32.º ENCONTRO do SEMINÁRIO NACIONAL de HISTÓRIA da MATEMÁTICA

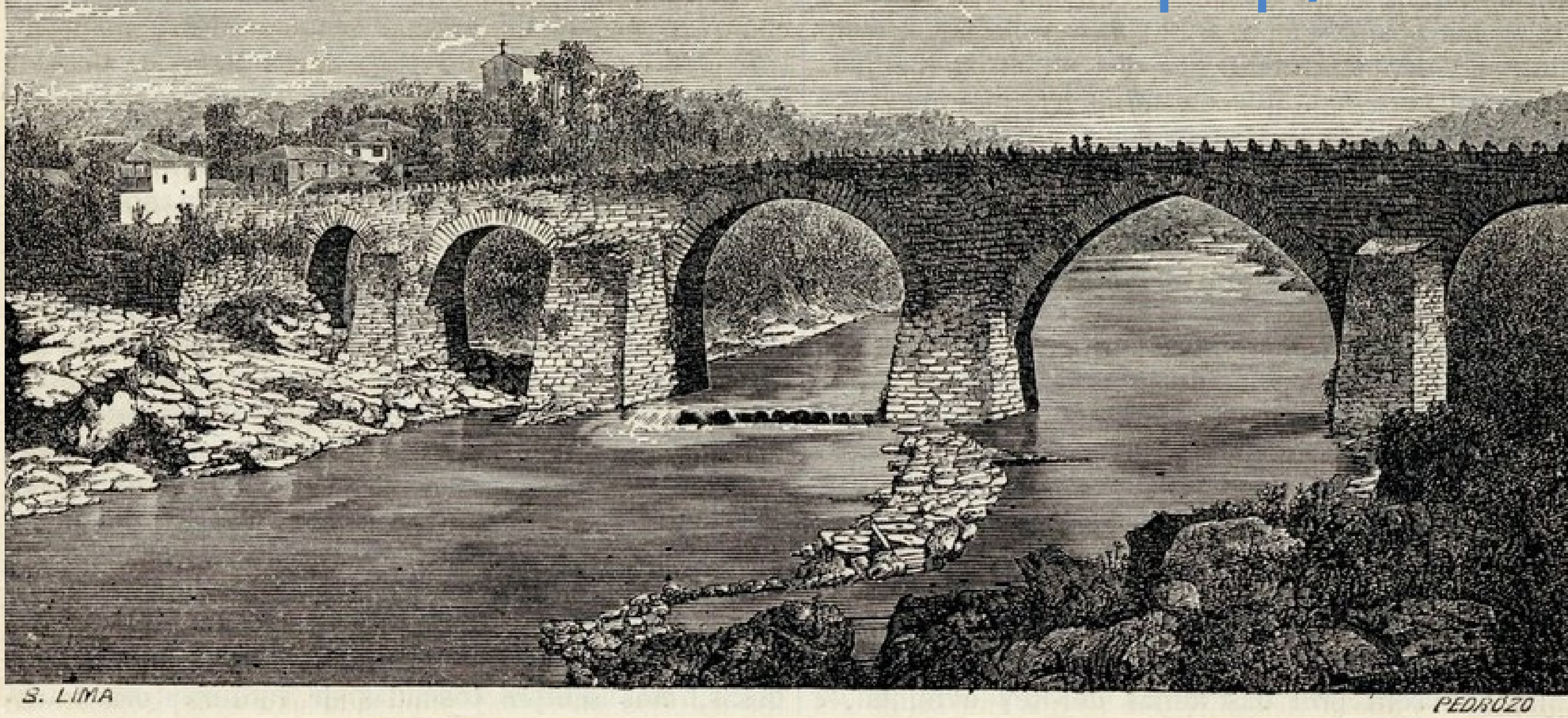
31 de MAIO e 1 de JUNHO de 2019

Conferencista convidado

GUY BOISTEL
(Universidade de Nantes,
Centre François Viète)

**Auditório Municipal
Professora Emília Monteiro,
Marco de Canaveses**

www.spm.pt/snhm32



ISSN 0872–3672

SUMÁRIO

32.º Encontro do Seminário Nacional de História da Matemática

Luis Saraiva,
Introdução 3

Programa 5

Fernando B. Figueiredo,
José Monteiro da Rocha (1734–1819): notas biográficas de um matemático ao serviço do Estado 7

António Leal Duarte,
A reforma pombalina da Universidade de Coimbra de 1772; José Monteiro da Rocha (1734–1819) e a institucionalização da reforma 11

Jorge Fernandes Alves,
Canaveses – O tempo e as reconfigurações territoriais 13

Carlos Moura Martins,
Incursões de José Monteiro da Rocha no campo da Hidráulica 17

Helena Sousa Melo e *Maria do Carmo Martins*,
"Apontamento de Aritmética, sistema-métrico e geometria", um livro do micaelense Urbano Teles Ferreira 21

Luis Saraiva,
O trabalho de Gomes Teixeira em equações com derivadas parciais 25

Cecília Costa,
A "Greta Garbo" de J. Vicente Gonçalves: um compêndio de aritmética racional ímpar 29

Joana Teles e *Luís Bernardino*,
Olimpíadas de Matemática — 30 anos de participações internacionais (o percurso até à primeira medalha de ouro em 2011) 33

(continua no verso)

SUMÁRIO (continuação)

Inês Bénard da Costa,
O modelo de Mercúrio de Ibn al-Shāṭir em Copérnico 37

Pedro Freitas e *Jorge Nuno Silva*,
Os 500 anos do 'Tratado da Prática Darismética' de Gaspar Nicolas ... 41

Maria Elisabete Barbosa Ferreira,
Teoria(s) de proporções em Portugal na primeira metade do século XVIII
.... 45

Guy Boistel,
The birth of a scientific astronomical navigation for seafarers in the second half of the Eighteenth-Century, in England, France and Portugal 51

Ana Patrícia Martins,
Daniel Augusto da Silva — sua ligação a questões de Astronomia 61

João Caramalho Domingues,
Os *Elementos de Algebra* de José Monteiro da Rocha 65

António Costa Canas e *Teresa Sousa*,
Dantas Pereira e a questão da longitude 69

32.º Encontro do Seminário Nacional de História da Matemática

Auditório Municipal Professora Emília Monteiro
Marco de Canaveses
31 de Maio e 1 de Junho de 2019

Introdução

Luis Saraiva[1]
(Coordenador Nacional do SNHM, CIUHCT, DM da FCUL)

O matemático e astrónomo José Monteiro da Rocha (1734–1819) foi um dos principais intervenientes na Reforma Pombalina da Universidade Portuguesa de 1772 e um dos responsáveis, enquanto professor e académico, pela institucionalização da ciência moderna em Portugal no processo desencadeado por essa Reforma. O Seminário Nacional de História da Matemática decidiu realizar o seu encontro anual de 2019 em Marco de Canaveses, terra natal de Monteiro da Rocha, e assim homenageá-lo nos 200 anos do seu falecimento.

A primeira sessão do Encontro teve a figura de Monteiro da Rocha como denominador comum. Três das conferências debruçaram-se sobre as suas contribuições na Reforma Pombalina da Universidade e mostraram aspectos da sua obra matemática: essas conferências foram proferidas por António Leal Duarte, Fernando Figueiredo e Carlos Martins. Numa quarta conferência Jorge Alves deu uma visão de conjunto sobre o que seria Marco de Canaveses no tempo de Monteiro da Rocha. No Encontro ainda houve mais duas conferências que referiram Monteiro da Rocha: João Caramalho Domingues analisou uma das duas partes conhecidas de um manuscrito não publicado deste matemático. Esta parte, "Elementos de Álgebra", em conjunto com outras três, das quais só se conhece mais uma, forma o que Monteiro da Rocha designou por *Elementos de Mathematica*; António Canas e Teresa Sousa, na sua conferência sobre "Dantas Pereira e a Questão da Longitude" resumiram as propostas de Monteiro da Rocha sobre este assunto e expuseram as formuladas por Dantas Pereira na tentativa de resolução daquele importante problema.

O conferencista convidado deste Encontro foi Guy Boistel, investigador e professor no Centro François Viéte, da Universidade de Nantes, que apresentou uma comunicação – extensamente desenvolvida neste suplemento – sobre o começo da navegação astronómica científica no século XVIII em Inglaterra, França e Portugal.

Tivemos três comunicações relativas à História do Ensino da Matemática no século XX. Uma sobre Urbano Teles Ferreira, um professor de escola primária na ilha de S. Miguel, Açores; outra sobre as actividades de José Vicente Gonçalves na sua prática de autor de manuais para o ensino, em

[1]Agradecimentos institucionais são devidos à *Fundação para a Ciência e a Tecnologia* de Portugal no âmbito do projeto UIBD/00286/2020.

particular sobre o seu Compêndio de Aritmética para o 3.º Ciclo do curso dos Liceus (1939); e uma sobre a participação portuguesa nas Olimpíadas de Matemática no período 1989–2019. Estas conferências foram proferidas, respectivamente, por Helena Sousa Melo, Cecília Costa e a última por Joana Teles e Luís Bernardino.

Inês Bénard da Costa apresentou uma comunicação que contextualiza a tradição árabe de configuração do universo, expondo resultados de Ibn al-Shāṭir, em particular o seu modelo de movimento do planeta Mercúrio, e deu elementos sobre a polémica causada pela identificação na obra de Copérnico de alguns assuntos já desenvolvidos na astronomia árabe.

Na sua palestra sobre o *Tratado da Prática Darismética*, que celebra os 500 anos da sua publicação, Pedro Freitas salientou alguns aspectos deste livro, na sua variedade, o primeiro livro de matemática impresso em Portugal.

Maria Elisabete Ferreira falou sobre as versões da *Teoria das Proporções* que surgem em Portugal na 1.ª metade do século XVIII, comparando-as entre si e com obras de outros autores europeus seus contemporâneos.

Ana Patrícia Martins analisou a actividade de Daniel Augusto da Silva no que diz respeito à Astronomia, nas suas vertentes de ensino, actividade institucional e científica.

Por último Luís Saraiva deu uma visão de conjunto do trabalho de pesquisa de Francisco Gomes Teixeira em equações com derivadas parciais, desenvolvido entre 1875 e 1886, no início da sua carreira científica, mostrando igualmente a singularidade da sua produção no contexto matemático português da época.

Não podemos esquecer os apoios que tornaram possível este Encontro: a Sociedade Portuguesa de Matemática, que desde o começo tem apoiado as iniciativas do SNHM, a Câmara Municipal de Marco de Canaveses e a Associação dos Amigos de Marco de Canaveses, sendo da mais elementar justiça salientar o papel do Dr. António Ferreira, que esteve presente em todas as sessões, ajudou a resolver os poucos problemas que se puseram, e nos fez descobrir as belezas de Marco de Canaveses.

Concluimos esta breve apresentação fazendo votos para que esta publicação de actas desenvolvidas das comunicações feitas no 32.º Encontro do SNHM contribua para motivar para Encontros futuros do SNHM alguns daqueles que, não tendo assistido ao Encontro de Marco de Canaveses, acharam que eventualmente haveria algo nesta publicação que lhes poderia interessar.

Até ao 33.º Encontro do SNHM, que será em Leiria, a 29 e 30 de Maio de 2020!

Programa

31 de Maio

09.00 *Entrega de pastas*

09.30 Abertura do Encontro (Luis Saraiva, representante da Câmara de Marco de Canaveses, representante da SPM)

09.50 Fernando Figueiredo (CITEUC, Universidade de Coimbra) — José Monteiro da Rocha (1734–1819): notas biográficas de um matemático ao serviço do Estado.

10.40 António Leal Duarte (Dep. Matemática, Univ. Coimbra, Centro de Matemática da UC) — A reforma pombalina da Universidade de Coimbra de 1772; José Monteiro da Rocha (1734–1819) e a institucionalização da reforma.

11.10 *Café*

11.40 Jorge Alves (Faculdade de Letras da Universidade do Porto) — Canaveses: o tempo e as reconfigurações territoriais.

12.20 Carlos Moura Martins (Darq|CITEUC) — Incursões de José Monteiro da Rocha no campo da Hidráulica.

13.00 *Almoço*

15.00 Helena Sousa Melo e Maria do Carmo Martins (Dep. de Matemática e Estatística, da F. Ciências e Tecnologia, CEHu, Universidade dos Açores) — "*Apontamento de Aritmética, sistema-métrico e geometria*", um livro do micaelense Urbano Teles Ferreira.

15.30 Luis Saraiva (CIUHCT, CMAFCIO, Universidade de Lisboa) — O trabalho de Gomes Teixeira em equações com derivadas parciais.

16.00 Cecília Costa (UTAD, CIDTFF, CIDMA) — A "Greta Garbo" de J. Vicente Gonçalves: um compêndio de aritmética racional ímpar.

16.30 Joana Teles (Universidade de Coimbra) e Luís Bernardino (Agrupamento de Escolas Rio Arade) — Olimpíadas de Matemática – 30 anos de participações internacionais.

17.00 *Café*

17.30 *Passeio Social*

20.00 *Jantar do Encontro*

Programa

1 de Junho

09.30 Inês Bénard da Costa (FCUL) — O modelo de Mercúrio de Ibn al-Shāṭir em Copérnico.

10.00 Pedro Freitas e Jorge Nuno Silva (CIUHCT) — Os 500 anos do 'Tratado da Prática Darismética' de Gaspar Nicolas.

10.30 Maria Elisabete Barbosa Ferreira (Agrupamento de Escolas Dr. Mário Fonseca, Escola Básica e Secundária de Lousada Norte, Lustosa) — Teoria(s) de Proporções em Portugal na primeira metade do século XVIII.

11.00 *Café*

11.30 Guy Boistel (Centre François Viète, Université de Nantes) — The birth of a scientific astronomical navigation for seafarers in the Eighteenth-Century, in England, France and Portugal, from 1714 to 1804.

12.20 Ana Patrícia Martins (Escola Superior de Educação de Viseu / CIUHCT) — Daniel Augusto da Silva – sua ligação a questões de Astronomia.

13.00 *Almoço*

15.00 João Caramalho Domingues (CMAT – Univ. Minho) — Os *Elementos de Algebra* de Monteiro da Rocha.

15.30 António Costa Canas e Teresa Sousa (Escola Naval, CINAV) — Dantas Pereira e a questão da longitude.

16.20 Encerramento do Encontro

José Monteiro da Rocha (1734–1819): notas biográficas de um matemático ao serviço do Estado

Fernando B. Figueiredo
CITEUC, DMUC, Universidade de Coimbra

José Monteiro da Rocha foi um dos principais protagonistas de um processo de institucionalização da ciência moderna iniciada em Portugal pela Reforma da Universidade de Coimbra (1770–72), e que moldou o país dos finais do Antigo Regime aos alvores do Liberalismo. A sua vida e ação foram marcantes na Universidade de Coimbra e no processo de institucionalização da ciência moderna que a Reforma Pombalina da Universidade iniciou em Portugal. As Reformas Pombalinas, em geral, e as reformas da educação, em particular, tinham o propósito de recuperar o atraso de Portugal em relação aos países considerados mais avançados e cultos da Europa. A Reforma da Universidade de Coimbra foi pensada com a finalidade de ajustar Portugal às ideias 'iluminadas' da Europa, no sentido do conhecimento científico e do desenvolvimento. O objectivo estruturante da Reforma foi a formação de quadros técnicos para os vários sectores do funcionalismo público dando suporte aos interesses económico-políticos do país e das suas inúmeras colónias, em particular o Brasil.

José Monteiro da Rocha nasceu em Canavases, uma localidade perto de Marco de Canavezes, em 25 de Junho de 1734, no seio de uma família de agricultores. Pouco se sabe sobre os seus anos de infância e juventude. Sabe-se que ainda jovem foi para o Brasil, ingressando em 1752 na Companhia de Jesus que virá a abandonar em 1759 aquando da expulsão dos Jesuítas de Portugal e seus domínios. Foi educado no Colégio jesuíta de São Salvador da Baía, onde faz a sua formação inicial em matemática e astronomia. Em 1766 regressa a Portugal. Matricula-se em Cânones na Universidade de Coimbra, obtendo, em 1770, o grau de Bacharel.

Em 1771, por influência de Francisco de Lemos, Reformador Reitor da Universidade de Coimbra, é chamado a colaborar com a Junta de Providência Literária, organismo responsável pela redação dos Novos Estatutos da Universidade (1772), tendo sido um dos responsáveis pela conceção das novas faculdades científicas e pela ampla renovação de estudos no campo do ensino da matemática, da astronomia e das ciências naturais e experimentais, programa que marcará profundamente a vida da Universidade de Coimbra até 1911.

Aquando do começo das aulas Monteiro da Rocha é incorporado como professor da Faculdade de Matemática, cabendo-lhe a honra de ler a lição inaugural da nova Faculdade de Matemática. No período da Viradeira, que se seguiu à morte de D. José, era visto em Coimbra como um símbolo da Reforma Pombalina. De 1786 a 1804 ocupa o cargo de vice-reitor, desempenhando então um papel fundamental na institucionalização da Reforma.

A sua obra científica é vasta, compondo-se de traduções de livros de texto franceses, trabalhos de matemática aplicada e trabalhos de astronomia teórica e prática, perfazendo 23 trabalhos impressos, 12 manuscritos conhecidos e cerca de 20 referenciados.

No que diz respeito à astronomia, foi responsável pela criação do Observatório Astronómico de Coimbra, que dirigiu, e pelo estabelecimento do respetivo programa científico (a ele se deve o projecto (5-2-1791), construção, regulamentação e apetrechamento instrumental). O Observatório constituiu um dos principais centros de investigação do país, publicando periodicamente as Efemérides Astronómicas (1803–2000), obra reconhecida na Europa pelo seu carácter inovador. Enquanto Diretor do Observatório e professor das cadeiras de Física-Matemática (1772–1783) e de Astronomia (1783–1804), foi um dos principais responsáveis pela formação de uma geração de matemáticos e astrónomos em Portugal, no final do Antigo Regime.

Monteiro da Rocha teve ainda um papel fundamental nos primeiros tempos da Academia das Ciências de Lisboa (1779), quer na sua atividade científica, quer na definição da sua orgânica interna. O seu papel foi igualmente decisivo na preparação das bases para a construção da Carta Geográfica do Reino, cujos trabalhos geodésicos foram dirigidos, a partir de 1790, por um dos seus mais brilhantes discípulos: Francisco António Ciera. Foi também membro da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica (1798) e vogal da Junta de Diretoria Geral de Estudos e Escolas do Reino (1794). Foi Conselheiro Real e preceptor do príncipe D. Pedro, futuro rei de Portugal e Imperador do Brasil.

Monteiro da Rocha viveu uma longa vida, plena e cheia de honrarias, morrendo aos 85 anos na sua quinta de São José de Ribamar, perto de Lisboa, a 11 de dezembro de 1819. No seu obituário (7 de janeiro de 1820), na Gazeta de Lisboa, são lhe tecidos grandes elogios, sendo descrito como uma das grandes personalidades do país, *'muito respeitável por seus vastos conhecimentos em várias Ciências, com especialidade nos diferentes ramos de Matemática, não o foi menos pela exacção, e esmero, com que desempenhou os importantes lugares que ocupara durante todo o tempo de sua vida pública.'*

Na verdade, como homem de ciência, professor, académico, administrador e legislador, Monteiro da Rocha é uma das principais figuras da história da cultura e ciência portuguesa, que elevou a instituição universitária ao mais alto nível, contribuindo, decisivamente, para a modernização e internacionalização de novos saberes e competências. A realização do 32.º Seminário Nacional da História da Matemática, na sua terra natal aquando bicentenário da sua morte, foi uma merecida homenagem que se lhe prestou.

Bibliografia

Araújo, Ana Cristina (Coord.), O Marquês de Pombal e a Universidade. Coimbra: Imprensa da Universidade, Coimbra, Imprensa da Universidade de Coimbra, 2000.

Araújo, Ana Cristina e Fonseca, Fernando Taveira da (Coords.), A Universidade Pombalina. Ciência, Território e Coleções Científicas, Coimbra, Imprensa da Universidade de Coimbra, 2017.

Figueiredo, Fernando B., "José Monteiro da Rocha e a actividade científica da 'Faculdade de Mathematica' e do 'Real Observatório da Universidade de Coimbra': 1772–1820", Tese de Doutoramento, FCTUC, Coimbra, 2011.

Freire, Francisco de Castro, Memoria Historica da Faculdade de Mathematica nos cem annos decorridos desde a Reforma da Universidade em 1772 até o presente, Coimbra, Imprensa da Universidade, 1872.

Teixeira, António José, "Sciencias moraes e sociaes. Apontamentos para a biographia de José Monteiro da Rocha", O Instituto: jornal scientifico e litterario, v. 37 (1889–1890), pp. 65–98.

Teixeira, Francisco Gomes, "Doutor Monteiro da Rocha", Revista da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra 4 (1934), pp. 192–202.

A reforma pombalina da Universidade de Coimbra de 1772; José Monteiro da Rocha (1734–1819) e a institucionalização da reforma

António Leal Duarte
Dep. Matemática e Centro de Matemática da Universidade de Coimbra

A Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra de 1772 transformou o ensino nesta instituição, de alguma forma moldando o Portugal dos finais do Antigo Regime aos alvores do Liberalismo. Para o ensino das ciências foram criados o Laboratório Químico, o Gabinete de Física Experimental, o Museu de História Natural, o Jardim Botânico e o Observatório Astronómico. José Monteiro da Rocha foi uma figura-chave em todo este processo, quer na redacção dos respectivos estatutos, quer como professor e Decano (1778) da Faculdade de Matemática, quer como Vice-Reitor (1785) quer ainda como Director do Observatório Astronómico (1795).

Como cientista, académico, administrador e legislador, Monteiro da Rocha contribuiu, de forma decisiva, para a modernização e internacionalização de novos saberes e competências. Nesta comunicação pretendemos dar a conhecer alguns dos aspectos da Reforma pombalina e do papel que na institucionalização dessa reforma desempenhou esta tão importante figura da cultura e ciência portuguesa que foi Monteiro da Rocha.

Canaveses – O tempo e as reconfigurações territoriais

Jorge Fernandes Alves
FLUP/CITCEM

No âmbito da evocação dos 200 anos sobre a morte de José Monteiro da Rocha (1734–1819), o notável cientista natural de Canaveses, a comunicação procurou enunciar as linhas gerais da sua terra de naturalidade em termos económicos e sociais, bem como a evolução administrativa posterior envolvendo esse território. Fotografia, cartografia e anotações textuais de autores já clássicos permitiram delinear um percurso histórico de forma a envolver os participantes no Seminário na realidade local já longínqua.

Uma imagem aérea do local na atualidade permite-nos visualizar a dimensão do alagamento que a barragem do Torrão, alteando o rio Tâmega numa larga distância, provocou na freguesia de Sobretâmega, paróquia de naturalidade do homenageado, que integrava a então vila de Canaveses, termo e concelho de um mosaico de outros pequenos concelhos e coutos que só a exposição cartográfica nos permite verdadeiramente compreender. Para isso fez-se o mapeamento das reorganizações territoriais, correndo o período desde 1794 até 1853, data da criação oficial do concelho de Marco de Canaveses, que, fruto de anteriores e sucessivas reuniões territoriais (Benviver, Soalhães), viria a incorporar esses e outros concelhos, com ajustamentos de freguesias ainda posteriores a essa data, num processo de alargamento, concentração e racionalização inerente às sucessivas reformas administrativas oitocentistas.

A vila de Canaveses, de há duzentos anos, conglomerava as freguesias marginais do rio Tâmega, que tinham a ligá-las um elemento que se tornara um ícone da região — a velha ponte medieval de Canaveses, de que se podem ainda visualizar algumas imagens, “toda coroada de ameias”, ligada ao nome mítico da Rainha de Castela, Mafalda, filha do rei português Sancho I, que a teria mandado construir, tal como fez com um “hospital para nove passageiros & peregrinos”, atribuindo-se-lhe ainda a responsabilidade pela construção da Igreja de Santa Maria de Sobretâmega, tudo isto segundo as anotações de António Carvalho da Costa, datadas de 1706–1712, na sua *Corografia Portuguesa*. As termas de Canaveses eram, desde os tempos antigos, uma referência próxima da velha ponte e talvez justificassem ali a sua localização, aliada ao aldeamento romano próximo, hoje com grande projeção arqueológica (Tongóbriga). As águas termais proporcionaram, particularmente já nos inícios no século XX, a organização de um complexo termal e de lazer muito apreciado e frequentado, com largos anúncios na imprensa, sobre o qual se passou um breve, mas apreciável, documentário existente na Cinemateca Portuguesa. A ponte seria recuperada, posteriormente, na década de 1940, seguindo as políticas patrimoniais do Estado Novo,

Numa terra profundamente ligada à agricultura, em que predominavam os solares dos terra-tenentes em contraste com as cabanas dos caseiros, a conflitualidade social em Marco de Canaveses teve episódios conhecidos ao longo das guerras liberais e, no seu ocaso, não faltaram as quadrilhas de ex-milicianos que, uma vez terminada a guerra, continuavam armadas e prontos para novos desafios. Enquanto estes não chegavam, entretinham-se na prática de assaltos às casas ricas, num raio alargado. Terá sido muito pelo clima de insegurança provocada por esse tipo de banditismo e perante os pedidos de segurança pública levantados nos vários níveis administrativos, que se verificou a necessidade de dotar estes pequenos territórios de estruturas mais capazes, permitindo às forças policiais do administrador de concelho um espaço mais amplo para exercer os seus poderes, que estavam sempre limitados aos limites do concelho, perante quadrilhas que deambulavam pelo território e escapavam às autoridades locais, saltando de concelho em concelho. Ali pontificava desde o final da guerra da Patuleia o grupo de José do Telhado, responsável por múltiplos assaltos e ações de violência. É essa situação que leva o deputado Rodrigo Nogueira Soares a levantar a questão da segurança e da consequente capacidade administrativa local na Câmara dos Deputados, o que faz, por diversas vezes, desde 21 de janeiro de 1852. Pouco depois, em 14 de fevereiro, voltava à carga, pedindo medidas administrativas ao Governo, afirmando, nomeadamente:

> Aproveito esta ocasião, Sr. Presidente, pura chamar a atenção da Câmara sobre a necessidade de reduzir consideravelmente a nossa circunscrição, tanto administrativa, como judiciária. Há Julgados e Concelhos aonde não há pessoas capazes, para exercerem os diversos cargos que se necessitam; e é necessário verificar-se, se o Governo tem em sua mão todos os dados administrativos, para se obter uma diminuição considerável no número dos Concelhos e Julgados; porque eu creio que uma das razões porque a nossa máquina judicial se não move bem, é porque não há gente capaz para todos os cargos: o que se poderá obter alongando-se mais a área dos Concelhos e dos Julgados, porque então haverá mais por onde escolher. (*Diário da Câmara dos Deputados*, 14.02.1852. p. 136).

Neste relançamento da lógica da reorganização administrativa se enquadra o decreto de 31 de março de 1852, que criava o concelho de Marco de Canaveses, baseando-se numa representação recebida, discutida e formalmente proposta na Junta Distrital do Porto, como estipulava o Código Administrativo de 1842, então vigente, ao conferir a essa entidade a atribuição, entre outras, de "informar anualmente o Governo sobre os melhoramentos na Divisão do Território" (artigo 218.º–I). Criado o concelho, o administrador inicial, Adriano José de Carvalho e Melo lançaria luta desenfreada contra o grupo de José do Telhado, aprisionando vários elementos, pondo em fuga o cabecilha, que seria preso mais tarde por Adriano José no porão de uma barca que se preparava para largar para o Brasil.

Ultrapassadas estas questões da formação administrativa, o concelho seguiu as rotinas habituais dos concelhos devotados à agricultura de subsistência, em que a emigração para o Brasil, primeiro, e depois para países europeus, foi sempre a válvula de escape das tensões que poderiam resultar das profundas desigualdades sociais, mais fortes em tempos de crise agrícola ou de alterações políticas. Desse movimento de partidas de emigrantes um nome viria a sobressair, o da jovem Maria do Carmo Miranda, que partiu, em 1910, com tenra idade, para se tornar uma estrela maior no Rio de Janeiro e em Hollywood com o nome de Carmen Miranda, hoje com museu no Marco de Canaveses. Concelho periférico no distrito, hoje envolvido pelas bacias de dois rios — Douro e Tâmega, contidos em amplas barragens, o Marco de Canaveses apresenta paisagens peculiares, em que avulta o património edificado, a ligação à natureza, a produção agrícola entre a tradição e algumas marcas de significativa inovação, o trabalho da pedra com base na exploração do granito, os desportos náuticos e de montanha. Coberta parcialmente pelas águas do Tâmega, agora atravessadas por uma nova ponte, a freguesia de Sobretâmega, a terra natal de José Monteiro da Rocha, é hoje um espaço integrado em novas formas de paisagem e vislumbra novos horizontes.

Bibliografia

Alves, Jorge Fernandes e outros – *Marco de Canaveses – Perspetivas.* Marco de Canaveses: Câmara Municipal, 2009.

Alves, Jorge Fernandes e outros – *Marco de Canaveses. O Poder Local.* Marco de Canaveses: Câmara Municipal, 2017.

Costa, António Carvalho da – *Corografia Portuguesa*. Lisboa: Oficina Valentim da Costa, 1706–1712.

Diário da Câmara dos Deputados. In `debates.parlamento.pt`.

Incursões de José Monteiro da Rocha no campo da Hidráulica

Carlos Moura Martins
Darq|FCTUC, CITEUC

José Monteiro da Rocha (1734–1819) foi uma das figuras mais consistentes e coerentes do movimento reformador do Pombalismo, projecto político que pretendia reforçar e racionalizar o aparelho do Estado e, desta forma, promover o desenvolvimento e a modernização do país[1]. Colaborou activamente na concepção da reforma da Universidade de Coimbra, sendo um dos principais mentores dos novos Estatutos na parte das ciências matemáticas e naturais. A sua acção, ao longo de mais três décadas, foi decisiva na implementação desta reforma, em particular na parceria com os reitores D. Francisco de Lemos (1735–1822) e D. Francisco Rafael de Castro (1750–1816). Através da sua actividade pedagógica, científica e administrativa procurou assegurar a institucionalização do ideário científico moderno e garantir à Universidade um papel central no ambicionado projecto renovador[2]. Dirigiu os seus estudos no sentido da resolução de problemas concretos, conferindo à sua investigação no campo da astronomia e da matemática um profundo sentido utilitário, como definiu Gomes Teixeira[3]. Empenhado num modelo pedagógico que associasse ensino e investigação e que envolvesse a comunidade de estudantes e professores, foi com a criação do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra e com a publicação das suas prestigiadas *Efemérides Astronómicas* que deu corpo a esta ideia maior do seu pensamento. A sua escolha para mestre do príncipe D. Pedro, em 1804, foi o culminar de um ímpar percurso científico e académico[4].

Enquanto director da faculdade de Matemática e vice-reitor da Universidade, José Monteiro da Rocha empenhou-se na actualização dos planos de

[1]Sobre o conceito de Pombalismo, ver Serrão, José Vicente, "Sistema político e funcionamento institucional no Pombalismo", in Fernando Marques da Costa; Francisco Contente Domingues; e Nuno Gonçalo Monteiro (org.), *Do Antigo Regime ao Liberalismo, 1750–1850*, Lisboa, Vega, 1989: 11–21.

[2]Sobre a reforma pombalina da Universidade, ver Ana Cristina Araújo (coord.), *O Marquês de Pombal e a Universidade*, Coimbra, Imprensa da Universidade de Coimbra, 2000; Ana Cristina Araújo e Fernando Taveira da Fonseca (coords.), *A Universidade Pombalina. Ciência, Território e Coleções Científicas*, Coimbra, Imprensa da Universidade de Coimbra, 2017.

[3]Ver Teixeira, Francisco Gomes, *História das Matemáticas em Portugal*, Lisboa, Academia das Ciências de Lisboa, 1934: 239–249.

[4]Sobre o percurso e a obra de José Monteiro da Rocha, ver Figueiredo, 2011.

Suplemento do Boletim da SPM 79, Dezembro 2021, pp. 17–20

estudos, procurando acompanhar a progressiva especialização das ciências físico-matemáticas, processo que se acentuou na passagem do século XVIII para o século XIX. É neste espírito reformador e modernizador que se enquadra a criação das cadeiras de Hidráulica e de Astronomia Prática, em 1801[5]. Para a concretização desta reforma contribuiu o momento de bom relacionamento da Universidade com o governo, salientando-se o papel do ministro D. Rodrigo de Sousa Coutinho (1755–1812) no apoio ao desenvolvimento das ciências exactas e à promoção do campo técnico-científico[6]. José Monteiro da Rocha esteve particularmente envolvido nesta reforma curricular do 3.º e 4.º anos da faculdade de Matemática, pois abrangia as duas disciplinas que leccionou – Foronomia (1772–1783) e Astronomia (1783–1804). Redigiu os decretos de fundação das novas disciplinas e propôs os nomes dos novos professores, dois brilhantes alunos doutorados em Matemática em 1795 e já com significativa experiência lectiva: Manuel Pedro de Melo (1765–1833), para a cadeira da Hidráulica, e Tristão Álvares da Costa Silveira (1768–1811), para a cadeira de Astronomia[7].

A reestruturação do 4.º ano compreendeu a organização da cadeira de Astronomia em duas disciplinas, a Teórica e a Prática, e enquadra-se na entrada em funcionamento do Observatório Astronómico da Universidade[8]. A reforma curricular do 3.º ano abarcou a organização, igualmente em duas disciplinas, da cadeira de Foronomia, área científica que tratava das leis de equilíbrio e movimento dos corpos, sólidos e fluidos. Na nova orgânica curricular, a antiga cadeira de Foronomia passa a tratar sobretudo a estática e mecânica dos sólidos, óptica e acústica. A nova cadeira, sob a designação de Hidráulica, trata, por um lado, o campo analítico e teórico da hidrostática, hidrodinâmica e resistência de fluidos e, por outro lado, o campo técnico da aplicação prática dos princípios da hidráulica, com o estudo em detalhe dos sistemas construtivos de obras e máquinas hidráulicas através de demonstrações com modelos e estampas. Esta componente prática tinha como intenção formar quadros técnicos com conhecimentos especializados neste importante ramo das obras públicas em franco desenvolvimento em

[5] Ver "Carta Régia, que regula as obrigações das Cadeiras da Faculdade de Matemática na Universidade", 1 de Abril de 1801, *Jornal de Coimbra*, 1817, 11, 1: 312–313.

[6] Ver carta de Monteiro da Rocha para D. Francisco de Lemos, de 31 de Maio de 1801, in Rocha, 1889, 36: 663. Sobre D. Rodrigo de Sousa Coutinho e a hidráulica, ver Martins, 2014: 592–598.

[7] Sobre este envolvimento de Monteiro da Rocha, ver as suas cartas de 18 e 25 de Janeiro de 1801, in Rocha, 1889, 36: 590–593; 16 de Agosto de 1801, in Rocha, 1890, 37: 54.

[8] Sobre as reformas pós-pombalinas dos planos de estudos da Universidade de Coimbra, ver Martins, 2017: 287–291; sobre esta reforma, ver também Figueiredo, 2011: 334–337.

toda a Europa e que, em Portugal, estava a ter um investimento estratégico por parte do Estado[9]. Enquanto objectivo novo, corresponde à formação do que hoje são os engenheiros civis por contraponto à formação militar dos engenheiros na Academia de Fortificação, Artilharia e Desenho, cuja cadeira de Hidráulica era leccionada desde 1799 por um professor formado na Universidade de Coimbra, Vicente António da Silva Correia (ca. 1765–1848). Referem-se como exemplos de obras hidráulicas: diques e molhes para o melhoramento dos portos marítimos e cais e docas para a actividade naval; encanamento de rios e canais e eclusas para o desenvolvimento da navegação fluvial; canais de rega e drenagem de pântanos para aumento da área agrícola e benefício da saúde pública; assim como açudes e aquedutos para abastecimento de água às populações e para mover máquinas para o fomento industrial (moagens, serrações, têxteis, papel, metalurgia, etc.).

Para a implementação da nova cadeira de Hidráulica foi decidido, por acordo entre a Universidade e o governo, que Manuel Pedro de Melo realizasse previamente uma viagem pela Europa, de forma a ter um contacto directo com os diferentes modelos de obras hidráulicas. A expedição do bolseiro foi objecto de instruções específicas pensadas por José Monteiro da Rocha, onde se cruzam assuntos exclusivos do campo da Hidráulica com matérias de teor pedagógico e científico (maioritariamente de astronomia) do interesse da Universidade de Coimbra[10]. Quanto ao ramo da Hidráulica, as instruções manifestam a preocupação com as causas e os efeitos deste tipo de obras, em função do regime dos rios (em particular dos torrenciais) e das circunstâncias locais de cada caso, assim como com os aspectos técnicos e económicos relacionados com o investimento e a conservação dos trabalhos. Monteiro da Rocha refere a importância da visita a obras malsucedidas, dando os exemplos da barra do rio Loire e do encanamento do rio Elba (junto aos campos de Magdeburgo) e estabelecendo uma relação directa com os casos da barra de Aveiro e do rio Mondego, respectivamente. Sugere ainda que o bolseiro examine estes e outros exemplos, "advertindo, que n'isto, assim como em medicina, tudo se cura nos livros, e tudo morre na practica"[11]. O cepticismo de Monteiro da Rocha, provavelmente, teria como precedente os pareceres, para os quais foi chamado pelo governo, sobre as

[9]Sobre o programa de obras públicas empreendido em Portugal no final do século XVIII, ver Martins, 2014.

[10]Ver de José Monteiro da Rocha, "Apontamentos sobre a viagem litteraria do doutor Manuel Pedro de Mello", 20 de Dezembro de 1801, in Rocha, 1890, 37: 268–271; ver, ainda, provavelmente da autoria de José Monteiro da Rocha, as "Instruçoens para huma viagem hydraulica", s. d., in Figueiredo, 2011, Anexos: 38–40.

[11]Sobre as principais expedições científicas deste período, ver Martins, 2017: 291–297.

obras de abertura da barra de Aveiro (pedido em 1781) e do encanamento do rio Mondego (pedido em 1800), estando a decorrer a execução do relatório sobre o Mondego pela Faculdade de Matemática[12].

A disciplina da Hidráulica é aqui invocada, no âmbito das comemorações do duplo centenário da morte de José Monteiro da Rocha, pela relevância que o eminente professor e matemático conferiu a esta área essencial para o desenvolvimento do território.

Bibliografia

Figueiredo, Fernando B., *José Monteiro da Rocha e a actividade científica da 'Faculdade de Mathematica' e do 'Real Observatório da Universidade de Coimbra': 1772–1820*, Coimbra, tese de doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, 2011.

Freire, Francisco de Castro, *Memoria Historica da Faculdade de Mathematica nos cem annos decorridos desde a Reforma da Universidade em 1772 até o presente*, Coimbra, Imprensa da Universidade, 1872.

Martins, Carlos Moura, *O Programa de Obras Públicas para o Território de Portugal Continental, 1789–1809. Intenção Política e Razão Técnica — o Porto do Douro e a Cidade do Porto*, Coimbra, doutoramento em Teoria e História da Arquitectura, Universidade de Coimbra, 2014, 2 vols. `http://hdl.handle.net/10316/25713`

Martins, Carlos Moura, "A aplicação da ciência à política do território na transição do século XVIII para o século XIX", in Ana Cristina Araújo e Fernando Taveira da Fonseca (coords.), *A Universidade Pombalina. Ciência, Território e Coleções Científicas*, Coimbra, Imprensa da Universidade de Coimbra, 2017, pp. 245–312. `https://doi.org/10.14195/978-989-26-1366-6_7`

Rocha, José Monteiro da, "Cartas do Dr. José Monteiro da Rocha a D. Francisco de Lemos de Faria Pereira Coutinho", 1799–1816, *O Instituto*, Coimbra, Imprensa da Universidade, 1889-1890, vols. 36–37.

Sobre esta expedição científica, ver "Viagem do sr. Manuel Pedro de Mello a differentes paizes da Europa", in Freire, 1872: 81–82.

[12]Sobre estes pareceres, ver Figueiredo, 2011: 190–196. Sobre o relatório da Faculdade de Matemática, ver Martins, 2014: 331–335.

“Apontamento de Aritmética, sistema-métrico e geometria”, um livro do micaelense Urbano Teles Ferreira

Helena Sousa Melo, *Maria do Carmo Martins*
Faculdade de Ciências e Tecnologia – DME,
Centro de Estudos Humanísticos (CEHu-UAc)
Universidade dos Açores

Na história da insularidade açoriana foram publicados alguns livros específicos sobre conteúdos matemáticos básicos. Refira-se, a título exemplificativo, a obra do Padre Jerónimo Emiliano de Andrade intitulada *“Noções primárias das figuras da geometria, e medição de superfícies, volumes de sólidos, por meio do desenho linear”*, datada de 1846. Neste resumo apresentamos um pouco da vida e da obra de Urbano Teles Ferreira, um professor de escola primária que exerceu as suas funções na ilha de S. Miguel – Açores. Uma análise ao seu livro “Apontamento de Aritmética, sistema-métrico e geometria: noções muitíssimo sumárias” revela um pouco de como o ensino da Matemática era ministrado no início do século XX nas ilhas açorianas.

O professor Urbano Teles Ferreira nasceu a 17 de agosto de 1897, era natural de Vila Franca do Campo, S. Miguel – Açores e filho de António Joaquim Ferreira e de Laura Correia Teles Ferreira. Diplomou-se, pela Escola de Ensino Normal de Angra do Heroísmo, Terceira – Açores, em 25 de julho de 1918, com uma média de 19 valores.

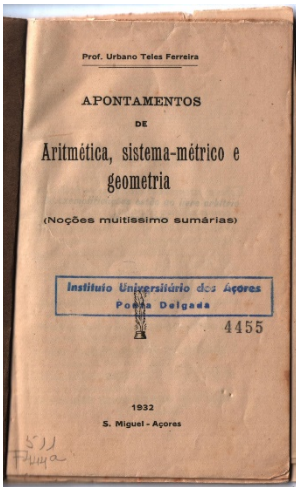
Após a sua formação, e a partir do ano de 1919, lecionou sempre em Escolas Primárias Masculinas em S. Miguel, nos Concelhos de Ponta Delgada (CPD), Lagoa (CL) e Ribeira Grande (CRG). Desempenhou, durante um período de três meses, o cargo de Professor Interino na Escola do Pico da Pedra, no CRG. No ano seguinte, 1920, entre os meses de janeiro e junho, manteve o mesmo cargo na Escola de S. José, no CPD. Nesse mesmo ano de 1920, e até julho de 1923 foi Professor Temporário na freguesia da Ribeirinha, CRG. De agosto a dezembro de 1923 foi Professor Temporário na freguesia de Santa Cruz, CL. Entre janeiro de 1924 e setembro de 1931 continuou na Escola de Santa Cruz, mas como Professor Definitivo, cargo que manteve até 1948. Entre outubro de 1931 e setembro de 1941, foi professor na Escola do Rosário, no mesmo CL e entre outubro de 1941 e fevereiro de 1948, na Escola de S. José, no CPD.

Muito dinâmico no desempenho das suas funções de professor, é de se destacar que, em 1924, a Câmara Municipal de Lagoa concedeu-lhe, bem como ao seu colega João Ferreira da Silva, um donativo específico para a compra de livros e utensílios escolares destinado aos alunos menos favorecidos das escolas primárias onde lecionavam.

No dia 28 de janeiro de 1948, e tomando posse a 9 de fevereiro, foi nomeado *Adjunto Interino do Director Escolar da Direcção de Distrito Escolar de Ponta Delgada*, iniciando as suas funções a 10 de fevereiro desse mesmo ano.

O professor Urbano Ferreira faleceu em 22 de maio de 1949.

Durante a sua vida temos conhecimento que escreveu o já mencionado "Apontamentos de aritmética, sistema-métrico e geometria: noções muitíssimo sumárias", publicado em S. Miguel, no ano de 1932, como complemento de informação das aulas que ministrava e que poderia ser utilizado por outros professores, dado as características da obra que sintetizava alguns conceitos básicos, uma vez que os manuais escolares, no arquipélago dos Açores, só foram adotados oficialmente a partir de 1940.

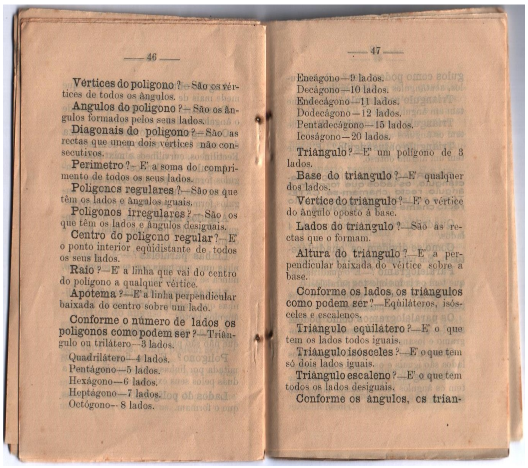


O livro, com a dimensão de 11 cm por 17 cm na vertical, contém um total de 56 páginas, frente e verso. Cada página possui, aproximadamente, 27 linhas de texto com dois tamanhos de letra. Por sua vez, cada linha possui 30 caracteres grandes ou 36 caracteres pequenos.

O livro está dividido em três partes, num total de 345 questões com resposta, como a maioria dos livros de ensino utilizados na época, já observado no livro do Padre Jerónimo de Andrade, nove observações, duas notas, três exemplos, nove fórmulas, nas últimas páginas do livro, e sem figuras ou imagens.

A primeira parte, dedicada à Aritmética, encontra-se entre a página 5 e 23, contendo 127 questões. As primeiras páginas tratam das características dos números inteiros, fracionários e mistos, bem como a numeração romana. Na página 13 inicia-se o estudo da operação da adição, na página 14 a subtração, na página 15 a multiplicação e na página 17 a divisão. Desde a página 19 até à página 21 apresenta-se as frações com as quatro operações e nas páginas 22 e 23, os números complexos e incomplexos com as quatro operações, e no final há uma observação a informar que "todas as operações com complexos serão exemplificadas pelo professor no quadro negro". Pela descrição desses números referimos que 1 hora e 40 minutos é considerado um número complexo, enquanto 100 minutos é um incomplexo, por ter apenas um numeral e uma unidade de medida.

A segunda parte, que versa sobre Sistemas Métricos, inicia-se na página 25 e termina na página 42, contendo 117 questões. A partir da página 26 temos as medidas lineares ou de comprimento, da página 30, as medidas de superfície, na página 33, as medidas agrárias, na página 34, as medidas de volume, nas páginas 35 e 36, as medidas para lenha, nas páginas 37 e 38, as medidas de capacidade, e desde a página 39, as medidas de peso.



— 46 —

Vértices do poligono?—São os vértices de todos os ângulos.
Angulos do poligono?—São os ângulos formados pelos seus lados.
Diagonais do poligono?—São as rectas que unem dois vértices não consecutivos.
Perimetro?—E' a soma do comprimento de todos os seus lados.
Poligonos regulares?—São os que têm os lados e ângulos iguais.
Poligonos irregulares?—São os que têm os lados e ângulos desiguais.
Centro do poligono regular?—E' o ponto interior eqùidistante de todos os seus lados.
Raio?—E' a linha que vai do centro do polígono a qualquer vértice.
Apótema?—E' a linha perpendicular baixada do centro sobre um lado.
Conforme o número de lados os poligonos como podem ser?—Triângulo ou trilátero—3 lados.
Quadrilátero—4 lados.
Pentágono—5 lados.
Hexágono—6 lados.
Heptágono—7 lados.
Octógono—8 lados.

— 47 —

Eneágono—9 lados.
Decágono—10 lados.
Endecágono—11 lados.
Dodecágono—12 lados.
Pentadecágono—15 lados.
Icoságono—20 lados.
Triângulo?—E' um polígono de 3 lados.
Base do triângulo?—E' qualquer dos lados.
Vértice do triângulo?—E' o vértice do ângulo oposto á base.
Lados do triângulo?—São as rectas que o formam.
Altura do triângulo?—E' a perpendicular baixada do vértice sobre a base.
Conforme os lados, os triângulos como podem ser?—Eqùiláteros, isósceles e escalenos.
Triângulo eqùilátero?—E' o que tem os lados todos iguais.
Triângulo isósceles?—E' o que tem só dois lados iguais.
Triângulo escaleno?—E' o que tem todos os lados desiguais.
Conforme os ângulos, os trian-

Na terceira e última parte, entre as páginas 43 e 56, havendo 103 questões, por aborda-se os conceitos básicos da Geometria. Nas páginas 51 e 52 temos a exploração dos instrumentos geométricos, tais como: fio-de-prumo; nível; régua; esquadros; compasso; etc., e na página 53, procede-se à avaliação prática da superfície dos polígonos com a apresentação das fórmulas das áreas dos polígonos e do círculo, bem como o perímetro da circunferência.

Referências Bibliográficas

- Ferreira, U. T. (1932), *Apontamentos de Aritmética, sistema-métrico e geometria*, São Miguel – Açores.

- Registo Biográfico – Ministério da Instrução Pública – Direção Geral do Ensino Primário – Arquivo da Direção Escolar sediado na EBI Canto da Maia (Ponta Delgada – São Miguel – Açores).

- Pavão, R. A. (2008), *Memórias do Ensino Primário no Concelho de Ponta Delgada*, Câmara Municipal de Ponta Delgada, Gráfica Açoriana, Lda.

O trabalho de Gomes Teixeira em equações com derivadas parciais

Luis Saraiva
CIUHCT, DM da FCUL

Nos últimos 28 anos do século XVIII importantes modificações aconteceram na estrutura científica portuguesa, que então pareciam poder abrir uma nova era da ciência, e em particular da matemática em Portugal: por um lado dá-se a *Reforma Pombalina da Universidade* em 1772, com a criação da primeira *Faculdade de Matemática* em Portugal, com cursos actualizados e correspondentes ao que então se ensinava na Europa culta; e por outro há a criação em 1779 da *Academia das Ciências de Lisboa*, a mais influente instituição científica portuguesa ao longo do século XIX, responsável pela publicação das suas *Memórias* que incluíam matemática e física desde 1797, a única publicação científica do género em Portugal durante a primeira metade do século XIX.

Contudo, quando se chega ao último quartel do século XIX, a situação da matemática em Portugal não era a melhor Para isso muito contribuiu o fechamento científico em que o país se encontrava, muito em especial a *Academia das Ciências* tinha uma quase total ausência de conexões internacionais. Em particular as suas *Memórias* quase que excluíam a participação de estrangeiros e os artigos estavam na sua esmagadora maioria escritos em português: dos 340 artigos publicados nas Memórias entre 1797 e 1914 (as três primeiras séries) apenas 16 não estavam escritos em português, e ao longo de mais de 100 anos apenas 8 estrangeiros — 3 dos quais matemáticos — escreveram nelas artigos.

O isolamento internacional teve custos pesados: para além da ausência de estímulos directos de cientistas de outros países, a produção nacional era ignorada: o caso de Daniel da Silva, que viu resultados seus que tinham sido publicados nas *Memórias* da *Academia* em 1851 serem parcialmente redescobertos (de forma independente) 26 anos depois por Gaston Darboux foi paradigmático.

Este facto veio reforçar a opinião que sem um jornal internacional publicado em Portugal não só o isolamento se manteria mas casos como o de Daniel da Silva se repetiriam. Francisco Gomes Teixeira (1851–1933), o matemático português mais influente do século XIX, criou em 1877 o primeiro jornal matemático português, o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas.* Este jornal, de cunho claramente internacional, viu não só estrangeiros de renome incluírem nele artigos seus, como uma parte significativa dos matemáticos portugueses que escrevem no *Jornal* fizeram-no em francês, na época a linguagem científica mais utilizada pela comunidade internacional de matemáticos. Foi enorme esta mudança se nos lembramos que até então os matemáticos portugueses escreviam os seus artigos em português. É pelo impulso dado por Gomes Teixeira a este jornal que as publicações de matemática nos últimos 25 anos do século XIX mais do que quadriplicam em relação às publicadas no 3.º quartel do século XIX.

Gomes Teixeira fez o Curso de Matemática na *Faculdade de Matemática* da *Universidade de Coimbra* e aí se doutorou em 1875, com a tese "*Integração das equações às derivadas parciais de 2.ª ordem*", uma curta tese de 55 páginas dividida em 5 capítulos. Nela expõe trabalhos de Euler, Laplace, Monge, Ampere, Boole e Imschenetsky, completando-os com alguns resultados seus. As teses de doutoramento então tinham características diferentes das que têm hoje, e por isso era admissível que a maior parte da tese fosse uma exposição de resultados já conhecidos. Duas referências principais: o francês A. M. Ampère (1775–1836) e o russo V. G. Imschenetsky (1832–1892), que vê as suas duas principais obras traduzidas para francês no período 1869–1872, e foi aqui que Gomes Teixeira o descobriu. Ele é de facto uma influência em Gomes Teixeira, pois não só é ele quem chama a importância para os trabalhos de Ampère (não referidos pelos matemáticos de então), como também indica direções de pesquisa que Gomes Teixeira vai seguir.

A seguir à tese, e até 1886, Gomes Teixeira mantém a sua investigação na área das equações com derivadas parciais, publicando 7 artigos, 5 em revistas francesas, um no *Bulletin de l'Académie Royale de Belgique* e outro no seu *Jornal*. Nos primeiros cinco artigos que publica após a tese, Gomes Teixeira desenvolve alguns dos aspectos analisados na sua tese. Só nos dois últimos "*Sur le développement des fonctions satisfaisant a une équation différentielle*" (1885) e "*Deuxième note sur le développement des fonctions satisfaisant a une équation différentielle*" (1886), ambos publicados nos *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure de Paris*, se nota uma aproximação diferente. Neles se pretende mostrar que um dado tipo de equação diferencial limita os possíveis valores dos coeficientes das séries que exprimem as soluções daquela equação diferencial.

Se formos ver a investigação publicada por matemáticos portugueses em equações diferenciais, utilizando a compilação feita por Rodolfo Guimarães na sua importante obra "*Les Mathématiques en Portugal*" (1909), vemos que na classe H "*Equations différentielles et aux différences partielles; équations fonctionelles; équations aux différences finies; suites récurrentes*" se encontram mencionados 15 items, incluindo 9 trabalhos de Gomes Teixeira (não inclui um artigo de 1882 e por outro lado inclui outros dois em temas afins). Para além de Gomes Teixeira há 5 autores portugueses mencionados, com um artigo cada, todos escritos em português e publicados em revistas portuguesas (mas não no *Jornal* de Teixeira, que era a única revista internacional de matemática publicada em Portugal) mais um autor anónimo do que parece ser um manual (escrito em português) da Universidade de Coimbra. Pelo contrário, Gomes Teixeira, tem 7 das 9 publicações em revistas internacionais francesas (4), belga (1), sueca (1) e italiana (1), enquanto a que tem em português está no seu *Jornal.*

Vemos pois que a produção científica de Gomes Teixeira, mesmo nesta fase inicial da sua carreira, nada tem a ver com a dos matemáticos portugueses seus contemporâneos. Ou seja, o esforço que Gomes Teixeira fez para que os portugueses publicassem em revistas de carácter internacional e em língua aceite na comunidade internacional não teve aqui o eco desejado.

Bibliografia

Luis Saraiva – Rodolfo Guimarães e "Les Mathématiques en Portugal", Actas do 1.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, DMUC, Coimbra, 1993, pp. 37–57.

Luis Saraiva – A Decisive Journal in Portuguese Mathematics: Gomes Teixeira's *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* (1877–1905), « L'émergence de la presse mathématique en Europe au 19ème siècle. Formes éditoriales et études de cas », Christian Gerini & Norbert Verdier (Eds.), Collège Publication, Oxford, 2014, pp. 67–95.

Luis Saraiva – O trabalho de Francisco Gomes Teixeira (1851–1933) em equações com derivadas parciais, Anais do XIII Seminário Nacional de História da Matemática, SBHMat, Fortaleza, Ceará, Brasil, 2019, pp. 53–79.

A "Greta Garbo" de J. Vicente Gonçalves: um compêndio de aritmética racional ímpar

Cecília Costa
UTAD, CIDTFF, CIDMA

O *Compêndio de Aritmética para o 3.º ciclo (7.ª classe) do Curso dos Liceus* publicado em 1939 pela Livraria Cruz, em Braga, foi o último dos cinco manuais que J. Vicente Gonçalves (1896–1985) escreveu para o ensino liceal. Apesar da sua qualidade e de ser o único com aprovação oficial este livro não vendeu, tendo sido considerado pelo editor um fracasso comercial. A correspondência comercial entre Vicente Gonçalves e Fernando Vilaça (editor) encontrada nos arquivos da Livraria Cruz e datada entre 31/12/1938 e 14/10/1954, entre outros aspetos permitiu conhecer as diligências tomadas por Vicente Gonçalves no processo de edição dos seus manuais e foi o ponto de partida para o estudo aqui apresentado.

A designação de "Greta Garbo" para este compêndio usada por Vicente Gonçalves, em 1944, na troca de correspondência com o editor mostra o humor fleumático e refinado do Matemático e, de algum modo, traduz o estatuto de "diva" que atribuía ao seu manual. Dez anos mais tarde, em carta de 14/10/1954, o editor (menos versado em cinema, pois nesse mesmo ano Greta Garbo recebeu um Óscar) retoma a metáfora agora para confirmar o desfecho que há muito anunciara: "Com a crise do cinema mudo a "Greta Garbo" está completamente posta à margem. Temos muitos exemplares e com a mudança de programas será muito difícil vermo-nos livres dela.".

Nesta comunicação, pretendemos responder às seguintes questões: (i) Que diligências eram tomadas pelo autor na divulgação do(s) seu(s) manual(ais) que contribuíam para a sua venda? (ii) Que características tinha este compêndio que o leva a ser considerado de grande qualidade? (iii) Que razões se podem aventar para este compêndio ter sido considerado um fracasso comercial (isto é, não vendeu de acordo com as expectativas)?

O contrato de edição deste manual foi oral e acordado em torno de um almoço com, pelo menos, a presença de Fernando Vilaça e Braga da Cruz, provavelmente em Vila Nova de Famalicão. Na altura a percentagem das vendas era distribuída do seguinte modo: 60% para o autor, 40% para o editor. Vicente Gonçalves dedicava-se com empenho e gosto à escrita dos manuais, bem como à sua divulgação e venda. Supomos que tenha abandonado esta atividade devido a vicissitudes legais (alterações de programa e surgimento do *livro único*), mas também pelo facto de o seu editor ter considerado o último manual um fracasso comercial. É ele quem decide o preço dos manuais, o número de ofertas, a forma e altura de divulgação, o número de exemplares que devem ser cartonados e os locais para onde devem ser enviados. É, também, quem entrega os manuais para apreciação e aprovação pela Junta Nacional de Educação.

O Compêndio de Aritmética de Gonçalves é constituído por seis capítulos, a saber: Números inteiros. Sua representação; Teoria das operações fundamentais; Potenciação. Sistemas de numeração. Radiciação; Divisibilidade; Números primos; e Números fracionários. A sua análise permite constatar o rigor e precisão que este Matemático imprimia aos seus escritos, a linguagem cuidada e a forma como encaminha o leitor por entre as definições, os teoremas, as demonstrações e os exemplos. No final de cada capítulo existem exercícios com soluções.

Verifica-se ainda a existência de notas históricas no corpo do texto e em nota de rodapé, notas de rodapé de carácter pedagógico e referências bibliográficas (as duas últimas não habituais em manuais deste tipo). É de sublinhar que os comentários históricos são menos comuns, alguns deles remetendo para aritméticas antigas, como ilustra o exemplo abaixo, que sugerem serem fruto das facetas de Vicente Gonçalves de bibliófilo e historiador da matemática:

> "(2) *Cita-se a* Aritmética *de Stevin (1585) como primeira obra em que a matéria é tratada de maneira completa e rigorosa. Não conhecemos a obra de Stevin, mas na* Prática Darismética *do nosso Rodrigo Mendes (ed. de 1570) já se tratam todos os casos das operações com quebrados"* (p. 199, itálico do original).

Apenas o manual de Vicente Gonçalves teve aprovação oficial, o que constituía uma forte razão para vender, no entanto tal não aconteceu. O próprio autor não compreendia as razões disso como refere em carta à Livraria Cruz de 1940:

> *"Não compreendo o que se está passando com a A. R.. Estando o livro adoptado em Braga, Bragança, Guarda, Coimbra, Castelo Branco, Santarém e um liceu de Lisboa — isto pelo menos — Como é que só saíram 100 exemplares? (...) e o meu livro é o mais completo de todos."*

Um argumento apresentado por Fernando Vilaça é o facto de o manual de Ferreira Neves ter saído primeiro e a preço mais baixo. Ferreira Neves, nos anos 30, era professor efetivo de Matemática no Liceu de Aveiro e autor de mais de uma dezena de manuais para o ensino liceal, com várias edições. O seu manual *Elementos de Aritmética Racional para o VII ano dos Liceus* apresentava uma linguagem simples, seca, telegráfica e entrecortada (não há uma linha condutora ao longo do texto), o tipo de escrita que convida à memorização. É um texto claramente diferente do de Vicente Gonçalves.

Não temos como comprovar o argumento, plausível, de Fernando Vilaça, mas acrescentamos a essa justificação o facto do manual de Vicente Gonçalves ser um livro com características muito particulares e diferentes dos manuais da época. Trata-se de um manual de grande qualidade, que convida à compreensão e aprofundamento dos temas, no entanto com um grau de dificuldade (demasiado) elevado para o nível de ensino a que se destinava.

O *Compêndio de Aritmética para o 3.º ciclo (7.ª classe) do Curso dos Liceus*, tal como Greta Garbo, perdura no tempo, quer pela qualidade ímpar, quer pelo mistério que encerra.

Referências

Costa, C. (2001). *José Vicente Gonçalves: Matemático... porque Professor!*, (Colecção Memórias n.º 37). Funchal: Centro de Estudos de História do Atlântico, Secretaria Regional do Turismo e Cultura.

Gonçalves, J. Vicente (1939). *Compêndio de Aritmética para o 3.º ciclo (7.ª classe) do Curso dos Liceus.* Braga: Livraria Cruz.

Pasta com correspondência comercial de J. Vicente Gonçalves para a Livraria Cruz (Braga) e cópia da correspondência emitida por esta Livraria para o autor, datada de 31/12/1938 a 14/10/1954.

Olimpíadas de Matemática — 30 anos de participações internacionais (o percurso até à primeira medalha de ouro em 2011)

Joana Teles
Universidade de Coimbra

Luís Bernardino
Agrupamento de Escolas Rio Arade

O projeto Olimpíadas de Matemática, em Portugal, surgiu, em 1980, levando à primeira edição das então chamadas Mini-Olimpíadas de Matemática, competição de caráter regional, organizada por alguns assistentes do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra no âmbito das atividades da Delegação Centro da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM).

O sucesso desta iniciativa fê-la crescer de regional a nacional, o que levou à mudança do próprio nome da prova, em 1983, as IV Mini-Olimpíadas coincidiram com as I Olimpíadas Nacionais de Matemática, que mais tarde passaram a ser Olimpíadas Portuguesas de Matemática (OPM) para poderem ser mais facilmente reconhecidas a nível internacional. O sucesso desta competição pode também ser medido pelo número de participantes que passou dos 1 377, nas I Mini-Olimpíadas de Matemática, para 32 000, em 2010, tendo ultrapassado os 50 000, na edição de 2019.

Portugal participou, pela primeira vez, nas Olimpíadas Internacionais de Matemática (IMO) em 1989 (na trigésima edição desta importante competição matemática). Nesta competição os alunos têm de resolver seis problemas em dois dias, divididos da seguinte forma, P_1, P_2 e P_3, no primeiro dia e P_4, P_5 e P_6, no segundo dia, tendo em cada dia quatro horas e meia de prova. Os problemas são propostos de modo a estarem divididos em graus de dificuldade da seguinte maneira: P_1 e P_4, problemas fáceis, P_2 e P_5, com um grau de dificuldade intermédia e P_3 e P_6, com um grau de dificuldade superior. Os prémios atribuídos nas IMO procuram seguir as seguintes razões: $\frac{1}{12}$ dos finalistas, recebem uma medalha de ouro, $\frac{1}{6}$ recebem uma medalha de prata e $\frac{1}{4}$ recebem uma medalha de bronze, sendo atribuída uma menção honrosa a quem consiga obter a pontuação máxima num dos seis problemas.

Na primeira participação (e nos anos seguintes) os alunos vencedores das OPM constituíam a equipa representante na IMO. Estes alunos reuniam-se durante alguns dias, a cerca de um mês da competição, numa universidade portuguesa, para aí participarem em atividades de preparação planeadas por docentes do ensino superior. Na primeira participação, a equipa portuguesa obteve quatro menções honrosas, o que, como é referido no relatório dessa participação, foi bastante meritório. Depois desta primeira participação Portugal obteve duas medalhas de bronze (em 1992 e 1993), e algumas menções honrosas, no entanto, era notório que os resultados da equipa de ano para ano iam descendo.

Em 2001, nas IMO, nenhum aluno português obteve qualquer prémio. A reflexão sobre estes desempenhos levou a que os responsáveis pela seleção, preparação e acompanhamento dos alunos, que integram a equipa portuguesa participante nas IMO, considerassem que a preparação dos alunos deveria ser feita ao longo do ano e, se possível, abrangendo até mais do que um ano letivo. Foi também decidido, pela coordenação das Olimpíadas, que vencer as OPM num determinado ano não asseguraria a participação nas IMO desse ano e a seleção seria feita entre um conjunto alargado de alunos vencedores das OPM desse ano e de anos anteriores. O Projeto Delfos (PD) aparece em 2001 e, nesse mesmo ano, neste projeto participam alunos do ensino não superior, do 8.º ao 12.º ano, com excecional aptidão e gosto pela Matemática. A SPM encarregou o PD de fazer a preparação e a seleção das equipas internacionais portuguesas. Em termos de funcionamento, o PD fomenta estágios mensais bem como uma “rede social” na qual são divulgados problemas e propostas de resolução. Nos encontros mensais são trabalhados conteúdos relacionados com geometria, teoria de números, combinatória, desigualdades e equações funcionais, temas comuns em provas de Olimpíadas. Perto das competições são realizados estágios mais prolongados, só com a equipa selecionada.

Atualmente, o trabalho desenvolvido no âmbito do PD assegura uma preparação que possibilita a resolução dos problemas P_1 e P_4 e, de facto, em 2009, pela primeira vez, todos os elementos da equipa portuguesa obtiveram a pontuação máxima no P_1, o que, desde logo, garantiu a atribuição a todos de uma Menção Honrosa. O referido problema resolvia-se com mais facilidade usando classes de congruência, um tema básico de Teoria de Números que é abordado nas sessões do PD.

Ao nível das pontuações, desde 2001, a classificação de Portugal tem subido consistentemente, encontrando-se já ao nível da média dos países da OCDE. Um ponto de destaque nesta melhoria foi a obtenção da primeira medalha de ouro em 2011.

No que concerne a temas, a geometria é um tema fundamental na preparação para as IMO, de facto entre 1989 e 2011 só quatro anos tiveram apenas um problema de geometria, em todos os outros houve sempre dois (em seis) problemas de geometria. O desempenho português neste tema foi consistentemente melhorando, comparativamente aos outros, exceção feita ao ano de 2011, no qual os zero pontos obtidos pela equipa portuguesa em geometria são facilmente explicados por o único problema de geometria da prova ser o P_6, o problema mais difícil. Paradoxalmente, nas OPM, geometria é o tema onde os finalistas têm mais dificuldade, sendo o problema 2 de 2007, com 0,77 de média em 10 pontos possíveis, aquele em que o desempenho foi mais fraco e no qual apenas quatro dos trinta finalistas não obtiveram zero pontos.

Ao nível do ensino básico, algo de semelhante parece acontecer, uma vez que os repetidos relatórios feitos, relativos à Prova Final de Matemática do terceiro ciclo, referem que os desempenhos menos positivos são registados, no tema Geometria, o que parece ser contrariado pelos relatórios do PISA, nos quais é referido que, de 2003 para 2012, Geometria foi o tema com a melhor evolução, sendo o único que já está ao nível da média da OCDE.

Tais resultados levam-nos a inferir que com um trabalho adequado, os nossos alunos podem estar ao nível dos melhores, em termos de Geometria.

Referências bibliográficas

E. Sá, A. Kovačec, A. Branquinho, A. Salgueiro e J. Neves. (2008) "Projecto Delfos, Escola de Matemática para Jovens". *Rua Larga 22* (Revista da Reitoria da Universidade de Coimbra), pp. 23–24.

Hans-Dietrich Gronau, Hanns-Heinrich Langmann, Dierk Schleicher Editors. (2010) *50th IMO — 50 Years of International Mathematical Olympiad.* Springer.

J. Teles. (2007) "As XXV Olimpíadas Portuguesas de Matemática". *Gazeta de Matemática 153*, pp. 53–57.

J. Teles. (2010) "Ano de Ouro para as Olimpíadas". *Gazeta de Matemática 165*, pp. 55–56.

L. Bernardino. (2013) "Miniolimpíadas de Matemática (1980–1984): um projeto de incentivo ao estudo da Matemática — uma primeira abordagem". *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática 69*, Suplemento, pp. 69–71.

O modelo de Mercúrio de Ibn al-Shāṭir em Copérnico

Inês Bénard da Costa
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

O objectivo desta apresentação foi introduzir uma polémica historiográfica que se tem mantido, desde 1957, até hoje. Em discussão, está o trabalho de Nicolau Copérnico (1473–1543) e a possibilidade de ter sido, ou não, influenciado pelo de um conjunto de astrónomos árabes, entre os quais Ibn al-Shāṭir (1300–1360), Naṣīr al-Dīn al-Tūṣi (1201–1274) e Mu'ayyad al-Dīn al-'Urḍī (1150–1260).

O tema é bastante complexo. Para se entenderem os argumentos principais, de ambos os lados, é necessário analisarem-se tanto as condições socioculturais das tradições em questão, como as próprias teorias astronómicas. Tendo em conta a escassez de tempo, o que se propôs para a sessão do SNHM foi introduzir-se a polémica, partindo da comparação dos modelos de Ibn al-Shāṭir e Copérnico para o movimento de Mercúrio. Optou-se por este modelo pelo facto de incluir dois mecanismos matemáticos — o par-de-Tūṣi e o Lema de 'Urḍī —, aplicados por ambos os astrónomos e acerca dos quais se tem discutido muito. Ou seja, começando com uma apresentação ao debate historiográfico e aos astrónomos envolvidos, pretendia-se continuar com uma descrição bastante superficial dos modelos astronómicos. No entanto, uma vez que seria impossível compreender o que quer que fosse sem se conhecer um pouco de astronomia antiga, propôs-se ainda uma primeira parte, dedicada quer a alguns dos princípios de filosofia natural aristotélica, quer ao modelo de Mercúrio ptolemaico.

A tradição clássica era, em grande parte, o cenário em que a astronomia de Ibn al-Shāṭir e, mais tarde, a de Copérnico se inseriam. Segundo esta tradição, a filosofia natural e a astronomia distinguiam-se de acordo com os objectivos de cada uma. Enquanto os filósofos procuravam entender o modo através do qual o universo se organizava, os astrónomos pretendiam desenvolver modelos matemáticos que descrevessem os movimentos celestes da forma mais precisa possível. Aristóteles defendeu, no *De caelo*, entre vários princípios filosóficos, que, num mundo supralunar, geocêntrico e constituído por éter, todos os movimentos seriam circulares uniformes. No Almagesto, Ptolomeu propôs um conjunto de modelos e teorias astronómicas que descreviam os movimentos celestes e aos quais não se exigia que fossem verdadeiros, mas que obtivessem resultados o mais precisos possível. Construiu um conjunto de modelos formados por círculos com movimentos e direcções próprios. Para Mercúrio — que se julgava completar uma trajectória oval, com dois pontos de distância mínima à Terra (perigeus) e um de distância máxima (apogeu) — propôs-se um modelo com três círculos: o planeta deslocava-se em torno do primeiro — o epiciclo —, cujo centro se movia sobre o segundo — o deferente — cujo centro, por sua vez, circulava sobre um círculo pequeno, centrado num ponto excêntrico à Terra. Todos estes círculos deslocavam-se com movimentos circulares uniformes, à excepção do deferente, que se movia circularmente em torno do seu centro, mas uniformemente em torno de um outro ponto — o ponto equante.

O ponto equante nos modelos ptolemaicos foi criticado apenas quando alguns astrónomos começaram a procurar modelos astronómicos consistentes com os princípios de filosofia natural. Num universo onde só existiriam movimentos circulares uniformes, não poderia ser admitido um centro para o movimento uniforme distinto do centro para o movimento circular. Eram estas as objecções principais de um conjunto de astrónomos árabes e, mais tarde, de Copérnico. Ibn al-Shāṭir, o mūwaqqīt (timekeeper) na mesquita de Umayyad em Damasco, foi o primeiro astrónomo a conseguir reproduzir os resultados ptolemaicos num modelo filosoficamente coerente. Conseguiu-o com a ajuda de dois mecanismos matemáticos desenvolvidos por Mu'ayyad al-Dīn al-'Urḍī e Naṣīr al-Dīn al-Tūṣi — astrónomos associados ao observatório de Marāgha, no Irão. O primeiro, o lema de 'Urḍī, estabelece que, se dois segmentos de recta iguais formarem ângulos internos ou alternados iguais com uma dada recta, então a segunda recta, que unir as outras extremidades dos dois segmentos, será necessariamente paralela à primeira. Já o par-de-Tūṣi trata-se de um mecanismo cujo objectivo é criar um movimento rectilíneo através de dois circulares uniformes.

Finalmente, observando o modelo coperniciano para Mercúrio, percebe-se que, apesar de heliocêntrico, é equivalente ao de Ibn al-Shāṭir. Tirando-se o Sol do centro do universo e colocando lá a Terra, através de uma simples troca de vectores, obtém-se o modelo do astrónomo damasceno. Os dois variam apenas em alguns parâmetros numéricos.

Terá Copérnico sido influenciado pelas terias árabes? Se, por um lado, a equivalência entre os modelos para os movimentos longitudinais dos planetas sugere que sim; algumas diferenças e a falta de vestígios de transmissão textual defendem que não. Considerando que ambos os astrónomos partiram das mesmas críticas ao Almagesto, pode ter sido o caso que tenham chegado às mesmas conclusões de forma independente.

Bibliografia

Kennedy, E., & Roberts, V. (1959). The Planetary Theory of Ibn al-Shāṭir. *Isis*, 50(3), 227–235.

Swerdlow, N. and Neugebauer, O. (1984). *Mathematical astronomy in Copernicus's 'De revolutionibus'*. New York, NY [u.a.]: Springer.

Saliba, G. (1994). *A history of Arabic astronomy.* New York: New York University Press.

Os 500 anos do 'Tratado da Prática Darismética' de Gaspar Nicolas

Pedro Freitas, *Jorge Nuno Silva*
CIUHCT, Universidade de Lisboa

Comemora-se em 2019 o quingentésimo aniversário da edição do primeiro livro de matemática impresso em Portugal, "Tratado de Prática Darismética" de Gaspar Nicolas. Estando em preparação uma edição comentada dessa obra, damos conta, nesta comunicação, de alguns aspetos da sua natureza, nomeadamente da variedade do seu conteúdo, inspirado em Luca Pacioli, que vai da aritmética comercial à teoria das ligas, passando pela geometria e pelas recreações.

Gaspar Nicolas viveu num período de grande atividade editorial, no que diz respeito a livros de aritmética comercial. Depois do seu livro, também Rui Mendes publicou "Prática Darismética" em 1540 e Bento Fernandes "Tratado da Arte de Arismética" em 1555. O livro de Gaspar Nicolas conheceu mais 9 edições, impressas entre os séculos XVI e XVIII (1530, 1541, 1551, 1573, 1594, 1607, 1613, 1679 e 1716). Hoje em dia, a primeira edição encontra-se digitalizada na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, tendo esta mesma edição sido reeditada em 1963, em fac-simile.

O livro tem grande influência de livros italianos, nomeadamente do "Liber abaci" de Fibonacci, de 1202, e da "Summa de arithmetica, geometria. Proportioni et proportionalita de Luca Pacioli", de 1494. O autor, Gaspar Nicolas, seria talvez natural de Guimarães, talvez de origem judaica, e talvez tenha participado na realização de tábuas náuticas. Está organizado por secções, com os seguintes conteúdos:

- Tabuadas e regras para as quatro operações. Inclui multiplicação por gelosia. A divisão é pelo método da galera (tem escrita diferente para divisores com um algarismo).
- Regras de três, com vários problemas de proporcionalidade direta e inversa.
- Regra relativa a impostos: quarto e vintena.
- Regras de operações com frações, "quebrados".
- Método da dupla falsa posição, com vários problemas, "oposição".
- Progressões (somas de termos).

- Problemas de "baratos" (trocas).
- Números: grande secção com problemas variados de cariz recreativo, do tipo "adivinhar um número", com métodos de resolução, por vezes sem explicação.
- Perguntas: tipicamente problemas recreativos, alguns dos quais se inspiram diretamente em clássicos como Pacioli, Fibonacci ou mesmo Alcuíno.
- Tirar raízes: métodos para obter raízes, exatas e aproximadas, de inteiros e racionais.
- Geometria: vários problemas em contexto circular, que fazem uso do valor aproximado de pi 22/7, ou em retângulos, onde usa muito o teorema de Pitágoras.
- Liga de prata, problemas de várias ligas metálicas.

Apresentamos a seguir dois exemplos de problemas.

1. A idade do filho

Uma mulher tinha um filho diante de si morto e dizia "meu filho se tivesses vivido mais um terço e um quarto do que viveste, com um ano que eu te daria viverias 100 anos."

Ora eu demando quantos anos tinha o mancebo quando morreu. E se o saber quiseres, porque faz menção de 100 e ela diz que lhe dará um ano da sua vida tira um de 100 e ficam 99. Ora porque ela faz menção de terço e de quarto busca um número que posto sobre ele o terço e o quarto façam 99, e para o saberes fazer multiplica as figuras uma pela outra, 3 vezes 4 são 12 e diz o terço de 12 são 4 e o quarto de 12 são 3, junta essas partes, 4, 3 e 12 e farás 19, ora dirás se 19 fossem 12 que seriam 99. Multiplica 12 vezes 99 e são 1188, estes parte por 19 e vem 62 10/19 e tantos anos havia o bom mancebo quando morreu. Se o quiseres provar toma a multiplicação 1188 e tira o terço que são 396 e o quarto que são 297 e soma-os com 1188 e farás 1881 e estes parte por 19 que foi o teu partidor e vir-te-ão 99, juntamente com um ano que lhe a mãe dava fazem 100.

O mais antigo problema deste género, onde o tempo de vida de Diofanto é dado por um enigma, é o Epigrama 126 da Antologia Grega.

2. Um rato

Um rato está em cima de uma torre que tem 58 braças e em baixo de todo está um gato. Ora o rato anda cada dia um terço e de noite torna atrás um quarto e o gato não anda nenhuma coisa.

Ora eu demando em quanto dias será o rato em baixo. E se o saber quiseres muito fácil é de fazer porque diz que de dia anda um terço e de noite anda um quarto, tira de um terço um quarto fica um doze avos, onde tens sabido que cada dia anda um doze avos de braça, assim que em 12 dias anda uma braça, ora porque a torre tem 58 braças farás por regra de três dizendo assim se um fosse 12 que seriam 58. Multiplica 12 vezes 58 e são 696, parte por um e vem aquilo mesmo, 696 e em tantos dias foi o rato para baixo.

A resolução esquece que o rato, quando atinge o chão, não tornará a subir. A resposta correta é 693. Os problemas mais antigos deste género surgem em Fibonacci, que comete erro semelhante nas resoluções.

Está previsto um encontro, com o título "Gaspar Nicolas e a aritmética — 500 anos do Tratado da Prática Darismética", a decorrer no Caleidoscópio – ULisboa, a 22 de novembro de 2019 para celebrar os 500 anos do Tratado com um conjunto de conferências, que se pretendem constituir reflexão importante sobre a obra de Gaspar Nicolas e o seu contexto.

A comissão organizadora é constituída por Henrique Leitão (CIUHCT-ULisboa) Jorge Nuno Silva (CIUHCT-ULisboa) Pedro Freitas (CIUHCT-ULisboa) e Tiago Hirth (ULisboa)

Bibliografia

Adelino Marques de Almeida, *Aritmética como descrição do real.* 2 vols. INCM–Imprensa Nacional Casa da Moeda, 2005.

Gaspar Nicolas, *Tratado da Prática Darismética*, Germão Galharde Francês, 1519.

Teresa de Jesus Clain, *A Matemática e o comércio em Portugal através das obras de três aritméticos do século XVI: Gaspar Nicolas, Ruy Mendes e Bento Fernandes.* Tese de Doutoramento em Matemática, Universidade de Aveiro, 2015.

Teoria(s) de proporções em Portugal na primeira metade do século XVIII

Maria Elisabete Barbosa Ferreira
Agrupamento de Escolas Dr. Mário Fonseca,
Escola Básica e Secundária de Lousada Norte, Lustosa

A teoria de proporções tem sido aplicada em diversas áreas ao longo dos tempos. Com a descoberta das grandezas incomensuráveis, na Antiguidade Grega, foi reconhecida a necessidade de uma teoria de proporções aplicável não só a grandezas comensuráveis como também a grandezas incomensuráveis. A teoria *clássica* de proporções foi frequentemente criticada pela sua alegada obscuridade e dificuldade, principalmente a partir do Renascimento Europeu. Foram muitos os autores que se dedicaram a esta investigação ao longo dos tempos, tendo sido apresentadas algumas alternativas. Segue-se uma pequena abordagem às versões da teoria de proporções em textos portugueses na primeira metade do século XVIII, e proceder-se-á à comparação das mesmas, quer entre si, quer com obras de autores europeus contemporâneos.

1 A "origem" da(s) Teoria(s) de Proporções

No tratado *Elementos*, Euclides apresenta duas teorias de proporções separadas: no Livro V aplicável a grandezas em geral, e no Livro VII aplicável apenas a números. A Definição 5[1], do Livro V, explica a proporcionalidade para grandezas em geral e, por ter como base a propriedade dos equimúltiplos, tem sido alvo ao longo dos tempos de várias críticas, sendo apelidada de "obscura" por vários autores. A definição análoga para números, a Definição 20[2], do Livro VII, é considerada mais simples e assenta na noção de "ser o mesmo múltiplo, ou a mesma parte ou as mesmas partes".

[1] V, Def. 5: Diz-se que grandezas estão na mesma razão, uma primeira para uma segunda e uma terceira para uma quarta, quando quaisquer mesmos múltiplos da primeira e da terceira simultaneamente excedem, são simultaneamente iguais, ou são simultaneamente menores do que quaisquer mesmos múltiplos da segunda e da quarta, tomados na ordem correspondente.

[2] VII, Def. 20: Números estão em proporção [ou dizem-se proporcionais] quando o primeiro é o mesmo múltiplo, ou a mesma parte, ou as mesmas partes, do segundo que o terceiro é do quarto.

2 A(s) Teoria(s) de Proporções na Europa do Século XVII

Nesta secção será feita uma breve referência às teoria(s) de proporções na Europa na segunda metade do século XVII, visto ser esta a época em que se desenvolveram as teorias que serviram de referência aos autores portugueses.

2.1 Giovanni Alfonso Borelli

Borelli considerou a teoria de proporções presente nos *Elementos* como difícil e incompreensível, designadamente no que concerne à utilização da propriedade dos equimúltiplos. Na sua obra *Euclides Restitutus* (1658), Borelli reformulou as definições de Euclides, bem como proposições e axiomas, na tentativa de colmatar as lacunas que identificou nos *Elementos*. A sua preocupação era encontrar uma definição mais fácil que pudesse ser aplicada a todo o tipo de grandezas, comensuráveis e incomensuráveis, dado que defendia que qualquer definição é o princípio da ciência, devendo por isso ser o mais geral possível. Na obra supracitada, Borelli apresenta um processo para encontrar a "igualdade entre razões" por aproximação.

2.2 André Tacquet

A partir da obra de Euclides, Tacquet escreveu em 1654 *Elementa geometriae planae ac solidae*, onde, entre outros aspetos, reformulou as definições clássicas de razão e proporção presentes nos *Elementos*. No seu trabalho Tacquet substitui os termos parte/partes por parte alíquota/parte aliquanta, termos que não surgem nos *Elementos*. Para explicar a igualdade/semelhança de razões para grandezas incomensuráveis, Tacquet expõe que é possível encontrar infinitas razões irracionais, maiores ou menores formadas por termos diversos. Tal como Borelli, Tacquet considera que a Definição 5 do Livro V está na base da dificuldade da(s) teoria(s) de proporções e apresenta uma outra propriedade/indício principal e infalível para a igualdade de razões: "as razões AB para CF e GM para NQ são iguais, quando tomadas quaisquer partes alíquotas semelhantes dos consequentes, estas estão contidas o mesmo número de vezes nos seus antecedentes".

3 Teoria(s) de Proporções em Textos Portugueses na primeira metade do século XVIII

3.1 Manoel de Campos

A obra de Manoel de Campos, *Elementos de Geometria Plana, e Sólida* de 1735, é uma tradução adaptada da obra de Tacquet, *Elementa Geometriae.* Apesar de existirem algumas alterações na estrutura e na utilização de determinados conceitos, em termos de conteúdo este trabalho é, de uma forma geral, idêntico ao de Tacquet, estabelecendo as mesmas críticas relativamente à Definição 5. Manoel de Campos defendia que era necessário encontrar uma propriedade que permitisse explicar de forma clara a igualdade de razões para grandezas de qualquer tipo. Para o português a Definição 5, por ser baseada nos *Equimúltiplos*, não é evidente nem clara, necessitando mais de ser demonstrada do que alguns resultados que dependem da mesma. Muitos dos resultados do Livro V têm como base esta definição, o que os torna difíceis de entender. Para ultrapassar esta obscuridade, Manoel de Campos sugere a substituição do *Princípio dos Equimúltiplos* pelo *Princípio dos Modernos das Equi-alíquotas.* De acordo com este princípio, a definição de razões semelhantes é: "dadas as razões de A para B e C para D, se se tomarem partes alíquotas semelhantes dos antecedentes, A e C, e estas couberem o mesmo número de vezes nos respetivos consequentes, B e D, então, as razões são semelhantes".

3.2 Manoel de Azevedo Fortes

Entre outros trabalhos, Azevedo Fortes publicou, em 1724, o manuscrito *Geometria Especulativa. Trigonometria Esférica (modo de riscar e dar aguadas nas plantas militares)* e, em 1744, *Lógica Racional, Geométrica e Analítica*, sendo este considerado o primeiro tratado sobre lógica escrito em português na íntegra.

3.2.1 Geometria Especulativa

A ordem que surge neste manuscrito é a mesma dos *Elementos*, contudo, apenas surgem as proposições/teoremas que considera pertinentes e necessárias na sua área. Comparando o manuscrito e a obra *Cours de Mathématique* de Jacques Ozanam, edição de 1693, verifica-se que o primeiro é uma tradução da obra do francês. A Definição 5, do Livro V, dada por Azevedo Fortes, é mais genérica e concisa do que as similares de Tacquet e de Manoel de

Campos, tendo contudo a mesma essência: "razões *iguais* ou *semelhantes*, são aquelas em que os antecedentes contêm, ou são igualmente contidos nos seus consequentes". Tal como Ozanam, Azevedo Fortes não expõe críticas aos *Elementos*, ao contrário de Manoel de Campos. Azevedo Fortes refere que para determinar a razão entre duas grandezas deve-se dividir o antecedente pelo consequente e recorre ao método das Equi-alíquotas para provar a igualdade de razões.

3.2.2 Lógica Racional, Geométrica e Analítica

Esta obra encontra-se dividida em três partes: *Lógica Racional* (Parte I), *Lógica Geométrica* (Parte II) e *Lógica Analítica* (Parte III). A Parte I aborda a lógica filosófica; a Parte II trata da Geometria Euclidiana, enquanto a Parte III é dedicada à Álgebra. A temática das razões e das proporções é abordada nas Partes II e III. A principal fonte destas Partes é Bernard Lamy: enquanto a *Lógica Analítica* foi elaborada a partir de *Élémens des Mathématiques*, edição de 1692, não se verificando uma correspondência tão "exata" como entre o manuscrito e a obra de Ozanam, constata-se que a *Lógica Geométrica* é uma tradução incompleta da obra *Les Élémens de Géométrie*, edição de 1731.

Lógica Geométrica Nesta Parte Azevedo Fortes estabelece que, para comparar duas grandezas A e B, se deve recorrer à divisão das mesmas: A por B ou B por A, e adota a notação atual: $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}$ ou $\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}$. A associação da razão entre duas grandezas a uma operação aritmética representa uma diferença em relação ao manuscrito e também às obras referidas anteriormente, uma vez que é feita de forma explícita. Surge a definição de proporção como sendo uma igualdade de razões e é utilizada a notação atual para designar a proporção entre as grandezas. Para além desta notação, existe também a utilizada no manuscrito, a saber, A.B :: C.D. No manuscrito não aparece a definição de proporção. Contudo, é referido que grandezas que têm entre si a mesma razão são grandezas proporcionais. Apesar de utilizar exemplos numéricos na explicação deste conceito, facto que é significativo e revelador da "aritmetização", Azevedo Fortes não mencionou operações aritméticas no seu manuscrito.

Lógica Analítica No Capítulo I do Livro III Azevedo Fortes apresenta uma crítica à natureza de uma razão, referindo que definir razão entre duas grandezas apenas como "o modo de uma conter ou estar contida na outra", não é suficiente. Através de exemplos menciona que a razão é uma grandeza, ou quantidade, não absoluta, mas relativa, e por ser deste género é possível efetuar com ela as operações que se realizam com as grandezas absolutas. Refere também que uma proporção é o que resulta da comparação de duas razões. No Capítulo IV é mencionado que a igualdade de duas razões se verifica através da divisão das grandezas que as constituem: se os quocientes forem iguais, as razões serão iguais. O Livro V contém traduções das obras *Élémens des Mathématiques* e *Élémens de Géométrie*. Neste Livro a palavra fração é associada a *quebrado* e este termo é utilizado em todo o Livro. A fração é associada à divisão de dois números, o que torna possível assumir para as razões todas as operações aritméticas que se efetuam com os números, estando-se perante mais uma aritmetização das razões. Azevedo Fortes aborda a temática da incomensurabilidade de grandezas apenas na *Lógica* Analítica, referindo que a dificuldade na "matéria dos incomensuráveis" consiste em definir a igualdade de razões *surdas*, sendo que a comparação entre razões de *número a número* é muito diferente da comparação entre razões surdas. É possível comparar razões de número a número reduzindo-as ao mesmo consequente (equivalente a reduzir duas frações ao mesmo denominador), procedimento que não pode ser aplicado às razões surdas, uma vez que se fosse possível, as razões não seriam surdas.

3.3 Algumas considerações sobre as obras referidas

Associar as grandezas comensuráveis a números racionais possibilita a aplicação das operações numéricas a estas grandezas, o que torna esta aritmetização vantajosa. Para proceder da mesma forma para as grandezas incomensuráveis, é necessário aferir da possibilidade de realizar as operações aritméticas entre os números irracionais (entidades que não eram consideradas números). A instituição de uma Aritmética para os irracionais em conjunto com a definida para os racionais, viabiliza a realização de todas as operações para qualquer tipo de grandeza.

Efetuando uma comparação entre os autores supramencionados verifica-se a existência de duas conceções. A primeira envolve Tacquet, Manoel de Campos, Ozanam e Azevedo Fortes (no manuscrito). Nas suas obras estes autores seguem a ordem dos *Elementos*, acrescentando alguns corolários e lemas que permitem a demonstração de algumas proposições de forma diferente de Euclides. A segunda conceção reúne Lamy e Azevedo Fortes (na Lógica). Estes não seguem a mesma ordem do tratado de Euclides e apresentam uma abordagem diferente: constroem uma teoria válida para todo o tipo de grandezas, com recurso a processos algébricos.

A evolução da Álgebra é acompanhada de uma transformação progressiva dos conceitos de razão e proporção. O desenvolvimento da Aritmética, decorrente da evolução do conceito de número, permitiu efetuar todas as operações, servindo de modelo à Álgebra, algo que não era possível com a "Aritmética Euclidiana". A associação da Álgebra à Geometria reveste a Matemática de um caráter unitário, facto que exigiu a definição das operações sobre as linhas geométricas. Em teoria, estabelecer as operações da Aritmética no âmbito da Geometria possibilitaria a simplificação desta última e permitiria a associação da Geometria à Aritmética e à Álgebra. Para tornar possível esta associação, é necessário tornar válidas para as grandezas em geral, as operações que se realizam para as grandezas que se podem exprimir por números, ou seja, identificar a que operação geométrica corresponde uma operação aritmética/algébrica.

Estabelecer uma teoria de proporções suscetível de ser aplicada a todo o tipo de grandezas, que englobasse todos os *objetos matemáticos*, e que contemplasse as operações algébricas definidas no âmbito da Geometria, esteve na origem do trabalho de muitos estudiosos nos anos seguintes aos que foram objeto deste estudo.

Referências

Ferreira, Maria Elisabete Barbosa, *Teoria(s) de Proporções em Portugal, na Primeira Metade do Século XVIII*, Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho (Escola de Ciências), 2013.

The birth of a scientific astronomical navigation for seafarers in the second half of the Eighteenth-Century, in England, France and Portugal

Guy Boistel
Centre François Viète, Université de Nantes

The development of post-Newtonian celestial mechanics during the 18th century offer astronomers the possibility of bringing new astronomical tools to help seafarers for the determination of longitudes at sea. If the impulse is given by the Longitude Act of Queen Anne Stuart promulgated in 1714, the main theoretical developments are made by French members of the Académie royale des sciences; they are the result of the works made by the astronomers Abbé Lacaille and Jérôme Lalande, both close friends of the mathematician Alexis Clairaut. Their work are the main source of inspiration for José Monteiro da Rocha, who will develop his own original astronomical and mathematical methods, first during a crucial trip across the Atlantic ocean, then at the University of Coimbra.

As it is well known, Spain and the States of Holland promulgated important rewards for finding longitude at sea from the late sixteenth century onwards. One of the most famous was that offered by the Dutch navy in the 1630s, for which Galileo Galilei proposed a curious floating telescope for observing eclipses of Jupiter's satellites and his jovilabe, an apparatus able to predict the eclipses of these satellites. In the same period, a dispute known as '*the great longitude quarrel'* began in France between Le Cardinal de Richelieu and the French savant Jean-Baptiste Morin. He set down thirteen propositions outlining astronomical and computational methods for finding longitude from the Moon, including lunar distances, lunar heights, meridian transits and horary angles. Morin also described the 'clearing' of observations for refraction and parallax. The principles were known and understood; the instruments had to be improved. Nonetheless, Morin's contributions were well known to eighteenth-century astronomers, including Abbé Nicolas-Louis de Lacaille and Canon Alexandre-Gui Pingré, who were aware of his propositions and used them as the bases of their own methods.

At the end of the seventeenth century, two increasingly dominant maritime states, France and Britain, established royal observatories, each with the remit of helping to solve the problem of determining longitude at sea. In Britain, as in France, the Astronomer Royal was instructed '*to apply himself with the most exact Care and Diligence to the rectifying the Tables of the Motions of the Heavens, and the places of the fixed Stars, so as to find out the so much desired Longitude of Places for perfecting the Art of Navigation'*. The map of France was significantly modified by the astronomers Jean Picard and Philippe de La Hire by determining terrestrial longitudes from observations of the eclipses of the two first satellites of Jupiter, as proposed by Galileo.

Like Britain, France initiated rewards and academic prizes for solving the longitude problem and improving navigation at sea. Two years after the passage of the British *Longitude Act*, the French Regent Philippe d'Orléans first suggested possible rewards, although the promise was not fulfilled. In 1722, however, the Académie royale des sciences elected to use a bequest from Count Rouillé de Meslay to fund a biannual prize for navigation. Although this was arguably to have only minor impact on nautical astronomical research in France, the proposed and actual prizes meant that the French government needed experts to examine projects claiming rewards. These experts are among the most famous astronomers and mathematicians involved in the development of the astronomical navigation in France; Bouguer, Lalande, Clairaut for example.

The traditional historiography sets that the problem of finding the longitude at sea is solved with the John Harrison's marine chronometer H4 awarded in 1765. But it is not so simple. Marine timekeepers are unique and rare instruments, very expensive and the captains of the merchant fleet can not afford these instruments. Until the mid-nineteenth century, astronomy is the clue for the determination of the longitudes at sea: the Lunar distances method.

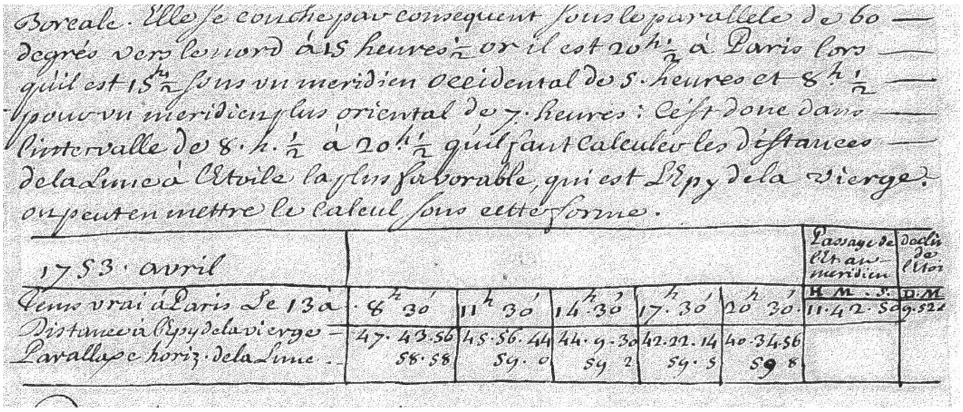
The first observations of lunar distance at sea: Abbé Lacaille and Jean-Baptiste d'Après de Mannevillette, 1749–51

After the passage of the Longitude Act in 1714, it seemed clear to astronomers that the Moon was the only natural clock that could be used regularly at sea. In 'A proposal of a method for finding the Longitude at sea within a degree' in the *Philosophical Transactions* for 1731, Edmond Halley offered a method based on observations of occultations of a star by the Moon for correcting lunar tables and calculating the ecliptic longitude of the Moon to within two arcminutes. Halley's paper showed how the observation of a single angular distance between the Moon and a fixed star could help the seafarer determine longitude.

In 1742, Nicolas-Louis de Lacaille, 'adjoint astronome' of the Académie des sciences, took charge of the computation and publication of the *Ephémérides des mouvements célestes*. These were computed for a period of ten years and gave the astronomical data needed to compute calendars. Lacaille was aware of the new requests for a renewal of the methods of nautical astronomy and of Halley's 1731 paper. In 1742, while working on the fourth volume of the *Ephémérides* for 1745–55, Lacaille thought of adding some considerations on new ways of finding longitude at sea from lunar distances. The opportunity arose, when Lacaille met Jean-Baptiste d'Après de Mannevillette, an officer of the French West Indies Company. In June 1749, having made improvements to the octant, Mannevillette was the first naval officer to apply the lunar distance method at sea, near Cape Verde. Well trained in mathematics, Mannevillette later said that he was able to determine longitude with an accuracy of between five and fifteen 'lieues marines' or marine leagues (25 to 45 km); in other words, to an accuracy greater than that required by the 1714 Longitude Act. His results were published later, in 1775, in the *Neptune François* (a collection of sea charts).

Mannevillette's voyage to the Cape of Good Hope (1750–54) with Nicolas-Louis de Lacaille helped rekindle practical interest in the lunar-distance method. Both used the method to determine the longitude of Santiago in the Cape Verde Islands with considerable accuracy in November 1750. Several determinations of differences of longitude were also made by lunar distance (from Antares) in Rio de Janeiro in January 1751. Given his skill in determining stellar positions, improving tables of atmospheric refraction and correcting tables for solar motions, not to mention his familiarity with Clairaut's work on lunar theory, it is no surprise that Lacaille was able to deploy and correct the tables required for carrying out the lunar-distance method at sea. After completing his work on lunar parallax, geodesy and stellar cataloguing in Cape Town, Lacaille developed his thoughts on the lunar-distance method on the voyage back to France. In 1754, he sent a memorial on his new method to the Académie. Noting that most seafarers lacked the scientific training to carry out the lunar method, he argued that it should be adapted and put 'within the reach of ordinary seafarers'.

Lacaille also proposed computing the lunar distance from the Sun and other key stars every three hours in a ‘nautical almanac’ (figure 1), the model Maskelyne would apply ten years later.


Boreale. Elle se couche par consequent sous le parallele de 60 degrés vers le nord à 15 heures ½ or il est 20h ½ à Paris lors qu'il est 15h ½ sous un meridien occidental de 5 heures et 8h ½ pour un meridien plus oriental de 7 heures : C'est donc dans l'intervalle de 8 h ½ à 20h ½ qu'il faut calculer les distances de la Lune à l'Etoile la plus favorable, qui est l'Epy de la vierge. on peut en mettre le calcul sous cette forme.

1753 avril						Passage de l'Et. au meridien	Declin de l'Etoi
Tems vrai à Paris Le 13 à	8h 30′	11h 30′	14h 30′	17h 30′	20h 30′	H M S 11.42.50	D M 9.52
Distance à l'Epy de la vierge	47.43.56	45.56.44	44.9.30	42.22.14	40.34.56		
Parallaxe horiz. de la Lune	58.58	59.0	59.2	59.5	59.8		

Figure 1: Pre-computed distances between the Moon and Spica, calculated at 3-hour intervals for 13 April 1753, Lacaille to Jean-Dominique Maraldi, said Maraldi II, 20 January 1754 (French Archives Nationales, MAR, 2 JJ 69 (Delisle papers), 19b, p. 1, 1753–54).

Nevertheless, there was no consensus within the Académie. Lacaille’s main rival, the astronomer Pierre-Charles Lemonnier, was attempting to publish the first nautical almanac entirely devoted to the lunar altitude method (as well as that of horary angles, a kind of iterative computation of longitude — so-called “the method of false position” that José Monteiro da Rocha discussed in his 1765-66 manuscript — see below). With this publication in progress and with Lacaille at sea near Isle de France, Lemonnier was able to stop Lacaille’s project.

Lacaille’s graphical method

After his return to France in 1755, Lacaille read a memorial to the Académie in 1759, which set out his plan for a pre-calculated table of lunar distances and added a graphical method to avoid the long and difficult calculations normally required by the lunar-distance method. His ideas were later promoted by Jérôme Lalande, who was elected in 1759 director of the *Connaissance des temps* (hereafter *CDT*). Lalande had some original views on the *CDT* and its contents, notably adding new scientific matter that can often now be found only in the *CDT*. The volume for 1761, for instance, included

Lacaille's procedures and methods for lunar distances. In 1755, he also published the *Ephémérides des mouvements célestes*, astronomical tables for ten years (1755–65), in which he gave further consideration to lunar distances and his longitude method.

For his voyage to St Helena in 1761, Nevil Maskelyne took the *CDT* for 1761 and Lacaille's ephemeris. Like Lacaille, he felt it best to have three observers measuring the two altitudes and the angular distance simultaneously, thus avoiding the need to calculate by interpolation the small but significant horary motion of the Moon, which would be a source of error. Maskelyne was unable to use the graphical method because of an error Lacaille made in the example calculations; the error came from Lalande in the *CDT*s for 1761 and 1762, which had mistakenly swapped the figures for Regulus and Aldebaran in the examples for 8 July 1761.

Lacaille was also the first astronomer to study the propagation of errors, drawing on Roger Cotes' *Harmonia Mensurarum* (edited by Robert Smith, 1722). Lacaille believed an accuracy of about of four minutes of an arc was possible; Maskelyne and Borda gave one minute (of an arc) for the angular distance, and preferred to develop the lunar distance method without simplified methods to avoid spherical trigonometry calculations.

French and Portuguese attempts to publish nautical almanacs

The development of lunar methods for determining longitude at sea was directly connected to the establishment of nautical almanacs, not only in France, but also in Portugal. In France, the process began in the early 1750s with a dispute over the contents of the *Connaissance des temps*. The Abbé André-François Brancas de Villeneuve proposed modifying the *CDT* to transform it into a nautical almanac, and published *Éphemérides cosmographiques* between 1750 and 1755. Brancas added that such a nautical almanac should be published two or three years in advance. At the same time, Lacaille and Lemonnier were working on proposals for new nautical ephemerides to help seafarers. Nor were the attempts by Brancas de Villeneuve, Lacaille, Lemonnier and Pingré to publish nautical almanacs for finding longitude alone in France. In several ports, small nautical almanacs existed, called (with local variations) *Étrennes maritimes et curieuses*, *Étrennes nautiques*, *Étrennes nantaises*, and similar. These gave the times of rising and setting and the declinations of the Sun and Moon, the information needed to determine local time (time at the ship) from the altitude of either body.

Likewise, in 1758 the Portuguese Jesuit Eusebio da Veiga published the *Planetario Lusitano,* a type of nautical almanac, a year before the dispersal of the Jesuit order. This latter event was to disrupt maritime scientific education for several years in France, and even more so in Portugal, since maritime education in both countries was mainly conducted by Jesuits. During the 1750s, therefore, there was significant activity around the problem of improving existing ephemerides in France and Portugal, and of encouraging astronomers in the belief that they should produce the necessary tools for longitude at sea.

The Jesuit José Monteiro da Rocha wrote about lunar distances methods and his trials at sea during a journey between Brasil and Portugal about 1765–66. His readings and inspiration were essentially French: Lacaille, Lalande (longitudes and *Connaissance des temps*) and Maskelyne's *British Mariner's Guide* (see the bibliography). He shared Maskelyne and Borda's considerations on the mean error which could be obtained on the lunar distance and studied the dissemination of the errors as Lacaille did. Monteiro da Rocha showed his work was also original and applied later on when he becomes director of the observatory of the University of Coïmbra.

Lalande, Jeaurat, Maskelyne and lunar distances in the *Connaissance des temps*

Elected as the new director of the *Connaissance des temps* in 1759, Lalande worked over the next decade or so to develop lunar-distance methods for finding longitude at sea, despite considerable resistance from the Académie. In 1772, Lalande added lunar-distance tables to the *CDT for the year 1774*. Lalande and his pupils (Edme-Sébastien Jeaurat, followed by Pierre Méchain) used the work of Maskelyne's computers to complete French ephemerides between 1772 and 1785, as well as lunar-distance tables reduced to the Greenwich meridian, before beginning to compute the same tables, reduced to the Paris meridian, after 1790, with the help of the first ever full-time lunar-distance computer, Louis-Robert Cornelier-Lémery.

Lunar tables for longitude: Mayer versus Clairaut in the years 1760–80

In this context, it is important to remember that in 1765 a reward was given posthumously to Tobias Mayer for his lunar tables sharing the Longitude Prize with the famous watchmaker John Harrison. To achieve an accuracy of half a degree of longitude, as specified by the Longitude Act, the tables had to be able to give the ecliptic longitude of the Moon to within one arcminute.

Less well known than the award to Mayer's widow is a letter (in English) of 11 April 1765 from Alexis Clairaut to John Bevis, claiming an equal part of the reward. Clairaut was not generally known as a mathematician involved in the development of nautical astronomy, yet his letter claimed that his lunar tables were superior to Mayer's. Despite repeated efforts, Newton had failed to formulate a complete theory of the Moon's motions, leaving to later mathematicians and astronomers the task of solving by approximation the three-body problem, i. e. the Keplerian problem of the motions of two celestial bodies, but also taking into account the perturbations caused by a third body. In fact, this problem has no analytical and exact solution and can be solved only by successive approximations, the theory of perturbations. The Moon's ecliptic longitude is obtained by the addition of terms which appear as smaller and smaller corrections to the elliptical Keplerian orbit. From 1743 onwards, Clairaut, Euler and d'Alembert developed such a theory in an atmosphere of intellectual competition and rivalry over the motions of both the Moon and comets. A number of French astronomers helped Clairaut with his calculations (Delisle, Bailly, Jeaurat and Pingré). Clairaut's and Mayer's lunar tables were also tested in 1764 based on their predictions of an annular eclipse of the Moon due to occur on 1 April; Mayer's tables suggested that the eclipse would not be seen in Paris, Clairaut's that it would. Clairaut won this test, since the annular eclipse was indeed observed in Paris. The astronomers Cassini III, Bailly and Pingré subsequently recommended that the Académie compute the lunar elements published by Lalande in *CDT* on the basis of Clairaut's tables, considered as 'pure' theoretical tables. The rejection of Mayer's lunar tables by some French astronomers, Lacaille and Lalande aside, can also be understood in the light of Mayer's failure to answer Lacaille's challenge of explaining the fundamentals of his theory of lunar motion. Until the beginning of the years 1780s, Clairaut's lunar tables came out well: the discrepancies of the errors (O − C) were similar to those of Mayer's tables. Both sets of tables proved to be accurate, with a mean error about one minute of an arc for the ecliptic longitude of the Moon. At the beginning of the 1780s, however, Jeaurat and Lémery pointed out that the discrepancies in Clairaut's lunar tables were increasing because, unlike his rivals, Clairaut had not included the secular acceleration of the Moon's motion. Subsequently, Lémery mainly used Euler's tables, computed from his second theory of the lunar motions, until the beginning of the nineteenth century, when they were superseded by the tables of Bouvard, Bürckhardt, Damoiseau and Plana, all based on Laplace's celestial mechanics.

Conclusion

The development of theories and practices for finding longitude at sea by lunar methods followed different courses in Britain and France in the middle of the eighteenth century.

From the 1750s in France, there were attempts to develop and to adapt ephemerides and nautical almanacs for the special needs of the seafarers. From this point of view, Lacaille played an important and significant role. He developed the lunar distances method and gave a model for a nautical almanac giving pre-computed angular distances between the Moon and a bright star every three hours. His works were a source of inspiration for Maskelyne in Britain and for the little known Portuguese Jesuit astronomer and future minister of the marquis de Pombal, José Monteiro da Rocha. Lalande promoted Lacaille's graphical method in the *Connaissance des temps*. Not fully explained, neither by Lacaille nor by Lalande, this method tried and discussed by Maskelyne during his trial voyages at sea, has been abandoned. But the need to develop simplified methods for the 'common of seafarers' claimed by Lacaille was maintained after him by Jérôme Lalande and Abbott Alexis Rochon at the end of the eighteenth century.

The bibliography provides new ways to explore the history of longitudes at sea, taking into account the issues related to the scientific education of seafarers, the development of naval observatories and naval schools, and the massive dissemination of marine chronometers to the captains of the merchant fleet.

Bibliography

A study is to be published by Fernando B. Figueiredo (University of Coimbra) and Guy Boistel (University of Nantes), about the manuscript written by José Monteiro da Rocha in 1765–1766 and recently discovered in the Portuguese National Archives In Lisbon [Ms. 511, Colecção Pombalina, BNP, Lisboa] : '*José Monteiro da Rocha (1734–1819) and the international debate in the 1760's on the astronomical methods to find the longitude at sea: its proposals and criticisms of the method of lunar distances of Lacaille*'.

Boistel, Guy, 2016, 'From Lacaille to Lalande: French work on Lunar distances, Nautical Ephemerides and Lunar Tables, 1742–85' in R. Dunn & R. Higgitt (eds.), *Navigational Enterprises in Europe and its Empires, 1730–1850* (Basingstoke: Palgrave-McMillan), 47–64.

Boistel, Guy, 2010, 'Training seafarers in astronomy: methods, naval schools and naval observatories in Eighteenth- and Nineteenth-Century France', in D. Aubin, C. Bigg and O. H. Sibum (eds.), *The Heavens on Earth. Observatories and astronomy in Nineteenth Century Science and Culture*, Duke University Press, 148–173.

Boistel, Guy, 2006, 'De quelle précision a-t-on réellement besoin en mer ? Quelques aspects de la diffusion des méthodes de determination astronomique et chronométrique des longitudes en mer en France, de Lacaille à Mouchez, 1750–1880', *Histoire & Mesure*, XXI/2, 121–156, `https://journals.openedition.org/histoiremesure/1748`.

Boistel, Guy, 2001/2003, *L'astronomie nautique au XVIII^e siècle en France : tables de la Lune et longitudes en mer*, Thesis (Ph.D.), Centre François Viète, University of Nantes, `https://halshs.archives-ouvertes.fr/tel-01340554/document`.

Figueiredo, Fernando, 2014, 'José Monteiro da Rocha (1734–1819)', *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*, Hockey Th., Trimble V., Williams, Th. R., Bracher, K., Jarrell, R., Marchéll, J. D., Palmeri, J., Green, D. (Eds.) 2nd ed. 2014, `http://www.springerreference.com/docs/html/chapterdbid/332266.html`.

For historical focus on the ephemeris the *Connaissance des temps*, see the web pages (in french and english), articles written by Guy Boistel:

IMCCE/Observatoire de Paris: `https://cdt.imcce.fr/`

Project “Procès-verbaux du Bureau des longitudes”, page “Focus”: http://bdl.ahp-numerique.fr/

Daniel Augusto da Silva — sua ligação a questões de Astronomia

Ana Patrícia Martins
Escola Superior de Educação de Viseu / CIUHCT

Daniel Augusto da Silva (1814–1878) obteve instrução académica diversificada, em Ciências Físico-Matemáticas, Ciências Militares e Filosofia Natural. No que respeita a ensinamentos de Astronomia, o terceiro ano do *Curso Mathematico* da Academia Real de Marinha (ARM), que frequentou em 1831, compreendia o ensino da *Arte de Navegação teórica e prática.* No mesmo ano, assistiu ao *Curso de Lições Práticas* do Observatório Real da Marinha (ORM), criado para complementar a formação em Astronomia e Navegação de quem se destinasse à Marinha, não só alunos da ARM como também da Academia dos Guardas Marinhas (AGGMM). Como compêndio, seguia-se, à semelhança de outros assuntos matemáticos, o *Curso de Mathematicas* de Bézout. Fundado em 1798, o ORM nem sempre conseguiu cumprir as suas funções. Instalado em local inapropriado, sobre a *Sala do Risco*, no Arsenal de Marinha, logo em 1809, e na sequência da transferência da Companhia dos Guardas Marinhas para o Brasil, ficou privado dos seus melhores instrumentos, em situação de abandono total. Até à extinção, em 1874, foi mudando de instalações e alguns melhoramentos foram conseguidos, mas as críticas ao seu funcionamento mantiveram-se. De qualquer modo, o ensino da Astronomia, enquanto disciplina científica, apenas teve lugar na Escola Politécnica (EP), criada em 1837, destacando-se o papel de Filipe Folque (1800–1874), lente de Astronomia e Geodesia até 1856. *Elementos de Astronomia para uso dos alunos da Escola Politécnica* (1840), da sua autoria, foi um dos primeiros compêndios portugueses de Astronomia, amplamente usado, pelo menos, até finais da década de 1860.

A instrução em Astronomia que Daniel da Silva recebeu no *Curso Mathematico* da Universidade de Coimbra, em 1838, foi obtida na cadeira de *Astronomia (prática e teórica)*, do quarto ano. No seu ensino, seguia-se, desde 1821, o muito difundido compêndio *Traité élémentaire d'astronomie physique*, de Jean-Baptiste Biot; o ensino prático não seria muito diferente daquele proporcionado aos alunos da ARM.

Logo aquando da criação da Escola Naval (EN), em 1845, Daniel da Silva foi nomeado lente substituto das 1.ª e 2.ª cadeiras (Elementos de Mecânica, Astronomia esférica e náutica; Princípios de óptica, Construção e uso dos instrumentos de reflexão, Prática das observações astronómicas e dos cálculos mais úteis na navegação e Factura de uma derrota completa), onde ensinou assuntos de Astronomia. Consideramos elucidativos dessa instrução, os compêndios *Astronomia spherica e náutica* (1839), de Mateus Valente do Couto (1770–1848), lente aposentado da AGGMM (instituição antecessora da EN), e *Elementos de Astronomia* (1840), de Folque, ainda que destinados a servir na EP. De facto, a instrução quer dos alunos da AGGMM, quer posteriormente da EN, até 1860, passava pela frequência inicial de um curso preparatório na EP, sendo que até 1845 incluía a frequência da cadeira de *Navegação*, a par da instrução prática obtida no ORM.

Daniel da Silva foi um dos 85 sócios fundadores do Grémio Literário, uma "corporação literária" criada em 1846, à qual estiveram desde sempre ligadas importantes personalidades dos mais diversos campos da sociedade portuguesa. Em 1849, o Grémio organizou *cursos públicos*, professados por membros da instituição — a educação e a instrução haviam-se tornado questões centrais, desde inícios do século XIX, uma herança do Iluminismo e da Revolução Francesa. Muito embora treze desses cursos sejam publicitados na imprensa (ex. *A Época*), alguns com transcrição das lições professadas, não é certo que todos se tenham realizado. De entre aqueles para os quais não se apuraram informações, está o que Daniel da Silva professaria, *Astronomia popular*.

A ligação de Daniel da Silva a assuntos de Astronomia destaca-se no que respeita ao Observatório Astronómico de Lisboa (OAL), instituição que começou a ser edificada em 1861, mas que apenas em 1878 recebeu os primeiros estatutos. Pertenceu à comissão que primeiramente estudou a edificação do OAL, em finais de 1850, numa época em que Lisboa assumia grande importância no panorama científico internacional, pela sua localização privilegiada para observação da estrela de Argelander e determinação da sua paralaxe. Em 1874, enquanto sócio da Academia das Ciências de Lisboa (ACL), integrou uma comissão para avaliar projetos de organização do OAL. Temendo pelo afastamento desta questão da agenda do Parlamento, moveu-se nos *corredores do poder*, procurando apoio político. Desses contornos nos dá conta em artigos publicados, anonimamente, na imprensa — "A astronomia e a política em Portugal" e "A astronomia vencida pela política".

Por fim, referimo-nos à comissão de sócios da ACL que integrou, também em 1878, para nomeação dos três lugares de astrónomos de 1.ª classe do OAL. Enquanto relator da secção de Ciências Matemáticas, destacou o interesse da secção pelo assunto e fundamentou a seriação proposta — Frederico Augusto Oom (1830–1890), para o lugar de Director, Campos Rodrigues (1836–1919) e Francisco Gomes Teixeira (1851–1933). Um conjunto de cartas do espólio de Gomes Teixeira testemunham o desejo de Daniel da

Silva em que o outro aceitasse esse cargo, e as diligências superiores tomadas nesse sentido. A mais valia de Gomes Teixeira para o OAL não seria uma realidade — passados quatro meses da sua nomeação, Gomes Teixeira renunciou ao cargo, prosseguindo a carreira de magistério.

Se bem que não se conheça a Daniel da Silva investigação em assuntos de Astronomia, podemos afirmar que contactava de perto com a elite científica nacional, mostrando estar a par das necessidades para que Portugal acompanhasse o progresso da Astronomia no estrangeiro. Teve um papel relevante na organização do OAL, a mais relevante instituição científica nacional do género, no século XIX, quer no seio da ACL, quer movendo influências pessoais nos corredores do poder, ou denunciando influências políticas que se opunham ao desenvolvimento desse estabelecimento.

Bibliografia

Arquivo da Universidade de Coimbra, *Espólio de Francisco Gomes Teixeira. Correspondência recebida*, cartas n.^{os} 1444, 1446, 1445, 1447, 1450, 1449.

Carolino, Luís Miguel. 2012. "Measuring the Heavens to Rule the Territory: Filipe Folque and the Teaching of Astronomy at the Lisbon Polytechnic School and the Modernization of the State Apparatus in Nineteenth Century Portugal". *Science & Education*, 21, 109–133.

Figueiredo, Fernando. 2014. "A criação do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (1799) e o estabelecimento do seu programa científico" in: Rollo, M. F. et al. (coord.), *Espaços e actores da ciência em Portugal (XVIII–XX)* (Casal de Cambra: Caleidoscopio), pp. 11–32.

Folque, Filipe. 1840. *Elementos d'Astronomia coordenados para uso dos alumnos da Escola Polytechnica.* Lisboa: Na lithog. da Escola Polytechnica.

Martins, Ana Patrícia M. F.. 2012. *Daniel Augusto da Silva e o Cálculo actuarial.* Tese de doutoramento em História e Filosofia das Ciências, FCUL.

Raposo, Pedro M. P.. 2010. *Polity, precision and the stellar heavens: the Royal Astronomical Observatory of Lisbon (1857–1910).* Thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy in History, University of Oxford.

[Silva, Daniel Augusto da]. 1876. "A astronomia e a politica em Portugal". *Jornal do Commercio*, 17 de Março de 1876.

[Silva, Daniel Augusto da]. 1877. "A astronomia vencida pela politica". *Jornal do Commercio*, 7017, 31 de Março de 1877.

Valente do Couto, Mateus. 1839. *Astronomia spherica e nautica.* Lisboa: Typ. da Academia Real das Sciencias.

Os *Elementos de Algebra* de José Monteiro da Rocha

João Caramalho Domingues
Centro de Matemática da Universidade do Minho

Em 1825 Mateus Valente do Couto, por encargo da Academia das Ciências de Lisboa, examinou os manuscritos matemáticos deixados por José Monteiro da Rocha (1734–1819). Entre estes encontrou quatro tomos que identificou como constituindo uns *Elementos de Mathematica*: o primeiro tomo [Monteiro da Rocha, s/d (a)] contém uns Prolegómenos e uns Elementos de Aritmética; o segundo, cuja localização actual se desconhece, continha geometria elementar e trigonometria; o terceiro [Monteiro da Rocha, s/d (b)] constitui os *Elementos de Algebra*; o quarto, que está também desaparecido, tinha por título *Licçoẽs sobre varios pontos interessantes de Mathematica*, mas Valente do Couto identificou-o como sendo sobre cálculo diferencial e integral.

Nenhum destes manuscritos tinha uma data explícita. Valente do Couto concluiu que a «obra parece escripta ha mais de 55 annos», isto é, antes de 1770, por Monteiro da Rocha dizer nos prolegómenos que faltam professores de matemática nas cidades mais populosas de Portugal e «servimos de rizo aos estrangeiros». Mas é possível ser mais preciso: na «Introdução» da Aritmética, Monteiro da Rocha sugere aos comerciantes a «Arithmetica de Antonio Pereira, impressa em 1713» e a «de Jozê Monteiro de Oliveira, impressa em 1754»; assim, é claro que 1754 é um limite inferior; e, como a Aritmética de António Pereira foi reimpressa em 1760, mesmo contando com algum atraso até Monteiro da Rocha, ainda na Baía, saber dessa reimpressão, é improvável que começasse a escrever os seus *Elementos de Mathematica* muito depois de 1760.

Algumas passagens dos Prolegómenos permitem-nos tirar algumas conclusões sobre o projecto de Monteiro da Rocha. Em primeiro lugar, ao contrário do que o relatório de Valente do Couto sugere, a «obra», se tivesse sido completada, não se resumiria a estes quatro tomos: estes corresponderiam à matemática pura, mas Monteiro da Rocha planeava também tratar da matemática aplicada: «Statica, Mechanica, Hydrostatica, Hydraulica, Aerometria, Pyrotecnia, Optica, Dioptrica, Catoptrica, Perspectiva, Astronomia, Gnomonica, Geographia, as duas Architecturas [civil e militar]» [Monteiro da Rocha, s/d (a), fl. 7].

Em segundo lugar, Monteiro da Rocha dá a entender que pretendia escrever aquilo a que chama um Curso de Matemática, um tipo de obra muito completo de que havia muito poucos exemplos — os únicos que menciona positivamente são os de Dechales e de Christian Wolff [1732–1741] — e por onde recomenda que comecem o seu estudo aqueles que querem ser matemáticos de profissão. As outras pessoas, em particular aqueles que estudavam a filosofia (que incluía as ciências naturais) deveriam começar por algum compêndio (isto é, uma obra mais resumida); destes já recomenda alguns, entre os quais, em português, o de Inácio Monteiro [1754–56].

É interessante notar que nesta divisão entre cursos e compêndios há semelhanças com a opinião de Inácio Monteiro: este menciona vários cursos, mas o primeiro que aconselharia a um matemático de profissão é precisamente [Wolff, 1732–1741]; quanto à sua obra, dirige-a aos que «dezejaõ ser Philosophos sem estudar Mathematica; e desta só pertendem saber os principios necessarios para a Physica» [Monteiro, 1754–56, I, 10]. É interessante ainda notar que Wolff tinha também um compêndio [1742], um dos que Inácio Monteiro aconselha em primeiro lugar e que é provavelmente um dos principais modelos para a sua obra. Assim, podemos estabelecer um certo tipo de paralelismo entre o *Compendio* de Inácio Monteiro e os *Elementos de Mathematica* de Monteiro da Rocha: o primeiro segue o modelo de [Wolff, 1742]; os segundos provavelmente seguiriam o modelo de [Wolff, 1732–1741].

Esta diferença de modelos tem consequências no lugar dado à álgebra. Em [Wolff, 1742] a álgebra aparece no final do segundo volume, depois de todas as matemáticas aplicadas. Talvez Inácio Monteiro se tenha sentido autorizado por este exemplo a fazer o mesmo no seu *Compendio*; mas diz explicitamente que tratou todas as matérias sem dependência da álgebra porque não quis com ela perturbar o estudo dos que apenas querem seguir filosofia [1754–56, I, 7]. Em [Wolff, 1732–1741], pelo contrário, a Análise (álgebra e cálculo infinitesimal) aparece logo a seguir à Aritmética, Geometria e Trigonometria Plana; de forma que os múltiplos capítulos de matemática aplicada utilizam análise. Fica perfeitamente claro que Monteiro da Rocha pretendia fazer o mesmo que Wolff em [1732–1741]; não só por os *Elementos de Algebra* aparecerem em terceiro lugar (logo a seguir à Aritmética e à Geometria e Trigonometria), mas também por dizer que «estudando por autor moderno, he necessario saber bem a Algebra, para entrar no estudo de qualquer tratado, porque todos se encontrão semeados de calculos analyticos» [s/d (a), fl. 12v] e por argumentar a favor da «grande superioridade que tem o calculo analytico sobre o methodo synthetico» [s/d (b), fl. 217].

Os *Elementos de Algebra* estão divididos em oito capítulos. O 1.º intitula-se «Principios Fundamentais da Logistica Litteral»; o 2.º, «Logistica das quantidades de hum so termo», e como o título indica trata das operações com monómios; o 3.º, «Logistica das quantidades litterais de muitos termos», trata de operações com polinómios, e aqui surge também uma pequena discussão sobre convergência de séries (no sentido do séc. XVIII), a propósito da divisão de a por $x+b$; o 4.º, «Das Potencias Litterais das quantidades de muitos termos», inclui naturalmente as potências do binómio, mas também métodos de extracção e aproximação de raízes; o 5.º, um dos mais extensos, é uma «Theoria das Equaçoens»; o 6.º, «Resolução das Equaçoens»; o 7.º, o mais longo, trata da «Aplicação da Algebra aos Problemas de Arithmetica» (100 problemas abstractos e 10 questões concretas); no 8.º e último, «Aplicação da Algebra aos Problemas de Geometria e Trigonometria», poderíamos esperar alguma geometria analítica, mas não a vemos.

O manuscrito que conhecemos termina prometendo uma segunda parte, «que trata da Algebra dos infinitos, e se aplica âs linhas curvas de diversas naturezas, como se verâ no seu lugar». Presumivelmente seria nessa parte que apareceria a geometria analítica; a «Algebra dos infinitos» já Monteiro da Rocha tinha dito explicitamente aplicar «o calculo sobre quantidades infinitamente pequenas» [s/d (b), fl. 4] — trata-se do cálculo infinitesimal.

Referências

Mateus Valente do Couto, 1825. «Relatorio do parecer da Commissaõ nomeada para examinar os manuscriptos do S.r J. Monteiro da Rocha», em Processo Académico de José Monteiro da Rocha, Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa.

Inácio Monteiro, 1754–56. *Compendio dos Elementos de Mathematica*, 2 vols., Coimbra: Real Collegio das Artes da Companhia de Jesu.

José Monteiro da Rocha, s/d (a). *Elementos de Mathematica*, Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa, Ms. Azul 371.

José Monteiro da Rocha, s/d (b). *Elementos de Algebra*, Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa, Ms. Azul 397.

Christian Wolff, 1732–1741. *Elementa Matheseos Universae*, «nova edição», 5 vols., Genebra: Bousquet.

Christian Wolff, 1742. *Compendium Elementorum Matheseos Universae*, 2 vols., Lausana e Genebra: Bousquet.

Dantas Pereira e a questão da longitude

António Costa Canas
Escola Naval—CINAV & CHist-UL

Teresa Sousa
Escola Naval—CINAV
Centro de Matemática e Aplicações (CMA), FCT-UNL

A determinação rigorosa da longitude no mar só foi possível a partir da segunda metade do século XVIII, usando-se para tal o método das distâncias lunares, ou usando relógios bastante rigorosos (cronómetros), cuja construção só foi possível a partir daquela altura. Independentemente do método usado, os cálculos a realizar eram sempre bastante complexos, pois envolviam fórmulas de trigonometria esférica, envolvendo multiplicações e divisões de números com vários algarismos significativos, as quais tinham que ser resolvidas manualmente. Para minimizar este inconveniente recorria-se ao uso de logaritmos, procurava-se simplificar as fórmulas, para diminuir o número de operações a realizar e preparavam-se tabelas auxiliares de cálculo.

Em Portugal o problema também mereceu particular atenção por parte de diversos homens de ciência. Um dos primeiros a estudar a questão e a propor soluções para o problema foi Monteiro da Rocha, de quem se assinala este ano (2019) o segundo centenário da morte. Dantas Pereira, oficial de Marinha, foi outra personalidade que estudou igualmente o assunto e que menciona e elogia os contributos de Monteiro da Rocha. Os principais estudos que Dantas Pereira dedicou à questão da longitude no mar são apresentados nas referências no final.

Num dos textos que Dantas Pereira dedicou ao assunto[2] explicou o método proposto pelo francês M. de Bordá, o qual teve grande difusão na época, uma vez que nele eram feitas diversas simplificações. Em termos práticos, a determinação da longitude consistia no cálculo da hora local para a posição do observador num determinado instante, sendo necessário saber qual a hora local num meridiano de referência naquele mesmo instante. Para conhecer esta última poderia usar-se um cronómetro, que "conservava" a hora desse meridiano de referência, ou então usar o método das distâncias lunares. A proposta de M. de Bordá recorre a este último processo, existindo uma publicação, *Nautical Almanac*[1], que continha tabelas com valores das

[1]Os valores do *Nautical Almanac* eram calculados para o meridiano de Greenwich, existindo uma publicação francesa, *Connaissance des Temps*, com valores para o meridiano de Paris e também uma portuguesa, *Efemérides Náuticas*, com valores para o meridiano

distâncias entre a Lua e o Sol ou algumas estrelas, calculadas para diversas horas, de todos os dias de um determinado ano. Dantas Pereira explica os passos matemáticos que permitiram simplificar as fórmulas e apresenta um exemplo completo de cálculo.

Em termos práticos, o primeiro passo consistia na obtenção de várias distâncias angulares entre um determinado astro[2] e a Lua, o mesmo número de alturas do mesmo astro e também de alturas da Lua. A observação de diversos valores de cada um dos parâmetros servia para minimizar eventuais erros de observação, sendo usado o valor médio de cada um dos parâmetros. Seguidamente, aplicavam-se algumas correções à distância angular observada (aparente), de modo a calcular a distância angular verdadeira[3]. Com este valor, e recorrendo às tabalas de efemérides, determinava-se a hora em que a mesma distância angular seria observada no meridiano de referência.

O passo seguinte servia para determinar a hora local do observador, sendo este passo igual quer se usasse o método das distâncias lunares, quer se utilizasse o cronómetro. Para tal, tornava-se necessário resolver um triângulo esférico, cujos vértices eram: um dos polos celestes, a posição do astro e a vertical do observador. O objetivo era calcular o ângulo no polo, ou seja, o ângulo entre o meridiano do observador (que ia do polo até à vertical do observador) e o meridiano do astro (linha que partia do mesmo polo e passava pelo astro). Este âgulo no polo variava em função do tempo local, logo o conhecimento do ângulo permitia determinar a hora local. Para realizar os cálculos o observador conhecia os valores dos três lados do triângulo. Um desses lados correspondia à distância polar do astro, ou seja, o complemento da declinação do astro, que se encontrava tabelada; outro lado era o complemento da latitude, devendo o observador ter um conhecimento mais ou menos correto do valor desta coordenada; finalmente o outro lado correspondia à distância do astro até ao zénite do observador, que não é mais que o complemento da altura, sendo esta aquela que tinha sido obtida no primeiro passo. Para uma melhor compreensão das suas explicações, Dantas Pereira complementa os textos com algumas imagens. Na figura 1 encontra-se uma dessas imagens, sobre a qual se traçou o triângulo anteriormente explicado.

Conhecida a hora local do observador e tendo sido anteriormente calcu-

de Lisboa. O estudo de Dantas Pereira que estamos a analisar aparece nas *Efemérides Náuticas* relativas ao ano de 1798.

[2] Este astro poderia ser o Sol, ou alguma estrela, cuja distância à Lua se encontrasse tabelada nalguma das tabelas de efemérides mencionadas na nota anterior.

[3] A altura observada da Lua servia para determinar os valores das correções a aplicar de modo a converter a distância aparente em distância verdadeira.

lada a hora local do meridiano de referência, no momento da observação, determinava-se a diferença de longitude entre ambos os locais.

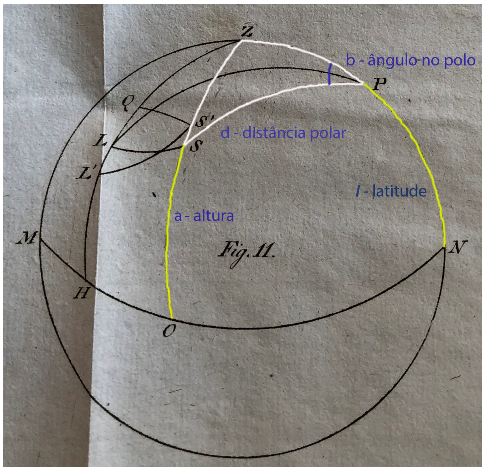


Figura 1: Representação do triângulo de posição.

Referências

[1] José Maria Dantas Pereira, "Memoria Relativa ao Calculo dos Eclipses das Estrellas, Sol, e mais Planetas pela Lua", *Ephemerides Nauticas, ou Diario Astronomico para o anno 1798, Calculado para o meridiano de Lisboa*, Lisboa, Oficina da Academia Real das Sciencias, 1796, pp. 137–147.

[2] José Maria Dantas Pereira, "Calculo da longitude pelo methodo de M. de Borda", *Ephemerides Nauticas, ou Diario Astronomico para o anno 1798, Calculado para o meridiano de Lisboa*, Lisboa, Oficina da Academia Real das Sciencias, 1796, pp. 148–175.

[3] José Maria Dantas Pereira, *Memoria que trata de humas novas taboas mathematicas, e dos usos que ellas podem ter tanto nas applicações da sciencia em geral, como na navegação alta em particular*, Lisboa, Impressão Régia, 1807.

[4] José Maria Dantas Pereira, *Memoria sobre o problema das longitudes*, Lisboa, Impressão Régia, 1826.