “*We were slightly to the south of the correct course, which fact I made known to Alcock in a note, with penciled corrections for remedying the deviation*” [BROWN, 1920, 52].

Tendo por base o referido no parágrafo anterior é possível constatar que, apesar de ter ocorrido um avanço ao nível dos métodos de navegação aérea, a estima da posição da aeronave não exigia grande rigor, pois o objetivo da mencionada travessia consistia em “acertar” com a longa costa da Irlanda. Com efeito é de notar o facto de se ter descoberto o caminho da solução para o problema inicial, a qual passa claramente pela adaptação dos métodos de navegação marítima à navegação aérea. No entanto, não se pense que um oficial de marinha com vasta experiência em navegação astronómica em navios teria conhecimentos suficientes para dirigir aeronaves com segurança.

Em 1922 é realizada a primeira Travessia Aérea do Atlântico Sul e note-se que é apropriado e necessário efetuar uma considerável distinção entre esta viagem e as duas caracterizadas nos parágrafos anteriores. Na verdade, a pertinência não está no facto de se ter concretizado a primeira viagem aérea oceânica do Sul, mas sim, com toda a certeza, na circunstância de Gago Coutinho e Sacadura Cabral terem sido os pioneiros na conceção e ratifica-





Figura 2: Percurso efetuado na primeira Travessia Aérea do Atlântico Sul. (Fonte: Travessia [[s.d.]])

ção dos primeiros métodos científicos da navegação aérea, cuja eficácia foi comprovada com o sucesso obtido no alcance dos Penedos de S. Pedro, um ínfimo ponto na imensidão do Oceano Atlântico atingido com “*um grau de rigor que surpreendeu os especialistas na matéria*” [SOARES1, 1997, IV–20].

Em primeiro lugar, é natural que Gago Coutinho, o navegador, se tenha baseado na análise de todas as diferenças existentes entre a navegação marítima e a aérea para criar o seu sextante de horizonte artificial, mas não só, ainda concebeu juntamente com o piloto-aviador, um instrumento capaz de calcular o abatimento, com designação de corretor de rumos.

O objetivo principal deste artigo é, pois, o estudo detalhado do corretor

de rumos concebido por Gago Coutinho e Sacadura Cabral para o cálculo da direção, intensidade do vento e o abatimento da aeronave.

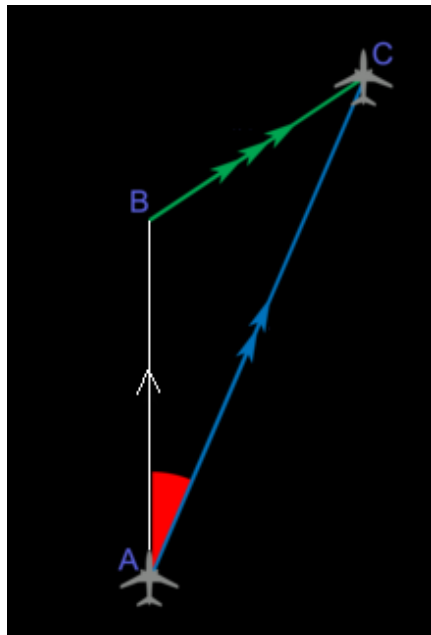


Figura 3: Ângulo de Abatimento.  $A$  é a última posição conhecida,  $\overrightarrow{BC}$  é a intensidade e direção do vento e  $C$  é a posição verdadeira da aeronave.

Tendo em conta a época em que viveram os dois navegadores, sabemos que os métodos até à altura utilizados eram elementares e arcaicos, como é o caso da bússola, altímetro, velocímetro, sextante de navegação marítima adaptado com uma bolha de nível, sistemas de estima muito primitivos, Almanaque e Tábuas Náuticas.

Note-se que a velocidade de deslocamento de uma aeronave é efetivamente bastante mais elevada que a de uma qualquer outra plataforma, tendo como resultado um maior consumo de combustível. Como tal são necessárias observações mais frequentes, bem como métodos de cálculo simples, não só para colmatar a inexperiência dos navegadores em viagens de longo curso, mas também para realizar rapidamente essas operações, por forma a encontrar o caminho mais curto e economizar combustível, que era limitado.

Assim, era imprescindível conhecer o desvio que o vento causava na aeronave, uma vez que consoante a sua velocidade, direção e tempo de atuação poderia causar alterações significativas ao rumo sem que o navegador no-

tasse. Deste modo, era essencial calcular de forma rápida o abatimento que a ação do vento provocava, mais, era verdadeiramente crucial que este cálculo fosse efetuado de forma rápida e expedita.

Por outro lado, a precisão da navegação podia ser sacrificada em prol da rapidez dos cálculos, uma vez que um erro de 10 a 20 milhas não era significativo e, para além do mais, note-se que não havia necessidade de evitar perigos como, por exemplo, obstáculos naturais, permitindo assim efetuar aproximações e arredondamentos durante os cálculos, sem que estes fossem críticos para a navegação aérea.

A primeira dificuldade estava no cálculo da estima, isto é, no conhecimento e determinação da direção e intensidade do vento, o qual exerce perturbações no movimento do aeroplano, arrastando-o no ar tal como acontece com os navios no mar devido ao efeito da corrente.

A navegação estimada é um método simples e na altura já utilizado pelos navegadores, consistindo na determinação do fator meteorológico predominante através da marcação da posição observada e estimada. Por exemplo, é possível prever a próxima posição do navio tendo por base uma posição geográfica, o conhecimento da velocidade, proa do navio e o tempo decorrido. De seguida, é calculada no mesmo momento a posição geográfica verdadeira e comparada com aquela que foi estimada, se essa for diferente. Caso seja diferente, significa que o movimento do navio está a ser influenciado por um fator dominante, neste caso, a corrente. A determinação desta faz-se através da diferença vetorial das duas posições, a estimada e a observada.

Porém, na navegação aérea o método usado na navegação marítima não era viável, pois eram necessários processos “rápidos, automáticos e compatíveis com a velocidade do avião”[PINTO, 2014, 83]. No entanto, à data já tinham sido desenvolvidos alguns processos que auxiliavam as aeronaves a chegar ao seu destino, nomeadamente a TSF<sup>3</sup>.

Este método tinha como objetivo, a partir de estações de transmissão em terra, enviar emissões eletromagnéticas, em intervalos de tempo definidos, para recetores<sup>4</sup> instalados nas aeronaves. O equipamento de receção dos aeroplanos estava concebido para ler o sinal recebido e indicar com precisão a direção a partir da qual ele tinha sido enviado. Deste modo, a aeronave tinha a capacidade de chegar ao destino pretendido sempre pelo caminho mais curto e com este método qualquer situação meteorológica que compromettesse a visibilidade não afetaria a navegação. Para além disso, uma outra

---

<sup>3</sup>Telegrafia sem fios.

<sup>4</sup>Radiogoniómetro, equipamento elétrico capaz de determinar a direção da origem de um sinal de rádio.

vantagem é que não implicava que o piloto ou navegador detivessem conhecimentos avançados de navegação nem necessitassem de realizar qualquer cálculo durante a sua viagem.

Todavia, o método da telegrafia sem fios já apresentava, à data, algumas desvantagens, uma das quais residia no facto de ter uma estrutura pesada, rija e que necessitava de muito espaço na aeronave para acomodar os receptores necessários. De facto, a maioria das aeronaves não dispunha do espaço necessário, nomeadamente nas viagens aéreas transoceânicas já que para estas haveria outras prioridades para ocupação do pouco espaço disponível. Consequentemente, o sistema da TSF tornou-se rapidamente desaconselhado pelo facto de limitar bastante a autonomia da aeronave e, ainda, tornar a viagem totalmente dependente da informação recebida pelo radiogoniómetro, como declarou o Engenheiro Joaquim Salgado, do Instituto Superior Técnico:

“O navegador na dependência, a mais cega e mais absoluta, de postos desconhecidos que as condições atmosféricas podem impedir de ouvir, além de todos os outros inconvenientes, devidos a pannes sempre possíveis em instalações de sua própria natureza complicadas e melindrosas”. [SCHUTZMARKE, 1928, 7].

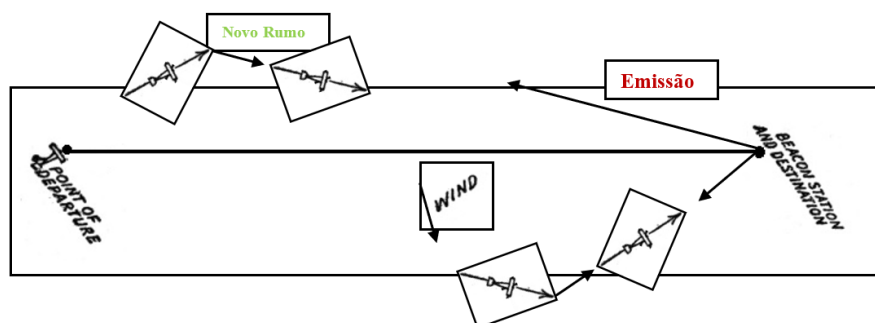


Figura 4: Exemplificação de um percurso percorrido pelas aeronaves dirigidas por TSF para a estação emissora.

Posto isto, mantinha-se assim a necessidade de encontrar métodos de navegação fiáveis, precisos e expeditos de modo a que a autonomia das aeronaves não ficasse comprometida.

Gago Coutinho e Sacadura Cabral usaram métodos astronómicos de navegação, adaptados da navegação marítima. No entanto, para uma correta aplicação destes métodos era importante conhecer a posição estimada da

aeronave com algum rigor. Na maior parte dos casos, o conhecimento da direção seguida pela aeronave e da sua velocidade, em relação ao ar, não são suficientes para determinar a posição com rigor, pois o vento pode provocar desvios significativos no movimento da aeronave. A determinação do efeito do vento, conhecido como deriva, era fundamental para melhorar o rigor da posição estimada. Numa primeira fase, concluíram que a partir da observação cuidada do estado do mar, da direção das ondas, do fumo dos navios e da orientação das velas nos veleiros, poderiam ter uma ideia grosseira da intensidade e direção do vento, no entanto, rapidamente concluíram que esta informação era insuficiente. Por este motivo, era estritamente necessário conhecer o ângulo<sup>5</sup> entre a proa e o rumo<sup>6</sup>, de modo a permitir a correção imediata do movimento da aeronave na direção pretendida para alcançar o local de destino.

Gago Coutinho e Sacadura Cabral construíram, então, um instrumento que tornasse “*tão automática quanto possível, tanto a determinação da direção e força do vento, com a correção do rumo*” [CABRAL, 1921, 288], que designaram por “plaquê do abatimento” e mais tarde por “Corrector de Rumos Coutinho-Sacadura” ou simplesmente “Corrector de Rumos”. Além disso, o corretor de rumos servia igualmente para determinar qual a direção para a qual deveria apontar a aeronave, de modo a seguir na direção desejada. Na secção que se segue iremos explicar, de forma detalhada, em que consiste o problema da deriva assim como o processo de cálculo da mesma, usando o corretor de rumos. Serão apresentadas inúmeras ilustrações, para uma melhor compreensão dos procedimentos de cálculo, serão igualmente apresentadas as principais fórmulas de cálculo que serviram de suporte teórico à construção do instrumento.

## 2 Corretor de Rumos

Nesta secção iremos estudar, de forma detalhada, o corretor de rumos, um instrumento inovador desenvolvido por Gago Coutinho e Sacadura Cabral, que foi crucial para o sucesso alcançado por ambos na primeira Travessia Aérea do Atlântico Sul. No final da viagem preparatória Lisboa-Madeira já se podia verificar que o instrumento acima mencionado era eficaz, no entanto o derradeiro teste sucedeu durante a viagem aérea Lisboa-Rio de Janeiro,

---

<sup>5</sup>Ângulo de abatimento.

<sup>6</sup>Verdadeira trajetória que a aeronave pratica em relação ao solo, resultante da ação do fator predominante.

obtendo-se resultados tão precisos como se pode desejar [COUTINHO, 1922, 301].

Tendo por base o estudo e análise do texto “A Navegação Aérea” COUTINHO [1922], daremos início à explicação da construção e funcionamento do aparelho primeiramente designado de “*plaqué do abatimento*” e mais tarde designado de “Corrector de Rumos”.

Em primeiro lugar o leitor deverá ter algum conhecimento dos problemas que a navegação aérea envolve. A primeira dificuldade com que Gago Coutinho se deparou foi o facto de não se conhecer a intensidade e direcção do vento, o qual levava a aeronave a desviar-se da sua rota. Assim, numa primeira fase era necessário determinar o vetor vento, para que, numa fase posterior, fosse possível solucionar o segundo problema, ou seja, o cálculo da correção de abatimento que a aeronave terá que efetuar para voltar ao rumo pretendido.

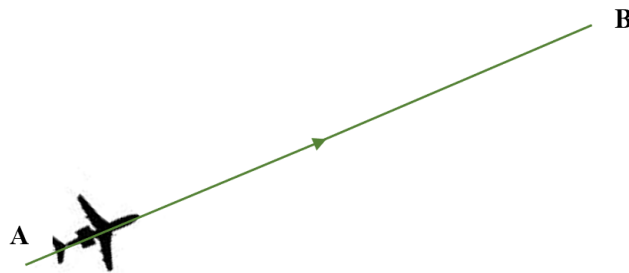


Figura 5: Proa da aeronave.

Consideremos o segmento de reta  $AB$  representado na figura 5, que representa o caminho que a aeronave, pelo seu próprio esforço, percorreu durante o intervalo de tempo de uma hora. Note-se que não está a ser considerada a força que o vento exerce sob o movimento da aeronave. Portanto, teoricamente  $A$  é a posição na qual a aeronave dá início ao seu movimento praticando uma direção<sup>7</sup> e velocidade correspondentes ao vetor  $\overrightarrow{AB}$ , que se encontra destacado a cor verde, sendo  $B$  o ponto de chegada previsto no final de uma hora de voo.

A seguir, na figura 6, encontra-se traçado o vetor cor de laranja, que representa a ação do vento para o mesmo intervalo de tempo referido no

<sup>7</sup>Em linguagem náutica designa-se de proa, isto é, a direção na qual a frente da aeronave aponta e que é praticada ao longo do percurso, tendo como base o instrumento de orientação, geralmente uma bússola.

parágrafo anterior, tendo uma intensidade  $\overrightarrow{BC}$  tal como se apresenta. Este é um fator independente e incontrolável em relação às restantes variáveis.

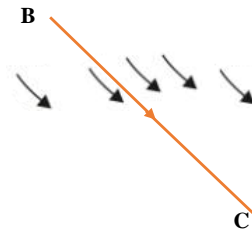


Figura 6: Força do vento.

O movimento das aeronaves é influenciado pela existência de enormes massas de ar e as alterações que nestas ocorrem influenciam diretamente a sua deslocação no meio aéreo. Portanto, dependendo da direção e intensidade do vento, pode ocorrer desvio na direção seguida pela aeronave, assim como um aumento ou redução da velocidade real, desvios esses que se refletem no consumo de combustível. Veja-se, através da figura 7, o seu efeito.

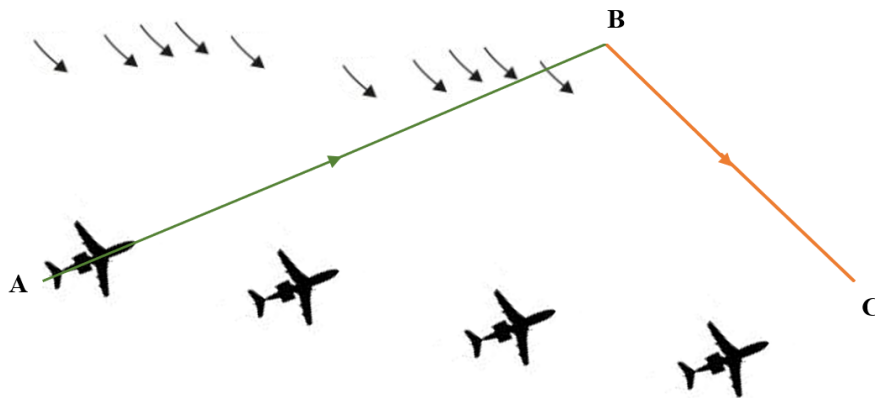


Figura 7: Efeito da ação do vento na direção do movimento da aeronave.

Como podemos verificar graficamente, a aeronave irá sofrer um ligeiro desvio ao longo do seu percurso. Esse desvio designa-se por deriva ou abatimento. Ao resultado da soma vetorial da deriva com o vetor que representa o movimento da aeronave se não existisse vento, dá-se o nome de rumo, que é o movimento real que se está a efetuar.

Naturalmente, a posição final da aeronave decorrida uma hora já não será o ponto estimado  $B$ , passaremos a ter uma outra posição diferente, a qual será a verdadeira, pois neste momento já se teve em conta a ação do vento.

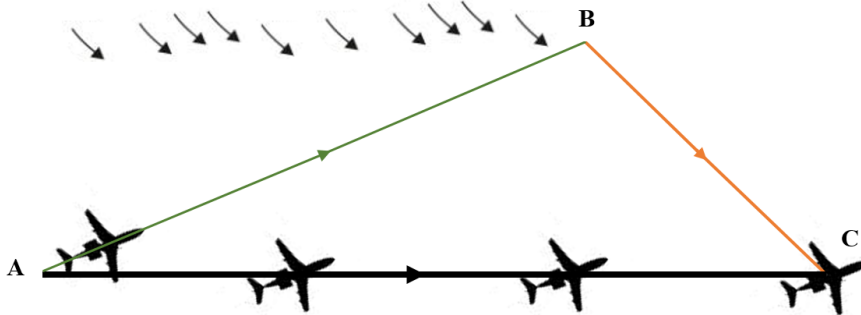


Figura 8: Representação gráfica do rumo.

Por conseguinte, encontraremos então um novo ponto, ao qual será dado o nome de  $C$  e construiremos um outro vetor  $\overrightarrow{AC}$ , através da união dos pontos de partida e do real ponto de chegada, obtendo-se assim o rumo e velocidade real praticados ao longo da rota, tal como se apresenta na figura 8.

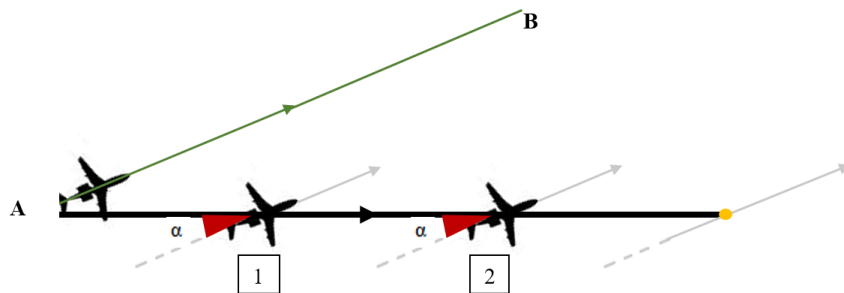


Figura 9: Ângulo de abatimento  $\alpha$ .

No passo seguinte pretende-se então encontrar o ângulo de abatimento. Tendo em conta que a aeronave, apesar de estar a ser arrastado pela força do vento, continua a praticar sempre a mesma proa, ou seja, apontará sempre numa direção paralela a  $AB$ , como mostra a figura 9, e em qualquer ponto



do seu percurso como, por exemplo, 1 e 2 veremos que a direção longitudinal da aeronave cruzará com o rumo seguido obtendo-se o ângulo  $\alpha$ , a que se dá o nome de abatimento.

Para determinar o abatimento era necessário observar marcas de referências que não tivessem movimento próprio, o que é algo vulgar quando se sobrevoa terra. Contudo, no mar, é difícil obter essas referências terrestres, a não ser, por exemplo, a existência de navios a pairar<sup>8</sup>, pequenas ilhas ou, então, rochedos que estejam suficientemente à superfície para poderem ser vistos, portanto torna-se absolutamente essencial criar tais marcas. Para esse efeito recorreu-se à utilização do método de lançamento de boias de fumo, ou seja pequenos flutuadores constituídos por:

“( . . . ) um depósito com fosforeto de cálcio, que se abre antes de a lançar ao mar, afim de que a água, decompondo o fosforeto, produza o gás fosforoso, que se inflama espontaneamente ao contacto com a atmosfera, produzindo um fumo branco, que se vê a alguma distância, e que fica marcando no mar um lugar por cima do qual se passou” [COUTINHO, 1922, 307].

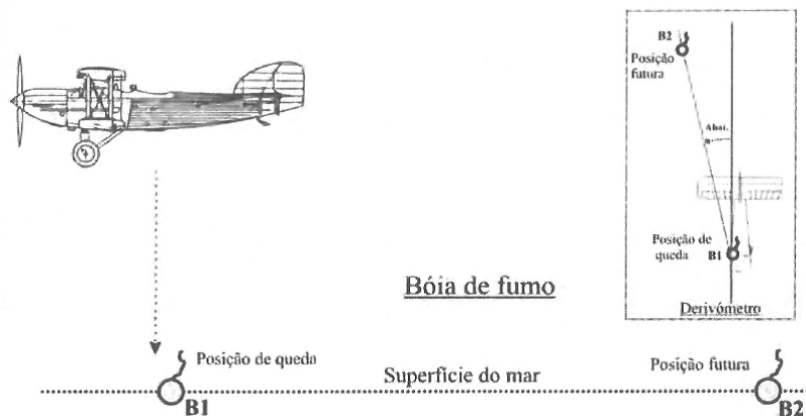


Figura 10: Lançamento de boias com o intuito de determinar o abatimento. (Fonte: [PEREIRA, 2015, 272]).

Para além do fumo branco que provocava aquando da combustão, produzia-se também uma chama que permitia a observação noturna.

<sup>8</sup> Em linguagem náutica significa navegar muito lentamente ou parar sem fundear.

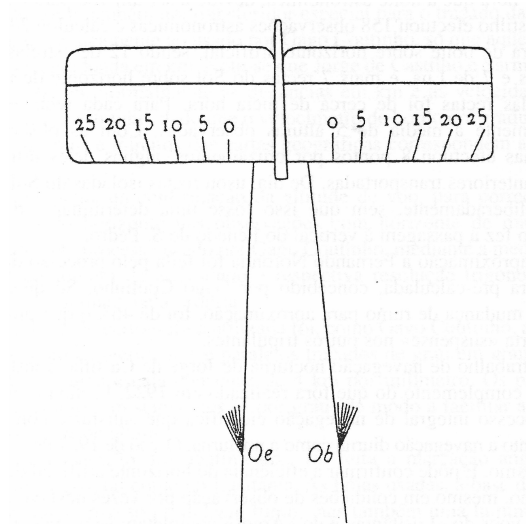


Figura 11: Esquema da escala utilizada na cauda da aeronave para medição do abatimento. (Fonte: [SOARES, 1992, 37])

Tendo agora em conta a utilização das boias de fumo como marcas de referência, passemos então à explicação do processo de cálculo da deriva. Lançando uma boia e admitindo que a mesma caía, em relação ao aparelho, o mais na vertical possível, a medição do ângulo de abatimento era efetuada através da observação da posição da boia, sendo usada uma graduação especial, composta por “riscos bem visíveis, de 5 em 5 graus, referidos a pontos de mira de um e outro lado do observador, junto da *fuselagem*” [COUTINHO, 1922, 307], conforme representado na figura 11.

Em relação à eficácia e emprego do método da determinação do abatimento, refere Gago Coutinho:

“O processo é prático e preciso, sendo, como é natural, necessário que o piloto previna o observador sempre que o avião vai exatamente ao rumo, para êle então observar a marcação das boias” [COUTINHO, 1922, 307].

Tendo agora em conta o domínio teórico do processo usado na medição do ângulo de abatimento  $\alpha$ , faltava então encontrar o vetor vento. Somente o conhecimento do ângulo  $\alpha$  não era informação suficiente para que se concluísse qual era o quadrante de vento predominante na altitude em que a aeronave se encontra, porque, explica o Almirante Gago Coutinho:

“qualquer vento que em uma hora tenha a velocidade representada por uma linha partindo do ponto  $B$ , e terminando em qualquer ponto da linha  $AC$ , ou do seu prolongamento, produz o mesmo abatimento” [COUTINHO, 1922, 303]<sup>9</sup>

Quer isto dizer que mantendo constante a proa e velocidade da aeronave, bem como o ângulo de abatimento, não é possível determinar a direção e intensidade do vento, uma vez que o conhecimento destes dois factos dão origem a um conjunto infinito de soluções para a direção e intensidade do vento. Atente-se na explicação dada através da imagem meramente exemplificativa da figura 12.

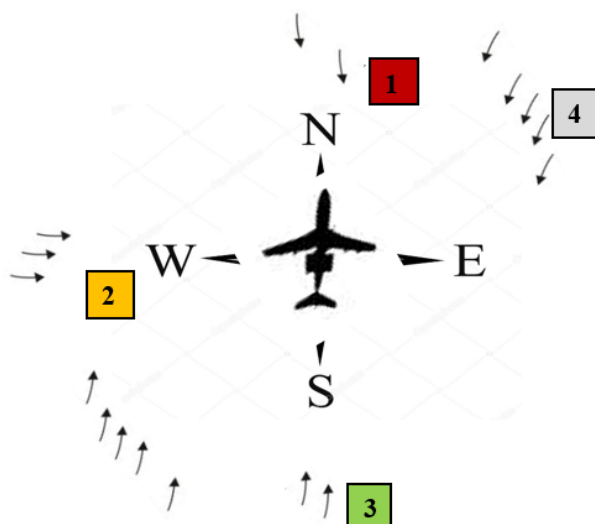


Figura 12: Representação de diversas situações possíveis de efeito de vento.

O primeiro caso representado na figura 12 simula uma situação em que a aeronave circula com ventos de proa. Nesta situação percebe-se facilmente que o único efeito que o vento vai provocar é apenas ao nível da velocidade, ou seja, nesta situação a velocidade vai diminuir como consequência da força do vento, que é contrária ao movimento da aeronave. Na situação descrita no n.º 3 o mesmo ocorre, mas neste caso em vez de termos o vento a contrariar a velocidade da aeronave, temo-lo pela popa<sup>10</sup>, isto é, a auxiliar a deslocação da aeronave aumentando a sua velocidade. É óbvio que neste caso, não há

<sup>9</sup>Esquemáticamente, esta situação encontra-se representada na figura 13.

<sup>10</sup> Parte posterior do navio, oposta à proa, em aviação designada de cauda.

nenhum desvio da rota da aeronave e, para além disso, existe uma economia de combustível e de tempo de voo, já que para a mesma velocidade de motor, são percorridas mais milhas por hora.

Vejamos agora a situação descrita no caso n.º 2. Neste caso verificamos que o efeito do vento sobre o través<sup>11</sup> da aeronave é completamente diferente, não afetando em nada a velocidade, provocando apenas a alteração de rumo, neste caso, para o lado de estibordo<sup>12</sup>.

A partir da equação  $d = v \times t$ , sabemos que, sem a intervenção de fatores externos como a influência do vento, a distância percorrida ( $d$ ) é igual à velocidade ( $v$ ) vezes o tempo ( $t$ ).

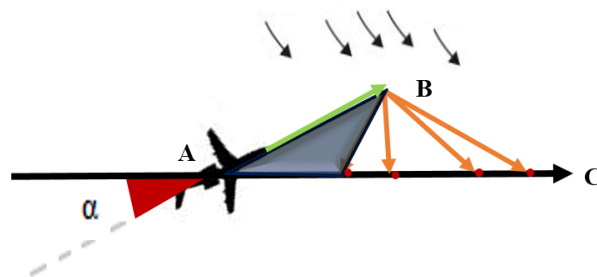


Figura 13: Exemplificação dos vários valores de velocidade do vento para um mesmo ângulo  $\alpha$ .

Contudo, na prática quando estamos sob ação de uma força relacionada com o vento a distância calculada já não irá ser a mesma. Sendo assim, dependendo do vento, o número de milhas percorridas pela aeronave poderá ser menor ou maior do que o estimado, como é possível verificar pelos pontos marcados na figura 13 sob o rumo  $AC$ .

Pelo exposto anteriormente conclui-se que o conhecimento de apenas um ângulo de abatimento não é suficiente para determinar a velocidade e direção real do vento. Como tal, a solução passa por se determinar o ângulo de abatimento em duas situações distintas, isto é, em dois rumos cruzados com um desfasamento de  $45^\circ$ , por forma a obtermos “duas linhas análogas à linha  $AC$ , e que se podem traçar apenas pelo conhecimento da velocidade própria do avião,  $AB$ , e pelo conhecimento dos abatimentos” [COUTINHO, 1922, 384]. Observemos o esquema da figura 14.

<sup>11</sup>É um dos lados da aeronave, ou seja, a direção perpendicular à linha longitudinal da aeronave.

<sup>12</sup>Lado direito.

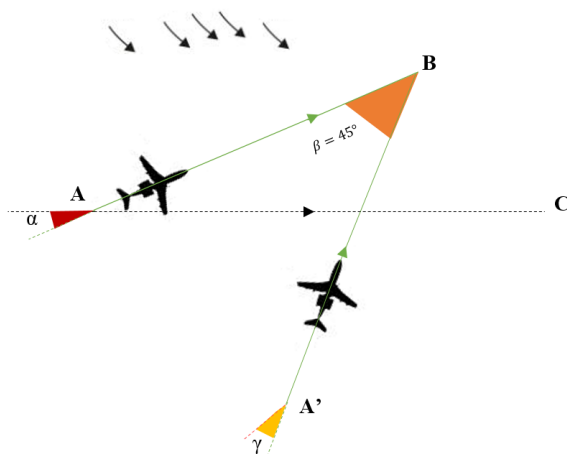


Figura 14: Medição dos ângulos de abatimento através de duas proas diferentes.

Numa primeira fase, voando a aeronave a uma determinada proa, traça-se a reta através do cálculo da distância sabendo-se a velocidade da aeronave praticada durante um intervalo de tempo conhecido. De seguida, o piloto lançaria uma boia de fumo para poder realizar a medição do ângulo de abatimento, denotado por  $\alpha$ . Após a obtenção do ângulo  $\alpha$  marca-se a reta  $AC$ , que corresponde ao rumo verdadeiro da aeronave, neste caso já com a influência do vento. Como foi dito anteriormente os dados obtidos não são suficientes para a determinação do vento, é, pois, necessário efetuar uma segunda medição. Para realizar a segunda medição o piloto realiza uma mudança de trajetória para o mesmo lado do primeiro abatimento, executando uma proa que tenha um desfasamento de  $45^\circ$  com a primeira proa. De seguida, e assumindo que a velocidade própria da aeronave se mantém constante traça-se a reta  $A'B$ . Após o lançamento de uma nova boia de fumo mede-se o segundo ângulo de abatimento, que denotamos por  $\gamma$ . Neste momento, e tendo em consideração todos os dados recolhidos é possível determinar a direção e intensidade do vento. Tendo como base a reta  $A'B$ , marcamos o ângulo  $\gamma$  no mesmo lado do abatimento, deste modo obtemos o rumo  $A'C$ . Repare-se na figura 15. O ponto de intersecção destes dois rumos, que denotaremos por  $C$ , irá permitir determinar o vetor  $\overrightarrow{BC}$ , que representará em grandeza e direção a velocidade real do vento.

Observemos que o método apresentado não será certamente prático de realizar, numa folha de papel, a bordo de uma aeronave, já que a composição

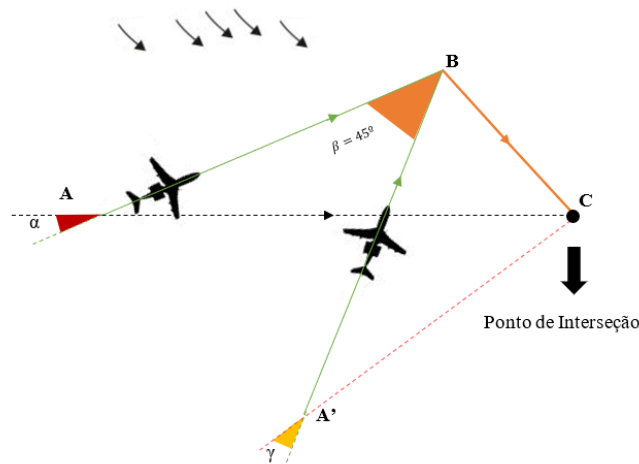


Figura 15: Determinação do vento verdadeiro.

das figuras geométricas apresentadas requer algum rigor e as condições a bordo não seriam as melhores para este tipo de tarefa. Pois como explica Gago Coutinho:

“Para resolver êste problema geométrico, sem necessidade de desenhar, o que não seria muito prático no ar, construiu-se um pequeno aparelho, corretor de rumos, o qual prevê observações de abatimentos em dois rumos, um dos quais é aquele a que se pretende navegar, e o outro, um rumo orçado  $45^\circ$  para o vento reinante no alto.” [COUTINHO, 1922, 387–388]

Assim sendo, Gago Coutinho e Sacadura Cabral construíram um instrumento inovador que incorpora todos os cálculos apresentados de uma forma extremamente simples, sendo também muito fácil de manusear durante o voo da aeronave. De seguida explicaremos a detalhadamente a sua construção. Este instrumento, denominado de “Corrector de Rumos” permitia de forma rápida e eficaz o cálculo da intensidade e direção do vento, bem como da correção a efetuar ao rumo. Começando pelos elementos mais simples, o corretor de rumos, como se apresenta na figura 16, é constituído por dois ponteiros móveis em torno de dois pontos fixos que correspondem aos pontos  $A$  e  $A'$  da figura 15. Estes ponteiros permitem marcar nas respetivas

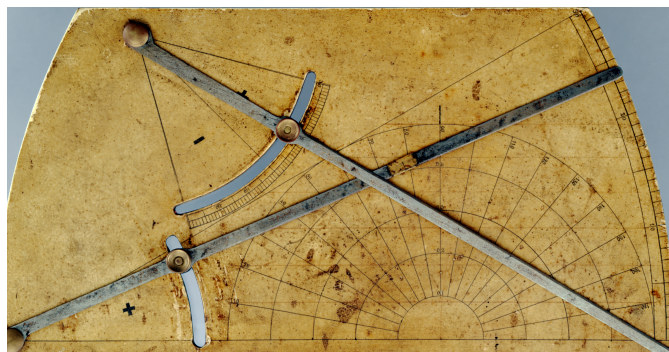


Figura 16: Corretor de rumos. Fonte: Museu de Marinha

graduações os abatimentos medidos e com os devidos sinais de mais (+) ou menos (–) que significam, respetivamente, estibordo e bombordo<sup>13</sup>.

Quer isto dizer que a soma ou subtração do abatimento à proa da aeronave para obter a correção à trajetória irá depender do lado pelo qual foi efetuada a medição do abatimento. Assim, tendo em conta os sinais identificados no instrumento vemos que, para uma simplificação de cálculos, o valor do primeiro ângulo de abatimento vai ser positivo podendo o valor do segundo ângulo variar entre negativo ou positivo. Logo, caso o abatimento inicial tenha o sinal menos, isto é, quando uma dada referência aparecer a descair pelo lado de bombordo da aeronave, terão que ser utilizados os sinais que vêm marcados no verso do instrumento, ou seja o sinal positivo passa a negativo e o sinal negativo passará a positivo.

Assim sendo, de um modo geral poderemos usar o sinal positivo do segundo ponteiro quando ambos os abatimentos forem medidos do mesmo bordo da aeronave e o negativo para observações efetuadas por bordos diferentes. No final, conhecendo a direção do vento, pode-se desprezar o sinal do resultado final, já que é sabido que a correção da proa da aeronave terá que ser sempre realizada para o lado de barlavento<sup>14</sup>.

Para se poder conhecer a direção do vento é usada uma escala angular, com valores que variam de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . O valor lido nessa escala seria posteriormente somado, ou subtraído, ao valor da proa inicial da aeronave, obtendo-se como resultado final a direção do vento. Os diferentes valores angulares estão realçados na figura 17.

<sup>13</sup>Termos náuticos para designar o lado direito e esquerdo, respetivamente.

<sup>14</sup>Em linguagem náutica é o bordo da embarcação voltado para o lado de onde o vento sopra.

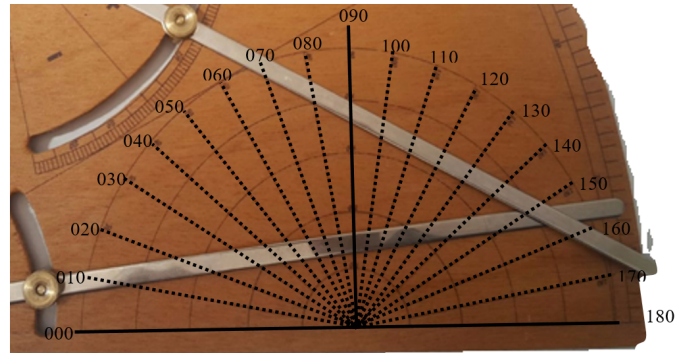


Figura 17: Escala das direções do vento no corretor de rumos.

Na figura 18 pode ver-se, em detalhe, a escala utilizada para o cálculo da velocidade do vento, materializada nos semicírculos que se cruzam com a escala angular anteriormente mencionada. Para determinar a velocidade do vento o navegador iria consultar os semicírculos marcados no corretor de rumos com valores que variam de 0 a 0,5. Nesta escala uma leitura de por exemplo 0,3 significaria que a velocidade do vento seria de 0,3 vezes a velocidade da aeronave. Observe-se que a origem dos semicírculos coincide com o ponto de intersecção dos dois ponteiros, quando ambos marcam ângulos de abatimento iguais a zero. Portanto, não existindo abatimento quando a aeronave voa a duas proas distintas, tal significa que a velocidade do vento é zero.



Figura 18: Escala de velocidade do vento – semicírculos.



Para melhor clareza na explicação anterior representa-se, na figura 19, um exercício meramente exemplificativo.

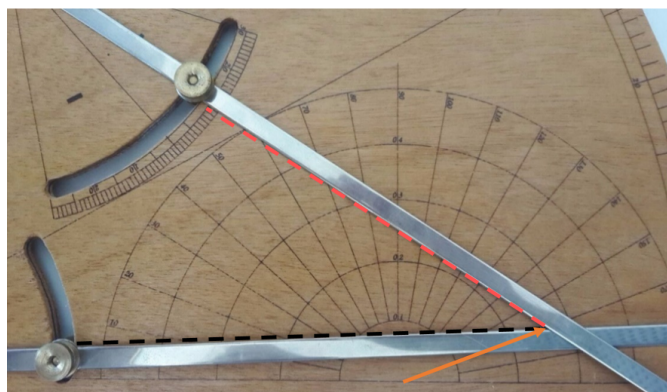


Figura 19: Resolução de um exemplo prático.

Neste caso, retira-se um ângulo de  $160^\circ$  o qual, consoante o caso, será somado ou subtraído à proa da aeronave, obtendo-se a direção do vento, sendo a intensidade deste igual a 0,25 da velocidade praticada pela aeronave.

Estando encontrada a solução para a determinação da direção e intensidade do vento e sendo este valor agora conhecido torna-se então necessário calcular a correção a aplicar à proa, para que a aeronave siga segundo o rumo previsto. Na fase seguinte iremos efetuar um estudo mais pormenorizado da determinação da correção da trajetória. O processo de cálculo pode ser seguido na construção representada em esquema da figura 20.

Recordemos que a linha  $AB$ , o vetor  $\overrightarrow{BC}$  e o ponto  $C$  são conhecidos. Começamos por traçar uma linha paralela à linha  $AB$  e que passa pelo ponto  $C$ , denotemos esta linha por  $CF$ . De seguida traçamos a reta  $r$ , paralela à reta  $AB$ , e distando dela o mesmo que o ponto  $C$  dista da reta  $AB$ . Utilizando o ponto  $A$  como centro de uma circunferência de raio  $AB$ , traçamos o arco de circunferência com início no ponto  $B$  até intersectarmos a reta  $r$ , o ponto de interseção do arco de circunferência com a reta  $r$  será denotado por  $C'$ . De seguida, marcamos o vetor vento com origem em  $C'$ , obtendo assim um vetor  $\overrightarrow{C'B'}$  paralelo a  $\overrightarrow{BC}$ , note-se que ambos os vetores representam a velocidade horária do vento.

Na verdade, o que se pretende mostrar é que se o módulo da velocidade  $\overrightarrow{AB}$  da aeronave não for alterado e numa hora for percorrido o caminho  $AC'$ , o vento nesse mesmo intervalo de tempo correrá de  $C'$  para  $B'$  e a aeronave

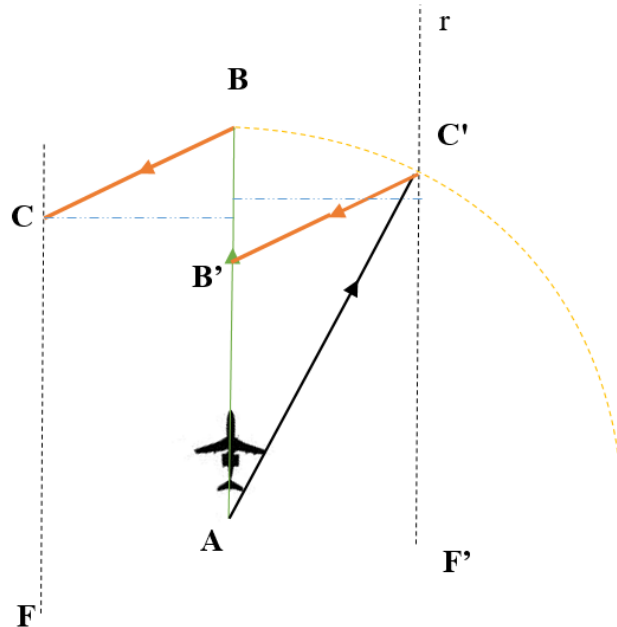


Figura 20: Determinação da velocidade do vento.

efetivamente seguirá à velocidade útil igual ao módulo de  $\overrightarrow{AB'}$ , ou seja, a velocidade da aeronave será afetada pela direção e velocidade do vento. Observe-se que o ângulo  $C'AB'$  será o abatimento sofrido pela aeronave por influência do vento. Denotemos esse ângulo por  $\theta$ .

Note-se, então, que a medida do ângulo  $\theta$  será determinada, como podemos analisar pela figura 21, com base na velocidade da aeronave e na distância do ponto  $C'$  à reta  $AB$ .

Tendo em conta que estamos na presença de um triângulo retângulo, temos que:

$$\sin \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{d(C', AB)}{|\overrightarrow{AC'}|}$$

Em que  $d(C', AB)$  denota a distância do ponto  $C'$  à reta  $AB$  e  $|\overrightarrow{AC'}|$  denota o valor do comprimento de  $\overrightarrow{AC'}$ , que neste caso representa a distância percorrida pela aeronave numa hora.

A imagem representada na figura 22 mostra de um modo mais detalhado a necessidade do cálculo da distância do ponto  $C$  à reta  $AB$ . Como podemos ver, qualquer que seja o vento que em velocidade e direção seja representado



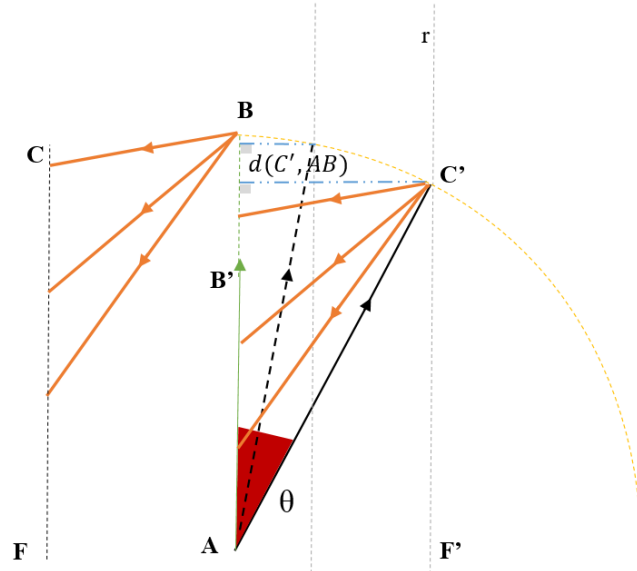


Figura 22: Ventos que provocam o mesmo abatimento.

De seguida iremos demonstrar que o triângulo  $NBC$  é igual ao triângulo  $AB'C'$  e que os lados  $AC'$  e  $NC$  são iguais. Recordemos que dois triângulos são geometricamente iguais se tiverem dois lados iguais e o ângulo por eles formado for igual. Assim, temos que

$$NB = AB'$$

$$BC = B'C'$$

$$\mu_1 = \mu_2$$

ou seja, os triângulos  $NBC$  e  $AB'C'$  são iguais.

Logo  $NB' = NC$ , pois sendo  $AC'$  a distância percorrida numa hora e igual a  $AB$ , será também igual a  $NB'$  e como  $NC$  é a hipotenusa do triângulo  $NBC$ , que é igual ao triângulo  $AB'C'$ , ambos têm o mesmo valor da hipotenusa, representada por  $AC'$ . Logo,  $NB' = NC = AB$ , o arco de círculo de raio igual a  $AB$ , com centro em  $A$ , poderá ter o seu centro em  $N$  e assim passará pelos pontos  $B'$  e  $C$ .

De igual modo, serão obtidas as mesmas conclusões caso o vento seja representado, por exemplo, pelo vetor  $\overrightarrow{BK}$  ou outro com origem no ponto  $B$  e fim em qualquer ponto do arco de círculo  $B'KC$ .



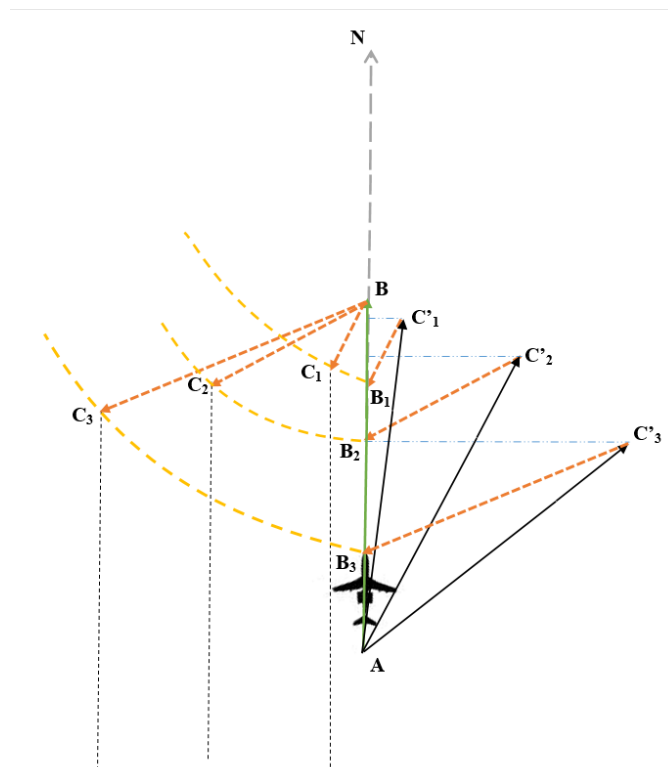


Figura 24: Processo geométrico de calcular a compensação do abatimento e o valor da velocidade real.

apresenta em seguida. Na figura 24 temos representadas várias distâncias, entre a reta  $AB$  e os pontos  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , e que nos levam a obter diferentes correções de trajetória que dependem do abatimento. Temos também traçadas as retas de velocidade que nos permitem identificar os extremos de invariância de velocidade útil, ou seja, os limites dos arcos de círculo nos quais poderemos ter diversas direções e velocidades de vento, cuja alteração na velocidade útil da aeronave se mantém constante.

De seguida iremos aplicar as construções geométricas acima descritas para explicar ao leitor todas as linhas marcadas no corretor de rumos. Observe-se a imagem representada na figura 25.

O vetor traçado a verde representa a velocidade da aeronave em unidade de tempo, uma hora, o qual em comprimento atinge o centro do semicírculo. Isto significa que temos três casos distintos de resultados.

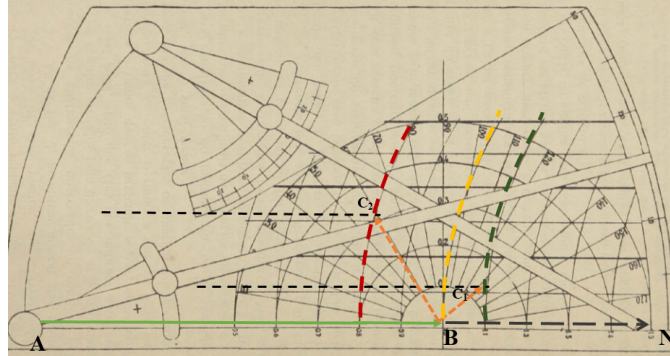


Figura 25: Linhas de cálculo do rumo corrigido.

No primeiro caso, onde a linha de velocidade parte de  $B$ , traçada a amarelo, e que tem valor igual a 1, quer dizer que a velocidade real da aeronave não foi alterada, ou seja, a ação do vento não afetou a velocidade da aeronave.

A segunda situação trata-se de uma diminuição da velocidade útil da aeronave, pois o facto de a linha de velocidade, representada a vermelho, se encontrar abaixo da unidade de tempo padrão significa que no mesmo intervalo de tempo foram percorridas menos milhas do que as que deveriam ser percorridas se não existisse vento. Logo, o vento está a atrasar o movimento da aeronave.

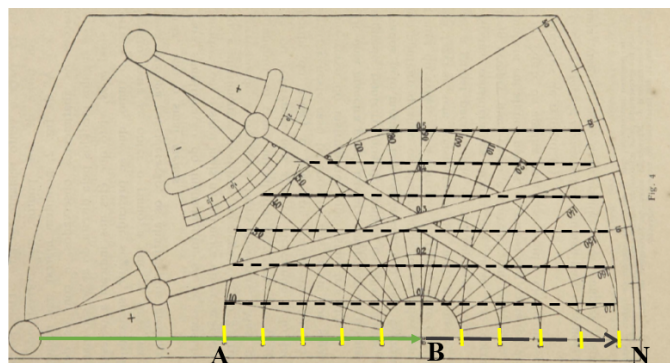


Figura 26: Escala das velocidades, após correção.

Relativamente ao caso mais favorável, em que a aeronave está a ser

“empurrada” pelo vento, podemos ver que esse está representado pela linha de velocidade útil de cor verde. O facto de essa estar além do vetor  $\overrightarrow{AB}$  significa que no mesmo intervalo de tempo, a aeronave está a percorrer um número de milhas superior ao que seria esperado, o que se traduz num efeito de vento favorável ao movimento da aeronave.

Logo, para que se conseguisse calcular a velocidade útil praticada pela aeronave sob efeito do vento, dividiu-se o segmento  $AN$  em dez partes iguais. A partir de cada um destes pontos desenharam-se arcos de círculo, com raio igual à velocidade que a aeronave faria na ausência de vento. Sendo assim a escala da velocidade varia entre 0,5 e 1,5 vezes a velocidade que a aeronave teria na situação de ausência de vento. Analogamente, o mesmo acontece com as retas paralelas a  $AN$ , já deduzidas anteriormente, as mesmas estão distanciadas de  $5^\circ$  em  $5^\circ$ , indicando assim a distância à reta  $AB$  através dos senos dos ângulos previstos, ainda nos mostra qual o abatimento a corrigir, “orçando<sup>15</sup> do rumo desejado, para se conseguir que o avião navegue realmente a esse rumo, contando com a ação lateral do vento”[COUTINHO, 1922, 305].

Adicionalmente, por cada um dos pontos de divisão, representados a amarelo na figura 26, fez-se passar os arcos de círculo com raio  $AB$ . Porém, esses apresentam a particularidade de terem os seus centros fora da escala do corretor de rumos, sendo marcados tendo por base o prolongamento  $BN$  de  $AB$ . Através destas linhas concluiremos, por simples observação, “qual será a velocidade útil, em décimos e frações da velocidade própria do avião, para cada um dos ventos, que, em direção e velocidade, poderemos imaginar”[COUTINHO, 1922, 305].

O corretor de rumos seria usado como um processo gráfico para a resolução do triângulo de velocidades, fornecendo assim a direção e velocidade do vento, a velocidade útil da aeronave e a correção de rumo para prosseguir na trajetória desejada.

De seguida é apresentado um exercício prático para que se possa entender melhor a sua utilização e comprovar a sua eficácia.

- Velocidade da aeronave (dada pelo velocímetro) - 100 nós;
- primeira proa - 030;
- primeira medição de abatimento =  $+13^\circ$ ;
- segunda proa -  $030 + 45^\circ = 075$ ;
- segunda medição de abatimento =  $+17^\circ$ .

Fixando os ponteiros A e A' nas graduações positivas 13 e 17, respe-

<sup>15</sup>Em linguagem náutica, orçar é a manobra que leva a embarcação a aproximar a proa da linha do vento.



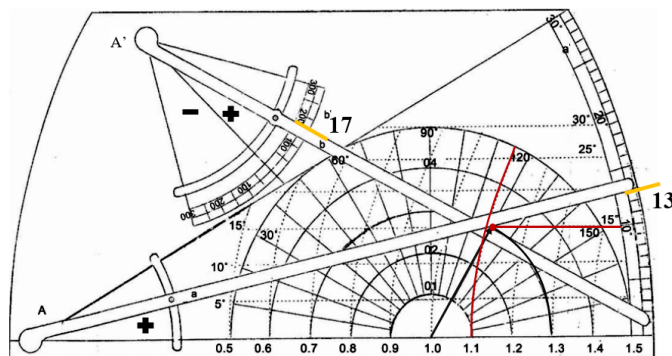


Figura 27: Resolução do exercício usando o corretor de rumos.

tivamente, encontramos o ponto de cruzamento desses, permitindo-nos ler imediatamente o seguinte:

- Direção do vento –  $030 + 118 = 148$ ;
- Velocidade do vento –  $100 \times 0,3 = 30$  nós;
- Correção a fazer relativa à primeira proa =  $+ 15$ ;
- Rumo corrigido –  $030 + 15 = 045$ ;
- Velocidade verdadeira da aeronave –  $100 \times 1,1 = 110$  nós.

Como já foi explicado anteriormente, caso o primeiro sinal de abatimento fosse negativo, teríamos que ver o verso do corretor de rumos e usar os sinais marcados nesse lado, pois são contrários e as correções para determinar a direção do vento e rumo a seguir teriam que ser subtraídas. Assim sendo, eis a regra a ter em conta: “les corrections pour déterminer la direction du vent et la route à suivre sont appliquées avec le signal de la première derive”[CABRAL, 1921, 520].

A resolução do problema encontra-se representada na figura 28. Então, supondo o caso anterior em que teríamos a primeira medição do abatimento negativa, temos que:

- primeira proa –  $030$ ;
- primeira medição de abatimento =  $-13^\circ$ ;
- segunda proa –  $030 - 45^\circ = 345$ ;
- segunda medição de abatimento =  $-17^\circ$

Resultados obtidos, conforme figura 29:

- Direção do vento –  $030 + 118 = 272$ ;
- Velocidade do vento –  $100 \times 0,3 = 30$  nós;
- Correção a fazer relativa à primeira proa =  $-15$ ;

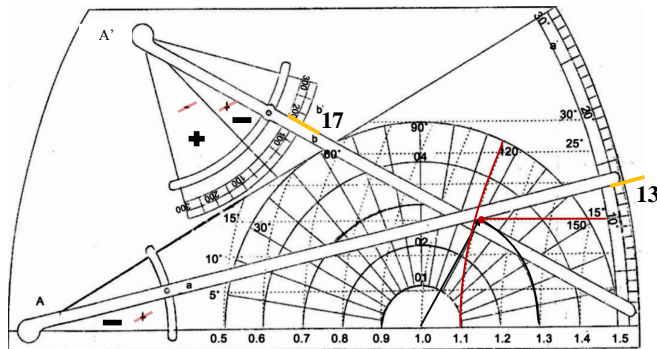


Figura 28: Resolução do exercício com os sinais inversos.

→ Rumo corrigido -  $030 - 15 = 015$ ;

→ Velocidade verdadeira da aeronave -  $100 \times 1,1 = 110$  nós

O corretor de rumos também pode ser usado para o estudo prévio de uma viagem, já que permite por simples leitura ter uma ideia da influência de um certo vento previsto. Isto era praticável, pois no início do século XX já havia alguns conhecimentos no âmbito da climatologia e meteorologia. Desta forma já era sabida a direção e intensidade de alguns ventos predominantes em determinadas áreas, permitindo assim a antecipação da correção do rumo.

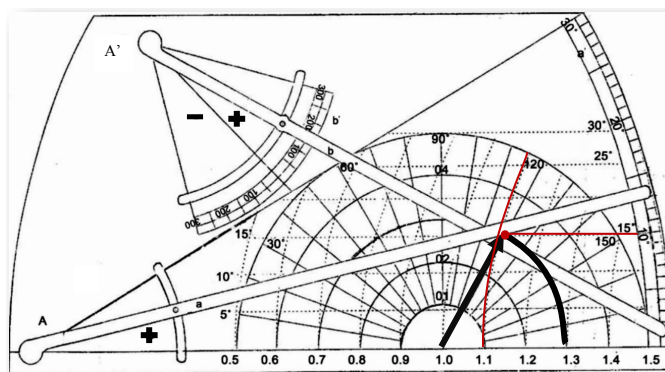


Figura 29: Exemplificação da resolução do exercício anterior usando o corretor de rumos.

Portanto, com a ajuda dos raios e semicírculos pintados de cor preta,

procuramos o vento considerado e através das linhas retas e curvas traçadas a cor vermelha é possível determinar imediatamente a quantidade de graus que será necessário a aeronave alterar o seu rumo (aproximando-se do vento) para seguir a direção pretendida e também a velocidade real da aeronave.

Fazendo, agora um exemplo rápido e sem cálculos, assumindo que queremos saber a influência de um vento com velocidade 0,3 da própria velocidade da aeronave, vemos que o caminho a seguir deverá ser aproximadamente  $18^\circ$  mais próximo do vento e a velocidade real que a aeronave irá praticar seguindo essa trajetória será 0,95 da sua própria velocidade.

## Conclusão

Gago Coutinho e Sacadura Cabral realizaram a primeira travessia aérea do Atlântico Sul, em 1922, usando métodos astronómicos de navegação adaptados da navegação marítima. A determinação do efeito do vento, conhecido como deriva, era fundamental para melhorar o rigor da posição estimada. Para a resolução deste problema Gago Coutinho e Sacadura Cabral conceberam um instrumento, o corretor de rumos, que permitia calcular, de uma forma expedita a deriva provocada pelo vento. Além disso, o corretor de rumos servia igualmente para determinar qual a direção para a qual deveria apontar a aeronave, de modo a seguir na direção desejada.

Neste artigo foi realizado um estudo detalhado da construção do corretor de rumos de Gago Coutinho e Sacadura Cabral. O estudo foi complementado com a apresentação de inúmeros esquemas, ilustrações e exemplos por forma a simplificar a compreensão da sua construção. Através dos estudos realizados, dos esquemas apresentados e dos cálculos efetuados tanto em rosas de manobra como numa réplica, foi-nos possível comprovar a sua eficácia e praticabilidade, tanto ao nível do cálculo do vento verdadeiro como da correção do abatimento da aeronave, dados imprescindíveis à navegação estimada.

**Agradecimentos:** Teresa Sousa foi parcialmente financiada pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia através do projecto UID/MAT/00297/2019 (Centro de Matemática e Aplicações).

**Nota:** Quando na legenda das figuras não é indicada a respetiva fonte, tal significa que as mesmas foram elaboradas pelos autores.

## Referências

- BROWN, Arthur, 1920. *Flying The Atlantic in Sixteen Hours*, New York, Frederick A. Stokes Company.
- CABRAL, Sacadura, 1921. “Raid Lisboa-Madeira – Plaqué do abatimento”, *Anais do Clube Militar Naval*, vol. 10 a 12, pp. 288–294.
- COUTINHO, Gago, 1922. “A Navegação Aérea”, *Anais do Clube Militar Naval*, vol. 10 a 12, pp. 301–422.
- Curtiss NC-4, [http://www.wikiwand.com/en/Curtiss\\_NC-4](http://www.wikiwand.com/en/Curtiss_NC-4) [s.d.], acessido em 23 de agosto de 2018.
- PEREIRA, J. Malhão, 2015. “Os Céus de Gago Coutinho e Sacadura Cabral” *Memórias*, vol. XLII, Lisboa, Academia de Marinha, pp. 263–321.
- PINTO, Rui Miguel, 2014. *Gago Coutinho - O último grande Aventureiro Português*, Lisboa, Eranos.
- SCHUTZMARKE, Eingetragene, 1928. *Métodos Rápidos de Navegação Aérea: O Sextante – Gago Coutinho*, separata de *Ciência e Indústria*, vol. 32 e 333, Lisboa.
- SOARES, António Jorge da Silva, 1992. “Gago Coutinho e o Sistema Português de Navegação Aérea” *Memórias*, vol. XXII, Lisboa, Academia de Marinha, pp. 29–41.
- SOARES, António Jorge da Silva, 1997. “Génese da Navegação Aérea” *Memórias*, vol. XXVII, Lisboa, Academia de Marinha, pp. IV–1 a IV-22.
- Travessia, <https://tinyurl.com/yacbzwlp> [s.d.], acessido em 23 de agosto de 2018.