

A HERANÇA DE DAVID HILBERT NA FILOSOFIA DA MATEMÁTICA

Reinhard Kahle
CENTRIA e DM-FCT-UNL
kahle@mat.uc.pt

Apresentamos algumas linhas gerais do projecto de investigação *A Herança de Hilbert na Filosofia da Matemática*, financiado pela FCT/MCTES, PTDC/FIL-FCI/109991/2009.

O nosso objectivo é reavaliar as ideias de David Hilbert que contribuíram—e contribuem—para o desenvolvimento da filosofia da matemática.

Por um lado, a história do programa de Hilbert é um sucesso, apesar dos resultados de Gödel. Gerhard Gentzen foi o primeiro que mostrou como podemos demonstrar a consistência (relativa) de sistemas matemáticos formais. Ainda hoje, o estudo da consistência relativa é uma parte importante da investigação em lógica matemática.

Por outro lado, muitos tópicos da actual filosofia da matemática contêm ideias de Hilbert, não observadas ou ignoradas.

A «Filosofia» de Hilbert

Dentro de uma classificação de posições filosóficas nos fundamentos da matemática, é possível ligar Hilbert com:

- **Logicismo:** pontualmente (1917), em particular como um estímulo para o trabalho posterior.
- **Formalismo:** é a posição habitualmente atribuída a Hilbert; de facto, esta atribuição precisa de ser reavaliada.
- **Intuicionismo:** apesar do intuicionismo ser normalmente considerado como o pólo oposto de Hilbert, ele assumiu-o *tacticamente*.
- **Estruturalismo:** esta posição é mais recente (Bourbaki), mas provavelmente a melhor caracterização para Hilbert.
- **Platonismo:** na parte «finitista».
- **Nominalismo:** na parte «ideal».

A herança

A herança de Hilbert permanece viva em, pelo menos, quatro tópicos (matemáticos e filosóficos):

1. A Teoria de Demonstração.

Hilbert introduziu a noção de demonstração como objecto matemático; com os resultados de Gödel (teoremas de incompletude; interpretação «Dialectica») e Gentzen (demonstrações de consistência com meios transfinitos) o programa de Hilbert sobreviveu numa forma revista.

2. A Teoria de Computabilidade.

Hilbert foi o primeiro que levantou a questão de computabilidade (funções recursivas), mais tarde investigado por Church e Turing (teoremas de indecibilidade).

3. Sistemas de axiomas

Já com os *Fundamentos da Geometria*, Hilbert revolucionou o método axiomático—conhecido deste Euclides—na Matemática. Por fim, levou à eliminação da «Verdade» na Matemática.

4. A («Não»-)Filosofia da Matemática de Bourbaki

Está ainda por explorar a influência de Hilbert na («Não»-)Filosofia da Matemática de Bourbaki.

A herança em Portugal

Encontramos a herança de Hilbert em Portugal na pessoa de Hugo Baptista Ribeiro (1910–1988). Doutorou-se em 1946, na ETH Zurique, sob a orientação de Paul Bernays, que foi o colaborador principal de Hilbert na área de fundamentos de matemática. Podemos citar a seguinte caracterização da influência de Ribeiro, que mostra uma atitude «Hilbertiana»:

Durante a sua permanência em Zurique continuou a colaborar com as revistas científicas portuguesas e, com a esposa, Maria do Pilar Ribeiro, ia noticiando o movimento matemático de ideias e os modernos currículos dos cursos de Matemática suíços, promovendo na *Gazeta de Matemática* uma campanha a favor da reforma dos estudos matemáticos em Portugal. Para aquilatar da importância desta campanha para os futuros currículos de Matemática deve ter-se em conta que, no início dos anos

40, a Matemática ainda era estudada em Portugal quase exclusivamente em função da sua utilidade para algumas aplicações a outras ciências, e muito raramente era encarada como actividade gratificante em si mesma.

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm105/hugobaptistaribeiro.htm>

O projecto

O projecto *A Herança de Hilbert na Filosofia da Matemática* envolve os centros de investigação, Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais, FCUL (unidade principal), Centro de Filosofia, FLUL e Centro de Filosofia da Ciência, FCUL. A página de rede deste projecto encontra-se em <http://www.mat.uc.pt/~kahle/hilbert/>. Para receber informações sobre as actividades basta enviar uma mensagem com `subscribe` na linha de assunto para: `hilbert-request@lists.fct.unl.pt`.