

História da Matemática

Editor Convidado: Carlos Sá

Ana Patrícia Martins

Daniel Augusto da Silva, oficial e matemático; mas... actuário??? 101

Hélder Pinto

A História da Matemática na Sala de Aula – algumas actividades práticas
..... 105

Filipe Papança

A Matemática, a Estatística e o ensino nos estabelecimentos de formação de
Oficiais do Exército Português no período 1837–1926 109

Teresa Costa Clain

A aritmética mercantil em Portugal no século XVI – fontes e influências de
outros países da Europa 113

DANIEL AUGUSTO DA SILVA, OFICIAL E MATEMÁTICO;
MAS... ACTUÁRIO???

Ana Patrícia Martins

Escola Superior de Educação de Viseu
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia
e-mail: anapatmartins@gmail.com

Um dos mais relevantes contributos científicos do matemático, oficial de Marinha, Daniel Augusto da Silva (1814–1878) foi na área do Cálculo Actuarial, designadamente na verificação da estabilidade financeira de montepios de sobrevivência portugueses, na década de 1860. Motivado pelo estudo particular do Montepio Geral, de que se tornou sócio em 1863, estudou mais amplamente a viabilidade de planos de pensões de sociedades desse tipo.

Os princípios da Ciência Actuarial que fundamentavam os fundos de pensões dessas instituições, bem como de companhias de seguros ramo Vida, estavam estabelecidos já na primeira metade do século XVIII. A obra *Annuities upon Lives* (1725), de Abraham de Moivre (1667–1754), constitui o primeiro texto tratando contingências sobre a vida humana. A sua relevância reside no facto de algebrizar o cálculo de anuidades vida para diversos casos, apresentados na forma de problemas. Uma das mais significativas obras nesta área, abrangendo diversos campos de aplicação da Ciência Actuarial, é da autoria de Richard Price (1723-1791), *Observations on Reversionary Payments; on Schemes for providing Annuities for Widows, and for Persons in Old Age; on the Method of Calculating the Values of Assurances on Lives* (1771). Nos inícios do século XIX, destacam-se os primeiros tratados sistematizando a teoria existente, tornando-a acessível a quem possuísse uma formação matemática razoável. A inclusão nessas obras de inúmeras tábuas monetárias, relativas a diversas tábuas de mortalidade europeias, auxiliava nas práticas actuariais. Escolhidas de forma adequada, isto é, atendendo à população que retratavam, não só evitavam a elaboração de cálculos morosos como contribuía para uma correcta fundamentação dos planos que delas fizessem uso. *The Doctrine of Life-Annuities and Assurances, analytically investigated* ([2]) de Francis Baily (1774-1844) é uma delas. Daniel da Silva usou-a na composição dos seus estudos.

O cálculo de anuidades vida combina o uso de juros compostos com a teoria de probabilidades aplicadas à vida humana, expressa em tábuas de mortalidade. Em Portugal, as primeiras estatísticas credíveis da população surgem apenas na década de 1860, na sequência das orientações do Congresso

Internacional de Estatística, criado em meados do século XIX, pelo que até essa altura, na fundamentação de sociedades que providenciassem pensões de sobrevivência ou seguros vida, teriam necessariamente de usar-se tábuas estrangeiras, não podendo sequer a sua escolha basear-se em critérios rigorosos. Cometia-se, necessariamente, um erro; um erro grave, uma vez que o uso de adequadas tábuas de mortalidade é um dos princípios fundamentais das práticas actuariais. Existem provas da consciência dessas imprecisões, ainda na 1.^a metade do século XIX, associados à fundamentação da primeira companhia de seguros vida portuguesa, a Fidelidade, criada em 1835.

Os montepios de sobrevivência que se estabeleceram em Portugal no século XIX não construíram correctamente os seus planos de pensões. O necessário equilíbrio entre as contribuições pagas pelos sócios e as pensões proporcionadas aos seus herdeiros estava naturalmente comprometido por não se atender a um princípio básico – ter em linha de conta as características dos indivíduos que receberiam pensões por tempo indeterminado (idade, estado de saúde, ...). As contribuições eram tabeladas em função das idades dos sócios, ou importâncias que subscreviam, e a importância das pensões atribuídas fazia-se depender do número de anos contributivos e da importância subscrita. A permissão de múltiplos beneficiários (cônjuge, filhos, pais, irmãos ou mesmo pessoas que não familiares) impossibilitava de todo o correcto cálculo dessas importâncias. No Montepio Geral, apenas em 1922 se modifica a forma de cálculo de contribuições e pensões tendo em linha de conta características dos beneficiários.

Dos escritos que Daniel da Silva compôs, contabilizam-se dois a respeito do plano de pensões do Montepio Geral ([6] e [8]) publicados a expensas da instituição, um conjunto de seis artigos no *Jornal do Commercio* criticando a proposta do Governo para criar o Montepio Oficial dos Servidores do Estado ([4]), um estudo genérico sobre amortização de pensões ([5]) e outro sobre o movimento da população portuguesa ([7]). Os dois últimos são inseridos no *Jornal das Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes* da Academia das Ciências de Lisboa, de que era sócio de mérito. Os princípios usados apoiam-se em reconhecidos escritos ingleses, em particular [2], e franceses abordando a teoria de anuidades e seguros sobre a vida assim como a organização de sociedades de socorros mútuos francesas. Nos opúsculos sobre o Montepio Geral, o matemático descreve um método de avaliação actuarial para uso no Montepio Geral, isto é, um método que permite garantir em determinado momento o equilíbrio entre as responsabilidades existentes e as contribuições necessárias para a exequibilidade, não se conhecendo método semelhante na literatura estrangeira. Esse método envolve um conjunto li-

mitado de conceitos da teoria de anuidades vida e Cálculo financeiro, pelo facto de o plano de pensões do Montepio Geral não estar edificado sobre bases científicas. A sua originalidade reside exactamente na adaptação a essa especificidade. Julgamos que essa limitação tenha contribuído para não ter sido usado por outras comissões do Montepio Geral.

Os dois artigos [5] e [7], sobre amortização de pensões e sobre a população portuguesa, servem para aperfeiçoar o primeiro opúsculo sobre o Montepio Geral. No primeiro, define-se um método para calcular o factor de amortização das pensões, factor esse que serve para contabilizar o decréscimo desses encargos, já que não é possível prever a duração das pensões. A sua originalidade justifica-se pela mesma razão apontada anteriormente, a adaptação às especificidades dos montepios de sobrevivência portugueses. No outro, procede-se a um estudo comparativo de diversas características da população portuguesa em relação a outras europeias para decidir qual a tábua de mortalidade mais adequada a ser usada no caso particular do Montepio Geral. É o primeiro estudo português do género. Ambos os artigos servem para aperfeiçoar o primeiro opúsculo do Montepio Geral, melhorando o método de avaliação actuarial, que resulta num segundo texto, [8].

Os contributos de Daniel da Silva não foram bem recebidos pela generalidade dos sócios do Montepio Geral, por exigirem mais sacrifícios e diminuírem regalias. De qualquer modo, adoptaram-se as medidas mais importantes, que posteriormente se identificaram como responsáveis por se ter evitado a bancarrota. Os estudos do matemático alertaram os sócios para a instabilidade financeira que se vivia no Montepio Geral, para a necessidade de se estudar profundamente a organização do seu plano de pensões e motivou outros sócios a empreender estudos sobre esse assunto.

Daniel da Silva integrou também uma importante comissão de inquérito às associações de socorros mútuos nomeada por decreto-lei de 22 de Novembro de 1866, estabelecida com a finalidade de apurar o estado de desenvolvimento dessas associações e aconselhar o Governo sobre as medidas a tomar de modo a zelar pela sua estabilidade financeira. Esse inquérito, de grandes dimensões, seguiu as orientações do Congresso Internacional de Estatística. Apurou-se a falta de bases científicas, em particular para as associações que providenciavam pensões de sobrevivência. Os trabalhos dessa comissão foram, no entanto, desconsiderados pelo Governo, sendo disso prova a fundação do Montepio Oficial dos Servidores do Estado pouco depois de se iniciarem os trabalhos da comissão, em Julho de 1867. Daniel da Silva denunciou as bases incorrectas sobre que se edificou esse montepio num jornal da imprensa lisboeta, o *Jornal do Commercio*, [4]. A importância

desses artigos reside no facto de mostrarem a consciência do matemático sobre a forma correcta de se estabelecerem os montepios de sobrevivência portugueses, espécies de seguros de vida, em que tudo se formule segundo os princípios do Cálculo das probabilidades. Os contributos de Daniel da Silva surgem numa época em que, em Portugal, não existiam práticas no uso dos princípios do Cálculo Actuarial. Os montepios de sobrevivência não estavam fundados sobre bases científicas e durante todo o século XIX o Governo não definiu orientações no sentido de zelar pela sua organização financeira. As iniciativas da 1.^a metade do século XIX ao nível da indústria de seguros vida não vingaram (a Fidelidade em 1835 e a Providência em 1845), notando-se apenas a partir da década de 1920 um maior desenvolvimento. Quanto à formação profissional em Actuariado iniciou-se apenas em finais da década de 1880, no Instituto Industrial e Comercial de Lisboa ([3]). Na 2.^a metade do século XIX não houve da parte dos estudiosos em Portugal interesse pela investigação da temática de Cálculo Actuarial, pelo que os contributos de Daniel da Silva nessa área constituem uma novidade no estudo da temática em Portugal. As tarefas desenvolvidas por Daniel da Silva no estudo de planos de pensões do Montepio Geral têm pontos em comum com a actividade de um actuário. Considerando a caracterização de um actuário em três facetas – financeiro, estatístico e matemático ([1]) – identificamos no papel desempenhado por Daniel da Silva as duas últimas. Enquanto estatístico, pela escolha da tábua de mortalidade a utilizar para o cálculo de diversas operações; enquanto matemático, na determinação do valor das responsabilidades presentes e futuras da companhia.

Referências

- [1] “Actuario. Definição, etymologia e apontamentos historicos”. *Seguros e Finanças*, 2, 1.º ano, 25 Fev 1906, 3–7.
- [2] Baily, Francis. 1810. *The Doctrine of Life-Annuities and Assurances, analytically investigated and explained*. London: John Richardson.
- [3] Martins, Ana Patrícia. 2011. “Matemática actuarial: seu ensino nos Institutos Superiores, dos seus inícios a 1930”, *Boletim da SPM*, 65 (suplemento), Out 2011, 7–11.
- [4] [Silva, Daniel Augusto da]. *Jornal do Commercio*, 4004, 26 Fev 1867; 4006, 28 Fev 1867; 4010, 5 Mar 1867; 4012, 8 Mar 1867; 4018, 15 Mar 1867; 4019, 16 Mar 1867.
- [5] — 1868. “Amortização annual media das pensões nos principaes montepios de sobrevivencia portuguezes”. *J. de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes*, t.I (1868), III, 175–187.
- [6] — 1868. *O presente e o futuro do monte pio geral*. Lisboa: Imprensa Nacional.
- [7] — 1870. “Contribuições para o estudo comparativo do movimento da população em Portugal”. *J. de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes*, t.II (1870), VIII, 255–306.
- [8] — 1870. *Das condições economicas indispensaveis à existencia do monte pio geral*. Lisboa: Imprensa Nacional.

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA – ALGUMAS ACTIVIDADES PRÁTICAS

Hélder Pinto

Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

e-mail: hbpinto1981@gmail.com

Em Portugal, a História da Matemática está a ganhar cada vez mais importância nos programas escolares. Por exemplo, no programa de Matemática A, a História da Matemática surge como um tema transversal ao longo de todo o ensino secundário e que deve surgir ao longo de vários e diferentes temas. Não se pretende esgotar a História da Matemática num conjunto finito e condensado de aulas, mas que esta sirva de apoio e de motivação para o estudo de outros temas matemáticos.

“Actividades com uma perspectiva histórica humanizam o estudo da disciplina, mostrando a Matemática como ciência em construção e em constante interacção com outras ciências. Proporcionam também excelentes oportunidades para pesquisa de documentação. A informação sobre a génese e o percurso de um conceito ao longo dos tempos e a sua relação com o progresso da humanidade pode fomentar, ou aumentar, o interesse pelo tema em estudo, ao mesmo tempo que constitui uma fonte de cultura. Segundo D. J. Struik, o autor do livro “História Concisa das Matemáticas”, o uso da História da Matemática na aula é muito importante porque:

- *satisfaz o desejo de saber como se originaram e desenvolveram os assuntos em matemática;*
- *o estudo dos autores clássicos pode proporcionar grande satisfação por si só, mas também pode ser útil no ensino e na investigação;*
- *ajuda a compreender a nossa herança cultural, não apenas pelas aplicações que a matemática tem tido, e ainda tem, à astronomia, física e outras ciências, mas também pela relação que tem tido, e continua a ter, com campos tão variados como a arte, a religião, a filosofia e os ofícios;*
- *oferece um campo de discussão comum com estudantes e professores de outras áreas;*
- *permite temperar o ensino e as conversas com algumas peripécias.”*

Programa de Matemática A 10º ano, homologado em 22/02/2001

Contudo, existe ainda pouca bibliografia, principalmente em português, desta temática aplicada e adaptada ao contexto da sala de aula, obrigando os professores a gastar muito tempo na preparação das suas aulas quando decidem introduzir tópicos da História da Matemática. Nesta comunicação foram apresentadas três fichas de trabalho adaptadas ao ensino secundário

e que foram publicadas, em formato de livro, em 2009, pela Associação Ludus (tem igualmente implementado cursos de formação de professores nesta área) e pelo Museu de Ciência da Universidade de Lisboa. Neste livro apresentam-se várias propostas de fichas de trabalho usando diferentes tópicos da História da Matemática como, por exemplo, os sistemas de numeração do antigo Egipto e da Mesopotâmia, o método da falsa posição (Egipto), o método com que Tales de Mileto terá medido a distância de um navio à costa e a altura de uma pirâmide, o modo como Eratóstenes mediou o meridiano da Terra e o método chinês das diferenças duplas.

Cada ficha de trabalho é composta por uma pequena introdução histórica acessível e não muito extensa, sendo ainda acompanhada por algumas questões que deverão ser respondidas pelos alunos. Algumas possuem actividades práticas e todas têm um Guião do professor que pretende facilitar o trabalho e/ou esclarecer algumas dúvidas ou dificuldades que os professores possam ter no âmbito da História da Matemática. Estas fichas podem ser usadas dentro da sala de aula dado que utilizam conceitos muito simples como, por exemplo, semelhanças de triângulos, ou, em alternativa, num contexto menos formal como é o caso de um Clube de Matemática (apesar de todas recorrerem a conceitos simples, algumas podem não estar directamente relacionadas com os programas escolares).

Como exemplo das possibilidades que existem na utilização da História da Matemática no contexto escolar, foram apresentadas, com mais pormenor, três possíveis fichas de trabalho:

- uma usando o Instrumento de Sombras do português Pedro Nunes que permite medir a inclinação dos raios solares em relação à horizontal (“a altura do Sol”) – o instrumento aqui apresentado também foi designado por “instrumento jazente no plano”, para o distinguir de um outro instrumento de sombras igualmente concebido pelo matemático português. Trata-se de um instrumento simples, de aparência semelhante a um relógio de Sol, mas com uma inovação muito engenhosa que permite obter directamente a “altura do Sol” através da utilização das sombras por si projectadas. Apresentou-se ainda um modo simples e rápido de construir um destes instrumentos com papel e cartão, bem como a sua utilização em contexto escolar.
- outra usando as varas de Napier e as varas de Genaille-Lucas que eram utilizadas para efectuar multiplicações. As primeiras varas exigiam que o utilizador usasse, para além da observação do instrumento, o método da “multiplicação em gelosia” enquanto que as segundas são um avanço significativo em relação às primeiras dado que o utilizador

conseguia observar directamente o resultado final no próprio instrumento. Estas varas são, de certo modo, as predecessoras das actuais máquinas de calcular e são um bom exemplo concreto de como a matemática é uma ciência que, tal como as outras, não é estática tendo-se desenvolvido ao longo dos tempos e de várias gerações. Mais uma vez, estes instrumentos são facilmente reconstruídos em papel o que permite a sua fácil utilização no contexto escolar.

- apresentou-se ainda uma forma de usar Os Elementos de Euclides na sala de aula, em particular o livro I, através de *applets* interactivos em páginas *web*. Já é possível encontrar alguns *sites* com esta temática embora quase todos apostem apenas e só na manipulação da figura que acompanha as demonstrações. Contudo, talvez seja mais útil que a figura apresentada vá sendo construída aos olhos do aluno à medida que a demonstração se vá desenvolvendo. Assim, os alunos terão uma melhor percepção do modo como se constrói uma demonstração, o que não acontece quando se apresenta apenas a figura final. Podem-se encontrar *applets* para todas as proposições do Livro I em http://wwmat.mat.fc.ul.pt/~jnsilva/elementos_livro_1/mat/elementos/index.htm bem como as respectivas demonstrações (este *site* foi construído com base na tradução portuguesa de 1855, da Imprensa da Universidade de Coimbra, que pode ser consultada em <http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/euclid/elem.html>).

Estas páginas apresentam as demonstrações, passo a passo, através de *applets* interactivos (possibilidade de o utilizador mover os elementos das figuras) e dinâmicos (as figuras vão-se alterando e construindo à medida que a demonstração vai sendo apresentada). Apesar de não ser um livro pedagógico, o estudo do primeiro livro d’Os Elementos de Euclides pelos alunos poderá ser muito útil e didáctico para que estes compreendam a estrutura e a solidez do “edifício matemático”. A construção dos resultados matemáticos neste livro de Euclides está assente, apenas e só, em algumas poucas premissas iniciais (postulados e axiomas) e, portanto, são um bom exemplo da força dos raciocínios lógico-dedutivos usados habitualmente nas demonstrações matemáticas, permitindo ainda observar com clareza o porquê de a matemática ser um saber com carácter cumulativo e exigir um estudo continuado. Em quase todas as demonstrações deste livro utilizam-se, nalgum ponto, a proposição imediatamente precedente e, por esse facto, torna-se relativamente simples para um aluno acompanhar e perceber a colocação de cada “tijolo” deste “edifício”, bem como o facto de que cada “tijolo” estar assente, quer directamente quer através de outros “tijolos” previamente co-

locados, nas suas poucas mas fortes “fundações” (premissas iniciais a partir das quais se inicia a “construção”).

A História da Matemática, bem utilizada e suficientemente explorada, poderá ser uma importante ferramenta no ensino dado que, como refere Frank Swetz, permite fazer uma maior “aproximação” entre os alunos e a matemática – disciplina que muitas vezes é colocada num “pedestal” demasiado alto em termos de abstração e dificuldade, o que provoca, muitas vezes logo de início, a desmotivação de muitos estudantes.

“The history of mathematics supplies human roots to the subject. It associates mathematics with people and their needs. It humanizes the subject and, in doing so, removes some of its mystique. Mathematics isn’t something magic and forbiddingly alien; rather, it’s a body of knowledge developed by people over a 10,000-year period. These people, just like us and our students, made mistakes and were often puzzled, but they persisted and worked out solutions for their problems. Mathematics is and always was people-centered. Its teaching should recognize and build on this fact by incorporating the history of mathematics as a fundamental part of its learning.”

(Frank Swetz)

Referências

- [1] CRATO, Nuno; *O Instrumento de Sombras*; Centro Virtual Camões - Ciência em Portugal, Personagens e Episódios (<http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/e32.html>); 2003.
- [2] ESTRADA, Maria Fernanda; SÁ, Carlos Correia de; QUEIRÓ, João Filipe; SILVA, Maria do Céu e COSTA, Maria José; *História da Matemática*; Universidade Aberta; 2000.
- [3] Gazeta da Matemática n.º 143; *Quinto Centenário do nascimento de Pedro Nunes*; Sociedade Portuguesa de Matemática; Julho/2002.
- [4] KATZ, Victor (Editor); *Using History to Teach Mathematics, an International Perspective*; The Mathematical Association of America; 2000.
- [5] PINTO, Helder; *História da Matemática na Sala de Aula*; Ludus; Lisboa, 2009.
- [6] SEAQUIST, C.; SESHAIYER, P. e CROWLEY, D.; *Calculation Across Cultures and History*; Texas College Mathematics Journal, Volume 1, Number 1, Pages 15-31; 2005.
- [7] SWETZ, F.; *Learning Activities from the History of Mathematics*; Weston Walch Publisher; 1994.

A MATEMÁTICA, A ESTATÍSTICA E O ENSINO NOS ESTABELECIMENTOS DE FORMAÇÃO DE OFICIAIS DO EXÉRCITO PORTUGUÊS NO PERÍODO 1837–1926¹

Filipe Papança

Academia Militar

e-mail: filipe.papanca@gmail.com

Resumo: O objectivo desta comunicação é estudar a evolução da formação de Oficiais do Exército Português no período 1837-1926 em especial nas vertentes da Matemática e da Estatística. Em particular esta comunicação procura responder às seguintes questões: (a) Como se pode caracterizar, em termos de conteúdos, a formação militar nas áreas da Matemática e da Estatística ministradas em cursos de formação de oficiais do exército? Quais os critérios que estiveram na base da escolha desses conteúdos, considerados fundamentais para a sua formação? Como se pode caracterizar o contexto educativo castrense, em particular nas áreas da Matemática e da Estatística em termos de formação de Oficiais do Exército, assim como em outros cursos de formação ministrados nessas instituições? (b) Qual o papel das representações e da Matemática e da Estatística nos momentos solenes? (c) Qual o papel da Estatística no funcionamento da instituição?

palavras-chave: Matemática; Estatística; Ensino Militar; Escola do Exército; Escola de Guerra; Escola Militar; Academia Militar.

1 O ensino no contexto educativo castrense

Em termos de *organização curricular* procurou-se adequar os cursos face às novas exigências em termos tecnológicos, modernizar as terminologias, ministrar o ensino de aplicação. Instituíram-se igualmente as viagens e visitas de estudo. Criaram-se novos cursos como os de Engenharia de Minas que com a Primeira República passou a ser leccionado noutras instituições, a Administração Militar e outros divididos, como o de Artilharia, em Artilharia de Campanha e Artilharia a Pé. As viagens de estudo contribuíram para um melhor conhecimento da realidade

¹Esta comunicação é baseada no trabalho da minha Tese de Doutoramento (defendida na Universidade de Évora a 7 de Junho de 2010 e editada pela Edium Editores em 2011) que teve como objectivo estudar a evolução da formação de Oficiais do Exército Português no período 1837–1926 em especial nas vertentes da Matemática e da Estatística.

militar noutros países, nomeadamente em aspectos que mais tarde viriam a ser implementados em Portugal, contribuindo para uma gradual consciencialização de um espírito de classe que assume já contornos internacionais. Um dos aspectos que envolve a formação de Oficiais do Exército é, seguramente, a produção de livros de texto. Desde as primeiras Aulas de Fortificação, Arquitectura e Artilharia surgidas após a recuperação da independência em 1640, passando pelos cursos ministrados nos estabelecimentos que antecederam a Escola do Exército, a Escola de Guerra e a Escola Militar, que a produção de manuais esteve presente, acompanhando a génese e a estruturação desses cursos.

Texto/autores	Data	Cadeira / Número	Conteúdos relacionados com a Matemática
Noções de geometria analítica. Princípios de mecânica	1880	Balística e suas aplicações ao tiro das bocas de fogo, 2 ^a Cadeira (2 ^a parte)	Geometria Analítica
Noções de Astronomia	1905	Geodesia-Topografia, 11 ^a Cadeira	Trigonometria, Astronomia
Introdução ao estudo dos efeitos dos projecteis – Probabilidade do Tiro	1909	Balística e suas aplicações ao tiro das bocas de fogo, 6 ^a Cadeira	Probabilidades
Fortificação Passageira	1915	Fortificação passageira. Trabalhos de estacionamento. Comunicações militares. Serviços de engenharia em campanha, 6 ^a Cadeira	Topografia
Elementos de Balística	1925	Balística, 6 ^a Cadeira	Modelos de Balística

Quadro 1 – Manuais escolares analisados. Fonte: Adaptado de Escola do Exército (1880), Almeida, A. (1905), Gonçalves, J. N. (1909), Escola de Guerra (1915) e Sena, C. (1925).

De acordo com o Quadro 1, os manuais analisados abrangem as mais diversas matérias que integram o programa (ou parte dele) das cadeiras que constituem o currículo ministrado. As publicações analisadas, elaboradas por docentes da Escola ou no âmbito de cadeiras da Escola, incluem conteúdos de diversas áreas da Matemática (Geometria Analítica, Astronomia, Probabilidades, Topografia e Modelos de Balística) sendo, sobretudo, resultado do esforço efectuado na preparação das aulas, aliado à vivência escolar, experiência adquirida na leccionação, experiência adquirida no contacto com as matérias leccionadas, pesquisa, experimentação, experiência profissional e, no caso de José Nunes Gonçalves, de uma missão ao estrangeiro.

2 O funcionamento

A Estatística acompanhou a formação de oficiais do exército, desde os estabelecimentos que precederam a *Escola do Exército* até à actualidade, revelando-se um elemento essencial da gestão do ensino castrense, ajudando a

caracterizar o universo escolar e contribuindo para um melhor planeamento do funcionamento da instituição. Como exemplo dessa situação, salientam-se as estatísticas que referem o número de alunos terminando o primeiro ano com a indicação da arma a que foi destinado, o número de alunos matriculados em cada uma das armas, a proveniência dos alunos por distrito e concelho, em cada uma das armas o número de alunos que concluiu o respectivo curso, o movimento geral de alunos, o número de alunos que deram entrada na enfermaria, e muitos outros aspectos. Em relação à biblioteca, são de referir as estatísticas do número de livros entrados, nesta, em cada ano.

De registar a quantidade de publicações referentes a estatísticas militares, destacando-se a nível nacional por exemplo as estatísticas criminais e disciplinares, e a nível internacional as referentes por exemplo ao armamento e aprovisionamento das tropas de superfície, da população dos estados e dos assuntos militares e financeiros dos diversos países da Europa. Também em relação a outros aspectos da actividade humana, principalmente a nível económico e social, as publicações abrangem temas como a emigração, a navegação, o comércio, a indústria, o sector bancário, a fiscalização económica, o consumo de água. A cultura castrense assume igualmente aspectos transnacionais, procurando definir um padrão universal. Esse padrão é reforçado, por exemplo, pela elaboração de tabelas militares internacionais que incluem informação quantitativa e qualitativa acerca de determinados itens, participação em conflitos internacionais como a Primeira Guerra Mundial, missões em África e no Sudoeste Asiático, viagens internacionais, viagens de Estado-Maior, frequência de cursos no estrangeiro por parte de militares e engenheiros, exposições internacionais, congressos e convenções, padrões, nomenclaturas, projectos internacionais de investigação, acordos e tratados internacionais.

3 A Matemática e a Estatística no contexto educativo castrense

O ano lectivo era marcado por cerimónias como as Aberturas Solenes em que se procurava fazer um ponto da situação, reunir toda a comunidade, fomentar laços com outros estabelecimentos de ensino e instituições de investigação, assim como em relação ao poder político procurando cativá-lo no sentido da obtenção de melhores meios, e entregar os prémios aos alunos contemplados, constituindo um potencial factor de motivação. Os discursos de Abertura Solene procuravam motivar a reflexão, abordando temas de interesse para o meio castrense e para a comunidade em geral, a maior parte

relacionada com as matérias leccionadas pelos oradores. Neles eram também abordados temas relacionados com a Matemática, com o seu ensino, visando a formação de militares e engenheiros, ou com o seu papel como ciência ou face às outras ciências que iam normalmente de encontro a matérias leccionadas, como Astronomia, Tática, Estratégia, Balística, Fortificação, Estatística, entre outras. Por vezes era utilizada igualmente a metáfora como modo de exaltação do sentimento nacional. Embora os conteúdos abordados sejam os mesmos da leccionação, estes surgem agora de forma solene e mistificada, exaltando-se os vultos, figuras relacionadas com a Matemática, cuja aparição no quotidiano escolar não surge assim tão frequentemente. Na presença de tão ilustres convidados, incluindo o Rei ou o Chefe de Estado, na esperança de obter ajudas, era natural que se destacassem os seus méritos, no primeiro caso na área da Oceanografia e no segundo caso das Relações Internacionais. Também o ensino e a escola em geral eram merecedores de atenção, reflectindo-se sobre o lugar da escola, o espaço reservado ao ensino politécnico, o carácter pedagógico do serviço militar, a organização curricular, os congressos e reuniões internacionais salientado, igualmente, o papel desempenhado por ex-discentes nas campanhas militares, principalmente em África. Estes discursos são publicados em anuário (no período 1895-1912), revista ou publicação autónoma.

Referências

- [1] A. Almeida, *Noções de Astronomia*, Escola do Exército, Lisboa, 1905.
- [2] Escola do Exército, *Noções de Geometria Analytica – Princípios de mechanica*, Escola do Exército, 1880.
- [3] Escola de Guerra, *Fortificação passageira*. Escola de Guerra, Lisboa, 1915.
- [4] J. N. Gonçalves, *6ª cadeira-Introdução ao estudo dos projecteis-Probabilidades do Tiro*, Tip. da Escola do Exército, Lisboa, 1909.
- [5] F. Papança, *A Matemática, a Estatística e o Ensino nos Estabelecimentos de Formação de Oficiais do Exército Português no Período 1837–1926: Uma Caracterização*, Edium Editores, S. Mamede de Infesta, 2011.
- [6] F. Pimentel, *Apontamentos sobre alguns estabelecimentos e fortificações da França, Belgica e Allemanha – viagem effectuada nos mezes de Junho e Julho de 1880*, Typografia Universal, Lisboa, 1883.
- [7] C. Sena, *Elementos de Balística*, Litografia da Escola Militar, Lisboa, 1925.
- [8] Etats de l'Europe, *Tableaux Statistiques relatifs à l'organisation militaire, l'armement et l'approvisionnement des troupes, la superficie, la population, les charges militaires et financières des divers Etats de l'Europe*, Établissements L WINTRACKEN & C^a, Bruxelles, à la date du 15 mai 1911.

A ARITMÉTICA MERCANTIL EM PORTUGAL NO SÉCULO XVI – FONTES E INFLUÊNCIAS DE OUTROS PAÍSES DA EUROPA

Teresa Costa Clain

Grupo de História da Matemática

Departamento de Matemática

CIDMA – Centro de Investigação e Desenvolvimento em
Matemática e Aplicações

Universidade de Aveiro

e-mail: costa.jesus.teresa@ua.pt

Portugal foi protagonista das transformações na economia europeia de quinhentos com a criação da Rota do Cabo. Os mercadores nacionais tornaram-se peças de destaque no comércio internacional. Viajavam e comercializavam com países distantes do grande centro comercial que se viria a tornar a cidade de Lisboa. Para eles era importante um bom domínio do cálculo matemático que permitisse não só determinar os custos e os benefícios de cada viagem, como também um bom domínio da contabilidade associada a várias transações comerciais e aos cálculos das operações financeiras, tal como juros e letras de crédito.

No século XVI iniciou-se a publicação de obras de aritmética mercantil impressas em Portugal, tais como o *Tratado da Pratica d'Arismetica* de Gaspar Nicolas, publicado pela primeira vez em 1519, a *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes de 1540 e o *Tratado da arte d'Arismetica* de Bento Fernandes de 1555. Nos tratados está presente uma modelação aritmética, ligada às operações financeiras na Casa da Índia na forma de regras próprias do comércio português das especiarias e da sua distribuição pela Europa. Podemos admitir que, embora apresentando um conjunto de assuntos considerados clássicos, os tratados procuraram responder às necessidades dos mercadores da época de quinhentos.

De entre os três tratados citados, tomemos como exemplo a *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes. O autor admite ter utilizado fontes externas e Marques de Almeida [1, p. 85, v. I] considera que a fonte mais próxima é o *Sumario breve de la práctica de la Aritméthica*, do frade espanhol Mossen Juan Andrés, publicado em Valência em 1515. Na verdade as duas

obras apresentam a mesma estrutura e tratam de um conjunto de assuntos comuns, embora nem todos, como veremos.

De Ruy Mendes, também conhecido por Rodrigo Mendes, pouco se sabe sobre a sua vida. Pensa-se que nasceu em Mourão, Inocêncio [1, p. 84, v. I] associa-lhe uma formação em Direito, contudo, pelas referências no seu livro à Casa da Índia, poder-se-á supor que exerceu uma atividade ligada à máquina administrativa do reino. Da *Pratica d'Arismetica* só é conhecida uma edição de 1540. Diogo Barbosa Machado [4, p. 649] atribui a Ruy Mendes a autoria de “Perguntas em matéria de Arithmetica que se fazem e que se soltão” e que hoje são desconhecidas.

A *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes é dedicada a D. Teodósio I, duque de Bragança e filho da madrinha do autor, D. Joana de Mendonça. É ainda referida a figura de Pero de Mendonça, irmão de D. Teodósio I, que motivou o autor para a elaboração do tratado.

Comparando a *Pratica* de Ruy Mendes com o *Sumario* de Mossen Andrés, para além da já referida organização comum, estão presentes os assuntos mais ou menos habituais nas obras conhecidas como tratados de aritmética mercantil. Referimo-nos às regras de três, regra de companhias, regra de baratas e regras de falsa posição, regras de câmbio, regras da liga de ouro e prata, para além das operações aritméticas. Convém salientar a existência de regras que só encontramos nos tratados portugueses e que designaremos por “regras locais”. Referimo-nos à *Regra de Quarto e Vintena* e à *Regra da Conta de Flandres*, ambas ligadas à atividade comercial então desenvolvida com o advento do comércio com o Oriente e ao estabelecimento da Rota do Cabo.

Um importante pivot no comércio intercontinental é a Casa da Índia. Na obra de Ruy Mendes [5, fol. 80] há referências a esta instituição. Era habitual a presença de navios privados nas armadas. Para as mercadorias chegadas a Lisboa na posse de privados era exigida a cobrança de direitos de “quarto e vintena”.

Vejam os que consistia a *Regra de Quarto e Vintena*. O exemplo apresentado encontra-se no fólio 80 da *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes, com o seguinte enunciado genérico:

Tendo uma quantia, saber $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$ da mesma, a vintena quantos será? E tirados dela quanto ficará?

O autor passa de seguida a um caso concreto:

O quarto de 155 cruzados e a vintena dos seus três quartos quanto será?

Vejam os a regra apresentada.

Considerar as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{20}$. Multiplica-se 4 por 20 e vem 80. Vamos agora efetuar os produtos

$$\frac{1}{4} \times 80 = 20$$

$$\frac{3}{4} \times 80 = 60 \text{ (a vintena dos seus } \frac{3}{4} \text{ é 3)}$$

$$20 + 3 = 23, \text{ que é } \frac{1}{4} \text{ de 80 e a vintena dos seus } \frac{3}{4}.$$

Relativamente aos 155 cruzados, é aplicada a regra de três

$$80 \text{ cruzados} \quad \text{---} \quad 23 \text{ cruzados}$$

$$155 \text{ cruzados} \quad \text{---} \quad x \text{ cruzados}$$

$$x = 44 \text{ cruzados } 2 \text{ tostões e } \frac{1}{25} \text{ reais}^1$$

Ruy Mendes estabelece assim um modelo que facilmente aplica a problemas variados.

Conjugando funções com a Casa da Índia, a Feitoria de Antuérpia fazia o comércio e a distribuição dos produtos vindos do Oriente pela Europa, daí a *Regra da Conta de Flandres* [5, fol. 83], uma regra de três aplicada à conversão monetária.

As “regras locais” são um dos pontos de desencontro entre a *Pratica* e o *Sumario*, contudo, podemos definir um certo grau de parentesco entre os dois tratados, em termos de: i) Textos semelhantes; ii) Exemplos numéricos iguais; iii) Enunciados de problemas e resoluções semelhantes; iv) *A presença do Summa arithmetica geometria proportioni et proportionalita* de Pacioli.

Não há dúvida que o *Summa* de Pacioli era conhecido em Portugal. Pedro Nunes, na carta [7, pp. 7–8] ao cardeal D. Henrique, refere-o e considera-o obscuro e sem método que, mesmo passados 60 anos da sua edição muitos em Espanha não o conhecem. Neste ponto Mossen Juan Andrés é um dos que conhece e admite *copiar* o *Summa* de Frei Lucas. Também Gaspar Nicolas no seu *Tratado da Pratica d’Arismetica* (1519), cita Frei Lucas de Burgo e admite ter retirado muitos problemas da sua obra, parecendo ser um bom conhecedor do seu conteúdo [6, fol. 54]. Ruy Mendes não refere explicitamente Pacioli, contudo, há presenças do *Summa* na *Pratica*, quando vai tratar o produto de números quebrados e refere o que *alguns aritméticos* [5, fol. 44] afirmaram. Estes *alguns aritméticos* são bem identificados por Mossen Juan Andrés, num texto sobre o mesmo assunto [2, fol. 58] – trata-se de Luca Pacioli.

Face à *Pratica* e ao *Sumario*, podemos concluir que Ruy Mendes não fez uma simples tradução do tratado de Juan Andrés. Não será difícil de acreditar que o conhecia. Adotou a sua estrutura mas deu-lhe um cunho

¹ Utilizamos a notação atual da regra de três simples.

pessoal que se traduz pelo detalhe com que apresenta alguns assuntos. Não pôs de parte as aplicações da sua aritmética aos negócios e interesses administrativos do reino, como é o caso da regra de quarto e vintena da Casa da Índia, o que o afastou em parte dos objetivos do frade espanhol.

Luca Pacioli é a grande referência dos nossos aritméticos e no caso de Ruy Mendes, a sua influência vem em parte, através da aritmética de Mos- sen Juan Andrés, o que reforça a presença de uma influência da aritmética italiana em Portugal.

Referências

- [1] A. A. Marques Almeida, *Aritmética como descrição do real (1519–1679)*, Vols. I, II, Lisboa, Imprensa Nacional, Casa da Moeda, 1994.
- [2] Juan Mossen Andrés, *Sumario breve de la práctica de la Aritmética de todo el curso del Arte mercantil bien declarada el qual se llama maestro de cuenta*, Valência, Juan Joffre, 1515.
- [3] Bento Fernandes, *Tratado da Arte d'Arismetica*, Porto, Francisco Correa, 1555.
- [4] Diogo Barbosa Machado, *Bibliotheca Lusitana historica, critica e chronologica na qual se comprehende a noticia dos Authores Portuguezes, e das Obras, que compuserão desde o tempo da promulgação da Ley da Graça até o tempo presente*, Offerecida à Augusta Magestade de D. João V nosso senhor / por Diogo Barbosa Machado, António Isidoro da Fonseca, Lisboa Occidental, vol. III (4 vols.), pp. 1741–1759.
- [5] Ruy Mendes, *Pratica d'Arismetica*, Lisboa, Germão Galharde, 1540.
- [6] Gaspar Nicolas, *Tratado da Pratica d'Arismetica (1519)*, Edição fac-similada, Porto, Livraria Civilização, 1963.
- [7] Pedro Nunes, *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*, Lisboa, Academia das Ciências de Lisboa e Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.