

DINAMICA DE POLIEDROS:
UMA INTRODUÇÃO PARA CIENTISTAS SOCIAIS,
GEÓGRAFOS E PLANEADORES

PETER GOULD

INTRODUÇÃO

Durante este último quarto do século xx chegamos ao limiar de uma revolução intelectual nas ciências humanas. Trata-se de uma revolução tranquila; tendo em vista os debates filosóficos e estruturalistas dos últimos 25 anos, não surpreende que ela seja não só linguística como metodológica.

Esta revolução proporciona uma perspectiva de tal modo nova e abrangente que em breve nos veremos obrigados a abandonar ou modificar radicalmente a maioria das abordagens intuitivas e estatísticas presentemente usadas em várias áreas teóricas e aplicadas das ciências sociais e de comportamento. A alegação de que esta nova perspectiva é de facto revolucionária possui, sem dúvida, grande peso — trata-se quase de um manifesto — e não é feita frivolamente, às pressas, ou com fins retóricos ou polémicos. Pelo contrário, ela baseia-se em vasta experiência e em provas obtidas continuamente num vasto campo de pesquisa prática, aplicada, e empírica.

Dinâmica de poliedros é uma linguagem matemática desenvolvida com o objectivo de descrever e discutir questões *estruturais*. Esta linguagem é descrita em topologia algébrica, uma área nova e avançada de Matemática que tem atraído considerável interesse e pesquisa desde a década de 30. Ela pode ser usada em trabalhos de pesquisa prática e aplicada mesmo por pessoas não treinadas formalmente em Matemática (um breve período de treinamento é geralmente suficiente), muito

embora, à primeira vista, ela pareça extremamente inacessível devido aos símbolos e às formas de notação pouco comuns.

Dinâmica de poliedros, ou «linguagem de estrutura», como é frequentemente chamada, foi desenvolvida pelo matemático inglês RONALD ATKIN, da Universidade de Essex ⁽¹⁾. ATKIN cursou Matemática em Cambridge após a Segunda Guerra Mundial, época em que o eminente filósofo LUDWIG WITTGENSTEIN ainda ocupava a Cadeira de Filosofia daquela Universidade. Este notável pensador, profundamente interessado em linguagem, fascinado com as coisas que podem e não podem ser ditas, atraído por questões primordialmente éticas ⁽²⁾, parece ter exercido uma influência forte e duradoura sobre muitos dos que estudavam em Cambridge nos anos imediatamente anteriores à sua morte. Geógrafos como PETER HAGGETT certamente reconhecem a subtil influência de WITTGENSTEIN na formação do seu interesse em linguagens que nos ajudam a compreender melhor o complexo mundo em que vivemos ⁽³⁾. ATKIN, por sua vez, tornou-se profundamente interessado nas mesmas questões. Vinte anos mais tarde este interesse materializou-se na formação de uma linguagem matemática para descrição e análise de complexidades estruturais.

ATKIN notou, antes de mais nada, a frequência com que a palavra *estrutura* é empregada em discussões de assuntos tanto «Científicos» como «Humanísticos». Referimo-nos à estrutura de formações rochosas, de moléculas de DNA, de um soneto, de uma ponte, de uma companhia, de uma novela, de uma cidade, do comércio mundial, de um *ballet*, de uma personalidade, de um sistema económico, de uma sinfonia, de um sistema político, de uma região, de uma rede de comunicações, de uma família, de um currículo académico, de relações humanas, de galáxias, de uma peça teatral, de uma fuga... a lista é literalmente infinita; é difícil pensar numa área de interesse humano em que assuntos de estrutura não tenham grande relevância. Ao mesmo tempo, muitos pareciam ter

⁽¹⁾ R. ATKIN, *Mathematical Structure in Human Affairs* (London, Heinemann Educational Books, 1974).

⁽²⁾ A. JANIK and S. TOULMIN, *Wittgenstein's Vienna* (New York, Simon and Schuster, 1973).

⁽³⁾ P. HAGGETT, *Locational Analysis in Human Geography* (London, Edward Arnold, 1965).

dificuldade em definir e expressar com precisão as suas concepções de «estrutura».

Muitas vezes, pedidos educados e bem intencionados para uma definição clara e objectiva da «estrutura de uma novela» ou da «estrutura de um sistema económico» causavam confusão, gerando apelos ao bom senso («Afinal... *todo mundo* sabe o que é a estrutura!»), gestos embaraçosos de vago sentido, e até uma certa hostilidade caso se insistisse no pedido. *Estrutura*, usada tão espontaneamente num nível intuitivo, muitas vezes mostrou ser de difícil definição em modos precisos e operacionais.

Para fins deste ensaio, introdutório e altamente condensado, vou considerar como óbvia a seguinte suposição: quando exploramos o mundo ao nosso redor, quando tomamos parte no acto intelectualmente agressivo, mesmo voraz, de extensão do conhecimento humano — acto tão característico do pensamento grego e, mais tarde, do pensamento ocidental ⁽⁴⁾ — temos apenas três linguagens à nossa disposição. Estas são: *palavras*, a linguagem da conversa diária; gravuras ou *gráficos*; e *álgebras* ⁽⁵⁾. Esta classificação não nega, de modo algum, a existência, disponibilidade e pertinência de várias outras linguagens usadas para outros fins. As linguagens da música, pintura, escultura, dança, expressão facial, expressão corporal, cinema e muitas outras, existem para que possamos exprimir nossas sensibilidades estéticas e interesses éticos. Mas *investigar* e estender os domínios do conhecimento e compreensão humanos requer nossa restrição à palavra, ao diagrama e ao símbolo algébrico.

Agora podemos entender porque tantos têm tido dificuldade em tornar mais precisas as suas noções intuitivas de assuntos estruturais. A verdade é que a ideia de estrutura é algumas vezes muito difícil de ser expressada verbalmente. Vale a pena notar quantas vezes pegamos num lápis ou num pedaço de giz e tentamos clarificar nossos pensamentos em linguagem gráfica ao invés de verbal. Esses diagramas mos-

⁽⁴⁾ B. STEINER, *Has Truth a Future?* (London, BBC Publications, 1977) The first Bronowski Memorial Lecture.

⁽⁵⁾ P. GOULD, «The Languages of Our Investigations, Part I, Graphics and Maps, Part II, Algebras», *InterMedia*, vol. 4, p. 13-16, 1976; vol. 5, p. 10-14, 1977.

tram como os objectos se relacionam; na verdade eles constituem expressões mais refinadas dos gestos usados espontaneamente por vários de nós ao tentarmos sair de uma situação embaraçosa face a um pedido de definição mais precisa. Estrutura envolve algo sobre o modo como objectos se relacionam ou se associam para formar... uma *estrutura!* Linguagens gráficas são úteis e oferecem uma ajuda poderosa à compreensão de ideias estruturais simples. O mapa, em todas as suas formas tradicionais e redefinições altamente recentes, é testemunha do poder da expressão gráfica.

Entretanto, assuntos estruturais podem atingir tal complexidade em sistemas naturais e artificiais que mesmo gráficos sofisticados e perfeitamente desenhados se tornam deficientes. O problema básico é a natureza multidimensional da complexidade, o facto de que os objectos das nossas investigações forçam-nos eventualmente a abandonar as limitadas duas dimensões da página ou mesmo a terceira dimensão conseguida através da ilusão óptica da perspectiva. Caso estejamos cientes disto ou não, vivemos num mundo multidimensional⁽⁹⁾, e neste mundo de incrível complexidade somos obrigados — na verdade não temos outra escolha — a usar linguagens algébricas. Estas sempre estiveram ao alcance do matemático teórico, mas hoje encontramos-as disponíveis aos praticantes de diversos outros campos devido à enorme ajuda prestada à mente humana pelo computador. O moderno computador digital (usado como inteligência protética e não como uma grande máquina de somar, apenas capaz de fazer mais rápido o que sempre fizemos) permite a extensão da nossa habilidade de usar linguagens algébricas na descrição e análise da complexidade multidimensional do mundo em que vivemos.

Mas o computador faz algo mais: permite às ciências humanas desenvolver pela primeira vez linguagens matemáticas suficientemente vigorosas e abrangentes para conter o nível de complexidade das actuais observações humanas. Não somos mais forçados a depender de linguagens matemáticas desenvolvidas pelas ciências exactas há 300 anos; não precisamos mais tolher e forçar a riqueza dos fenómenos humanos

(9) R. ATKIN, *Multidimensional Man* (Harmondsworth, Penguin Books, 1979).

dentro dos moldes limitados e exíguos. Sabemos que as linguagens que usamos, inclusive nossas linguagens verbais, moldam e limitam nossa percepção do mundo⁽¹⁾. O mundo em chinês é, *deve ser*, visto diferentemente do mundo em inglês ou português. Tradução de um para o outro nunca é, *não pode ser*, perfeita, capturando cada *nuance*, significado e evocação de sentimento. As linguagens matemáticas do cálculo diferencial e integral tradicional, da estatística inferencial e descritiva, são essencialmente linguagens quantitativas empregando extensamente os números reais. Em contraste, as linguagens algébricas são essencialmente não quantitativas; medição num sentido métrico bem definido não é um pré-requisito ao seu uso. Elas são disponíveis para descrever, em termos precisos e bem definidos, a estrutura dos objectos, como eles se combinam ou se relacionam; o uso de números é uma opção descritiva, disponível quando dela precisamos, mas não obrigatória às nossas análises.

Note-se que tenho usado a palavra *descrição* frequentemente, pois faço pouca ou nenhuma distinção entre a ideia de uma descrição bem feita, rígida e precisa, e a noção mais familiar, positivista, de *explicação*. Uma boa descrição é uma explicação, pois o conteúdo intelectual e o significado da palavra explicação implicam a descrição de relações entre objectos. Mesmo quando uma criança nos pergunta a simples questão «porquê...?» somos obrigados a descrever o objecto de sua pergunta, ligando-o, associando-o, relacionando-o a outro objecto. E todos nós sabemos como crianças podem ser persistentes, transformando a primeira pergunta num jogo ao repetir «porquê... porquê... porquê?» indefinidamente, suplicando-nos, por vezes irritando-nos, forçando-nos a estender a cadeia de conexões de relacionamento a um nível de descrição do mundo de tal complexidade que finalmente temos de responder «porque... não sei... vá perguntar ao tio Jorge...», e assim por diante. Entre fechar os olhos ou continuar até atingir exaustão ou impaciência, resta-nos apenas uma outra saída: encontrar e usar palavras que a criança não compreende,

(1) B. WHORF, *Language, Thought and Reality* (Cambridge: Harvard University Press, 1965), editado por J. CARROLL.

que ainda não lhe fazem sentido ⁽⁸⁾. Aí, porém, a criança mais esperta perguntará «o que é isto?», forçando-nos a águas cada vez mais profundas no campo da *definição*. Mais um «porquê» baseado na definição anterior leva-nos a profundezas ainda maiores. Finalmente atingimos um ponto em que admitimos ter feito tal definição porque esta nos é vantajosa, ou simplesmente porque a maioria das pessoas concorda que tal definição é útil e tem um significado plausível. Afinal, temos de começar em algum lugar.

Mas o mundo de definições úteis e universalmente aceites é o mundo profundo do matemático. Neste mundo não são os teoremas que recebem a honraria maior, por mais respeitados que eles sejam; é a definição — rica, útil, e acima de tudo fecunda — que recebe as honras máximas. É das definições que os teoremas, esses grandes exercícios da mente humana, verdadeiramente se originam. É dentro das definições que as ricas consequências estão contidas, esperando apenas uma mente de suficiente habilidade, vigor e perspicácia para libertá-las.

As linguagens algébricas baseiam-se em definições enraizadas no solo pragmático e carregado de valores da utilidade e curiosidade humanas. A «linguagem de estrutura» algébrica de ATKIN envolve, da mesma forma, uma procura por definições úteis no estilo honesto e seiscentista de GALILEU. Apesar de vestida em trajes modernos de programa de computador e máquina electrónica, ela não é uma técnica, no sentido usual e simplista, mas um método de investigação que nos faz reter quantidades máximas de informação, forçando-nos a sondá-las e examiná-las através de análise paciente, detalhada, quase *textual* ⁽⁹⁾. Dinâmica de poliedros é tudo menos a habitual

⁽⁸⁾ Muitos profissionais empregam a mesma tática com adultos. Advogados, doutores em medicina, burocratas, cientistas, críticos de arte e muitos outros usam linguagens especiais a fim de impressionar, evadir, confundir, mostrar autoridade, mentir, etc. Linguagem empregada com finalidades anti-humanas como as que mencionamos acima frequentemente paralisa o processo de investigação, deixando o interrogador amedrontado, irado, confuso, ferido ou desesperado.

⁽⁹⁾ Tal análise se aproxima da tradição hermenêutica, e aqui vemos como os rótulos particionais de JÜRGEN HABERMAS, começam a se desfazer e se sobrepor. Veja J. HABERMAS, *Knowledge and Human Interests* (Boston:

técnica de «mastigação de números» em que incríveis quantidades de dados são jogados na boca de um computador na esperança de que o multivariado material expelido — triturado e filtrado — produzirá o equivalente científico-social do miligrama de rádio de Madame Curie. Trata-se, acima de tudo, de uma linguagem; uma linguagem que fez severas exigências de definição, forçando o pesquisador a clarificar, definir, seleccionar suas observações antes mesmo do início da análise. E, como veremos, através de uma análise de dinâmica de poliedros podemos ganhar tal discernimento e perspectiva em relação às abordagens multivariadas tradicionais que acabaremos perguntando a nós mesmos como chegamos a usá-las e ensiná-las antes de tudo. Observadas do ponto de vista de uma linguagem algébrica mais abrangente e de ordem mais alta, elas parecem versões extremamente constrangidas e limitadas, casos especiais de expressões mais gerais. Na verdade estas versões tradicionais e limitadas, restritas devido ao uso de uma linguagem matemática demasiadamente fraca e inadequada ⁽¹⁰⁾, destroem informação e rejeitam pequenos detalhes que não apenas formam o tecido estrutural mas trazem consigo o poder de inspirar o pesquisador criativo e mais imaginativo.

ALGUNS TERMOS E CONCEITOS BÁSICOS

Dinâmica de poliedros emprega uma terminologia matemática e certas notações que são geralmente pouco conhecidas. Estes termos e notações não são usados pretensiosamente, mas sim porque nas linguagens matemáticas precisamos de clareza e precisão: requeremos uma terminologia bem definida para que nossas ideias de estrutura sejam operacionais. Levando-se tudo em consideração, os termos são poucos, simples e directos; eles devem, no entanto, ser assimilados ao vocabulário diário e estrutura de pensamento da pessoa que pretende usá-los.

Beacon Press, 1971), particularmente «A General Perspective», p. 301-317, que consiste no seu discurso inaugural de aceitação da Cadeira de Filosofia em Frankfurt em 1965.

⁽¹⁰⁾ R. ATKIN, «Abstract Physics», *Il Nuovo Cimento*, vol. 38, 1965, p. 496-517.

Conjuntos

Uma análise de poliedros baseia-se, sem excepção, em conjuntos bem definidos. Um *conjunto* é um conceito matemático fundamental, significando simplesmente uma colecção de objectos ou *elementos*. Quando definimos um conjunto, usamos regras que nos permitem determinar se um certo elemento pertence ou não a esse conjunto. Esta parece ser uma necessidade completamente óbvia, talvez até banal, mas numa situação real de pesquisa a definição de um determinado conjunto pode ser extremamente difícil. Por exemplo, se definíssemos um conjunto cujos elementos são os países do mundo, teríamos provavelmente pouca dificuldade em decidir que Portugal, Canadá, Gana, etc. são elementos do conjunto. Mas o que faríamos com relação a Taiwan e à Escócia? Há apenas alguns meses a Liga Árabe formava um conjunto bem definido mas hoje em dia quem gostaria ou se atreveria a ditar as regras que permitissem a um observador decidir se um determinado país pertence ou não ao conjunto? Mesmo dentro dos limites de um único país pensamos ser fácil definir, por exemplo, uma cidade, sobretudo porque cidades são geralmente delimitadas de modo muito preciso por fronteiras políticas e administrativas. Entretanto, todo geógrafo e planeador sabe que tais definições políticas pouco têm a ver com as realidades do lugar. Na verdade, uma linha de divisão política muitas vezes contribui para separar e isolar uma cidade do sistema maior e mais complexo que a contém, restringindo o alcance das decisões de planeamento e dificultando a solução de problemas urbanos e regionais. Uma cidade como New York é de impossível definição em alguma forma aceitável e porções individuais da região metropolitana estão sujeitas ao controle de 1400 governos diferentes. Definição é claramente um dos problemas de New York. Muitas das nossas dificuldades de análise surgem porque não definimos bem nossos conjuntos, o que geralmente significa, em termos menos polidos, que não sabemos o que estamos dizendo. E se não sabemos o que estamos a dizer, vale a pena continuarmos a falar?

Simbolizaremos um conjunto através de uma letra maiúscula, digamos C, e seus elementos através de letras minúsculas. Assim:

$$c \in C$$

significa que o elemento c pertence ao conjunto C. Podemos definir um conjunto ao listar todos os seus elementos; por exemplo, o conjunto de quatro elementos:

$$P = [\text{Jorge, Pedro, Ricardo, Filipa}]$$

ou podemos, talvez, escrever uma regra clara e directa, como a do seguinte conjunto de 36 elementos:

$$d_i \in D \quad i = 1, 2 \dots 36$$

Alguns conjuntos são infinitos; por exemplo, o conjunto de inteiros positivos \mathbb{Z}^+ . Vivemos, entretanto, num mundo finito e é natural que em dinâmica de poliedros todos os nossos conjuntos sejam finitos.

Conjuntos Hierárquicos e Coberturas

Ao abordarmos um determinado problema através da metodologia de dinâmica de poliedros, notamos frequentemente um facto extraordinário. Ao tentar definir os conjuntos que parecem pertinentes ao problema, notamos que os objectos da nossa pesquisa e as palavras que usamos para identificá-los assumem ambos um arranjo *hierárquico*. Em outras palavras, alguns dos termos que usamos parecem estar num nível mais abrangente e mais alto do que os termos mais abaixo. Por exemplo, consideremos os termos que poderiam ser usados para descrever o panorama visual (figura 1) ⁽¹¹⁾. Um certo panorama pode combinar ao mesmo tempo uma paisagem marinha (imagine a beleza agreste do antigo santuário da Geografia em Sagres); dizemos então que o conjunto [Panorama Visual] é uma *cobertura* no nível $N + 4$ para as palavras [Paisagem Terrestre] e [Paisagem Marinha] no nível $N + 3$.

⁽¹¹⁾ Obtida de P. GOULD, *How Shall We Classify Television Programs?* (University Park: International Television Flows Project, 1978).

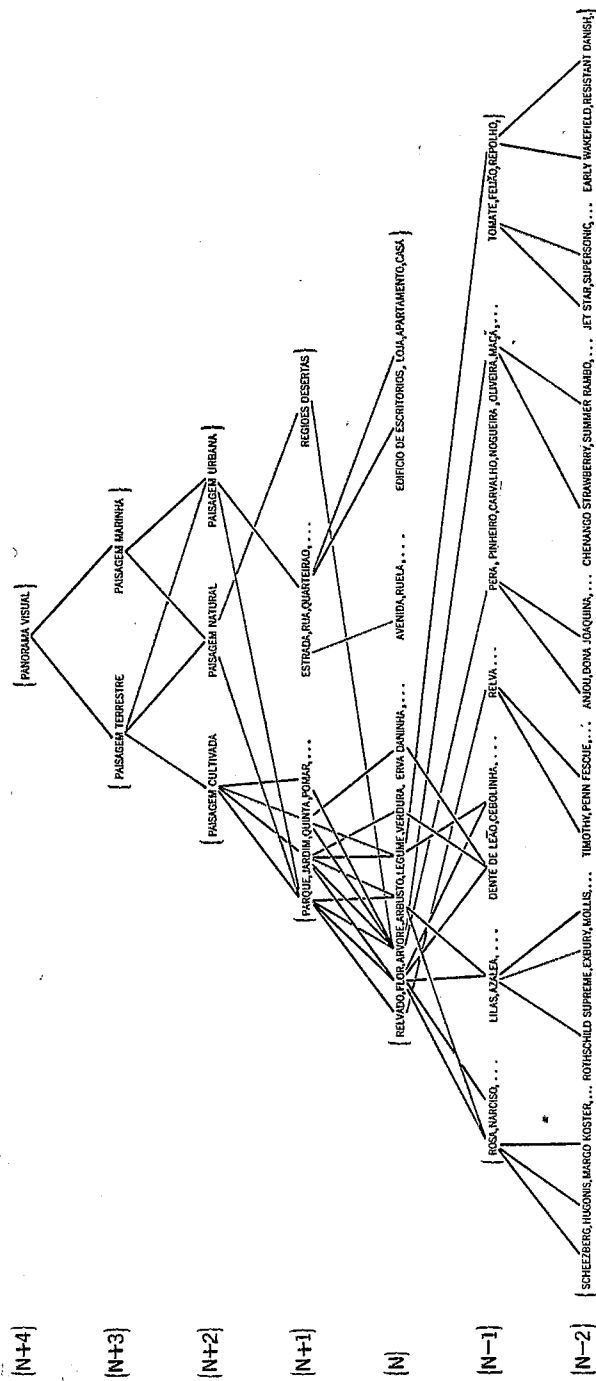


Fig. 1 — O caldo da linguagem do dia-a-dia.

A estrutura hierárquica de conjuntos de cobertura (*cover sets*) extraída do «caldo» da linguagem do dia-a-dia para efeito de descrição do panorama visual (*visual scene*). Note-se que nem todos os elementos dos conjuntos e nem todas as relações hierárquicas (linhas) aparecem aqui — medida tomada simplesmente para evitar um diagrama demasiado confuso.

Do mesmo modo, [Jardim] no nível $N + 1$ é um conjunto de cobertura para [Relvado, Flor, Árvore, e Arbusto] no nível N . Estas palavras, por sua vez, são coberturas para elementos no nível $N - 1$ da hierarquia, e assim por diante.

Note-se agora algo extremamente importante: a hierarquia de palavras assemelha-se, em parte, ao tipo de «diagrama-árvore» que vemos em esquemas organizacionais de todos os tipos. O sargento se apresenta ao tenente, o qual se apresenta ao capitão, o qual... se apresenta ao general. O funcionário se apresenta ao subgerente, o qual se apresenta ao gerente, o qual se apresenta ao proprietário, o qual se apresenta ao Centro Nacional do Imposto Complementar (?), e assim por diante. Mas no nosso esquema hierárquico de palavras, um elemento num determinado nível, digamos $N - 1$, não precisa pertencer *exclusivamente* a uma única palavra ou conjunto no nível imediatamente mais alto, digamos N . Um dente-de-leão, por exemplo, pertence (de certo modo, refere-se) às palavras [ervas daninhas], [flores] e [verduras] ao mesmo tempo. Temos aqui uma ideia muito importante: a ideia de um *conjunto de cobertura*, em que as palavras de um nível funcionam como cobertura para as palavras de níveis mais baixos da hierarquia. Neste esquema, o conhecido «diagrama-árvore» (que vemos tantas vezes em classificações convencionais) é uma forma muito especial e altamente restrita de um conjunto de cobertura — a saber, uma *partição*. Todas as partições são coberturas mas nem todas as coberturas são partições.

Quando encontramos a ideia de um conjunto de cobertura pela primeira vez ela não parece ser de grande interesse. Entretanto, esta ideia aparentemente simples é de enorme importância pela maneira como liberta nosso pensamento, permitindo-nos descrever estruturas «deixando os dados falarem por si mesmos», ao invés de os tratar de modo forçado, usando a estrutura tradicional mais altamente arbitrária da partição. Uma das tarefas mais difíceis em qualquer programa de pesquisa é a de escolher palavras bem definidas para os elementos dos nossos conjuntos, passando-se então a classificá-los nos níveis hierárquicos apropriados dos conjuntos de cobertura. Se não fizermos isso, se confundirmos todos os níveis como muitos fazem inconscientemente em muita pesquisa

na área de ciências sociais, teremos à nossa frente graves problemas lógicos ⁽¹²⁾. Fortuitamente, os rótulos com os quais designamos os vários níveis, N, N + 1, N + 2 e assim por diante, são arbitrários: podemos começar a designação a partir do ponto que desejarmos.

É difícil apreciar as dimensões do desafio intelectual que representa a definição e classificação de conjuntos numa situação real de pesquisa. Até que tenhamos passado nós mesmos pelo processo, provavelmente concordaremos displicentemente com tudo que foi dito sem que tenhamos ideia alguma das dificuldades reais. Mas vejamos um exemplo proveniente de um programa de pesquisa destinado a registrar e analisar o fluxo internacional de programas de televisão ⁽¹³⁾. Descrever o conteúdo de um programa de televisão e a maneira como certos assuntos são tratados parece inicialmente uma tarefa muito fácil. Quando nos damos conta que nenhum esquema satisfatório de classificação foi ainda inventado, que nos últimos 25 anos comitê após comitê da UNESCO tem chamado atenção para a importância de um esquema classificativo internacional (sem que nenhum tenha sido realmente proposto), que mesmo emissoras de televisão importantes como a BBC e a Rádio Sueca não têm realizado progresso algum, só aí compreendemos como a tarefa pode ser difícil. O problema é escolher *palavras* que descrevam o conteúdo e tratamento de programas de televisão num nível útil e satisfatório.

É evidente que até um único programa de televisão poderia ser sujeito ao tipo de análise exaustiva e detalhada da escola estruturalista francesa, talvez algo como um estudo psico-analítico do mesmo. Mas classificar o programa neste nível N - 6 (?) de detalhe seria um processo enormemente vagaroso e totalmente inútil ao planeador de emissões televisivas e mesmo ao cidadão comum. Ao mesmo tempo, classificar o conteúdo de um programa simplesmente como *assuntos humanos* e o tratamento como *recreativo* diz muito pouco.

⁽¹²⁾ B. RUSSELL, *History of Western Philosophy* (London, Allen and Unwin, 1946).

⁽¹³⁾ P. GOULD e J. JOHNSON, *An Experiment in the Classification of Television Programs* (University Park, International Television Glows Project, 1978).

Precisamos de conjuntos de palavras em hierarquias bem definidas de conjuntos de cobertura para poder descrever esses produtos difíceis, ambíguos e carregados de valores da moderna cultura humana. Mesmo após seis meses de tentativas em Cambridge, meu colega matemático JEFFREY JOHNSON e eu levamos mais de três semanas de trabalho conjunto, paciente e detalhado para poder ordenar os conjuntos em níveis hierárquicos razoavelmente satisfatórios. As nossas discussões sobre os méritos e definições de várias palavras levaram-nos a combates sangrentos, e a ajuda mais valiosa que recebemos foi a do Oxford English Dictionary — não tínhamos um único símbolo matemático à vista!

Relações

Chegamos agora a uma das ideias mais importantes da dinâmica de poliedros, uma ideia que marca um novo começo em termos de análise matemática aplicada às ciências humanas. Reconhecemos imediatamente que para descrever e explicar objectos temos de relacioná-los. Podemos fazer isto verbalmente, através de palavras; graficamente, ao desenhar uma linha num gráfico; ou algebricamente, ao calcular o valor de uma *função*. Mas tanto usando palavras, gráficos como equações, o nosso raciocínio é quase que invariavelmente o que decidi chamar de *pensamento funcional*, ou pensamento em termos de funções. Avaliaremos frequentemente:

$$Y = f(X)$$

e, assumindo que seja linear, usamos técnicas de regressão para calcular:

$$Y = a + bX$$

Algo Y (digamos, nível de produção de azeitonas) está certamente relacionado a algo mais X (digamos, pluviosidade), mas este tipo de expressão e o raciocínio no qual ela se baseia é possivelmente a forma mais forçada de pensamento que podemos usar. É como se estivéssemos vendo o mundo através de um pequeno canudo de papel quando um grande telescópio se acha à nossa disposição.

Uma função é uma forma de *transformação* altamente forçada, uma operação matemática que relaciona os elementos de um conjunto com elementos de outro. Uma função (algo com a qual a maioria de nós está familiarizada) é na realidade uma transformação, uma relação (figura 2). Assim, se começarmos com uma relação como uma expressão mais geral, não perderemos nada. Se uma função realmente existe, sempre a consideraremos uma forma altamente restrita e especial de uma relação. Mas o oposto não é verdadeiro; muitas vezes, ao abordarmos um conjunto de dados empíricos pelo ponto

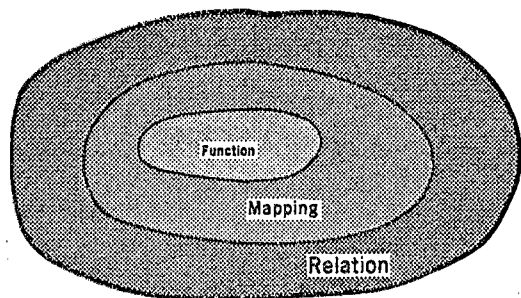


Fig. 2.

de vista «funcional» exigido por convenção e tradição, forçamos o mundo a um molde altamente constrito, e destruímos no processo importantes padrões e estruturas e, por conseguinte, discernimento.

O que, então, é uma relação? Um número infinito de relações pode ser definido, mas nos limitaremos às chamadas relações *binárias*. A restrição é pouco prejudicial a esta altura, devido à natureza e importância fundamental das relações binárias nas linguagens matemáticas ⁽¹⁴⁾. Primeiramente, alguns termos básicos. Suponha-se que temos um conjunto de elementos bem definidos, digamos X, e consideramos todos os pares da forma $\langle x_i, x_j \rangle$. Esses pares são *ordenados*, o que significa que distinguimos entre $\langle x_i, x_j \rangle$ e $\langle x_j, x_i \rangle$. Se representarmos o conjunto de pares ordenados como algo chamado o produto Cartesiano $X \otimes X$, então uma relação

⁽¹⁴⁾ P. HAMMER, *Advances in Mathematical System Theory* (University Park, The Pennsylvania State University Press, 1969).

binária, digamos λ , pode ser considerada como um subconjunto de todos os pares ordenados, e escrevemos $\lambda \subseteq X \otimes X$. A relação binária é, assim, um par $\langle \lambda, X \rangle$, onde λ é o conjunto de pares definindo a relação no conjunto X. Por exemplo, um geógrafo ou planejador pode estar interessado num conjunto de países C, e na relação definida entre eles em termos de comércio excedendo um certo valor anual, digamos $\tau \subseteq C \otimes C$ se o comércio anual $\tau_{ij} \geq \theta$.

Entretanto, estamos geralmente interessados em relações entre diferentes conjuntos, digamos X e Y, e definimos tal relação como $\lambda \subseteq X \otimes Y$. Podemos tornar tudo isto um pouco menos abstracto e mais intuitivo ao pensar em cada relação λ como uma matriz de incidência Λ na qual:

$$\Lambda = \lambda_{ij} \quad \text{onde } \lambda_{ij} = 1 \text{ se } \langle x_i, y_j \rangle \in \lambda \\ = 0 \text{ caso contrário}$$

Por exemplo:

λ	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
x_1	0	0	1	1	1	1
x_2	0	1	1	1	1	0
x_3	0	1	1	1	1	0
x_4	0	0	0	0	0	0
x_5	1	1	0	1	0	0

Note-se o seguinte: $\lambda \subseteq X \otimes Y$ não contém um par ordenado como x_4 , pois x_4 não é relacionada (através de λ) a nenhum elemento do conjunto Y. Por exemplo, se λ contivesse $\langle x_4, y_2 \rangle$ (podemos colocar mentalmente um 1 na matriz de incidência Λ), teríamos uma transformação, nesse caso uma transformação de muitos-para-muitos (figura 3).

Se cada elemento de X fosse relacionado (através de λ) a um elemento especial de Y, então teríamos uma *função*, digamos f. Temos três possibilidades (figura 4):

(1) se todos os elementos de Y são usados, temos uma transformação *sobrejectiva*, mas o inverso f^{-1} não existe porque y_1 não é univocamente definido; (2) se nem todos os elementos de Y são usados, temos uma transformação

injectiva, mas f^{-1} não existe porque y_1 e y_3 não são definidos; e (3) há uma correspondência de um-a-um ou transformação *bijectiva* e f^{-1} existe. Entendemos, assim, a razão pela qual os criptógrafos estão interessados em transformações bijectivas cujos inversos são de difícil definição ⁽¹⁵⁾.

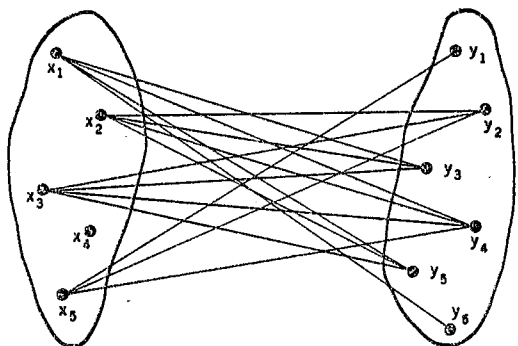


Fig. 3.

Está claro, agora, porque uma função é uma transformação e uma relação, mas não o contrário? Não é estranho que geralmente focalizemos a nossa atenção no tipo de relação mais restrita, a transformação bijectiva, e em seguida a

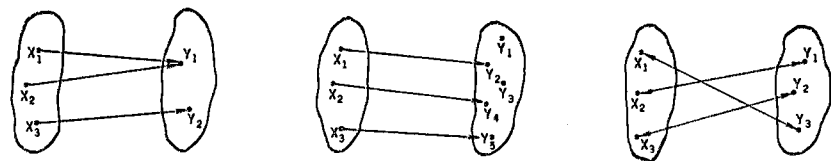


Fig. 4.

limitemos mais ainda ao dizermos que f e f^{-1} são lineares? Talvez os cientistas humanos façam isso devido à sua grande insegurança intelectual. Eles olham de modo enviesado para os cientistas físicos e simplesmente pedem emprestadas linguagens matemáticas limitadas, como a Álgebra Linear, o Cálculo e a Estatística, ao invés de desenvolverem as suas

próprias álgebras para lidar com a incrível complexidade dos assuntos humanos.

Mais uma vez, note-se que se começarmos a partir da definição mais ampla de relação, acharemos funções em nossos dados apenas *se elas ali existirem* — porque todas as funções são relações. Mas se começarmos do ponto de vista funcional, jamais descobriremos relações — porque nem todas as relações são funções. Quando forçamos nossos dados ao formato de uma função, como acontece em análises de regressão e virtualmente em todas as técnicas multivariadas de mínimos quadrados, na verdade estamos perdendo informação contida nos nossos conjuntos de dados e destruindo todas as chances de as recuperar de novo. Nas ciências físicas, técnicas de mínimos quadrados estão intimamente relacionadas com uma Teoria de Erros bem desenvolvida e formulada de modo preciso. Por exemplo, se fizermos uma série de observações através de um teodolito ou de um telescópio, todas as pequenas rodas de transmissão e mancais exercerão uma certa influência sobre os resultados encontrados, e esses pequenos defeitos mecânicos produzirão factores de erro em nossas observações. Técnicas de mínimos quadrados podem ser apropriadas para minimizar tais factores de erro através dos métodos normais do Cálculo, mas esse tipo de pensamento funcional raramente encontra justificação nas ciências sociais, que pediram emprestada a técnica mas esqueceram a teoria.

Chegamos, enfim, à questão: o que é uma relação? Uma relação é uma regra que associa os elementos de um conjunto a um outro conjunto. Temos de definir uma determinada relação entre os elementos de conjuntos, e esta relação define por sua vez uma determinada *estrutura*. O modo como uma determinada relação é definida é uma questão importante que tem pouco a ver com Matemática. Aqui, como em toda parte, é a definição e a descoberta de relações ricas e interpretáveis que constitui a tarefa criadora, imaginativa e elucidativa da pesquisa.

Nesta breve introdução à dinâmica de poliedros conseguimos apenas obter uma compreensão intuitiva da linguagem — algébrica e topológica — de estrutura. Nossa intenção aqui não é a de explorar todo o rico desenvolvimento matemático do assunto, mas simplesmente tentar conseguir uma

⁽¹⁵⁾ W. DIFFIE and M. HELLMAN, «New Directions in Cryptography», *IEEE Transactions on Information Theory*, November, 1976.

compreensão básica dos termos e conceitos através de um simples exemplo. Suponha-se que temos um conjunto bem definido de pessoas, digamos os membros de um Departamento, ou os membros de um seminário, ou um dos muitos milhares de grupos de pessoas que possam vir à nossa mente. Chamemos nosso conjunto de pessoas P, com os elementos [A, B ... G]. Suponhamos, após intensa interrogação e pesquisa, que podíamos também definir um conjunto I de interesses profissionais [1, 2 ... 16], e assumamos que estes estão todos ao mesmo nível hierárquico. Simplesmente, isto significa que não teríamos Geografia e Teoria dos Lugares Centrais no mesmo conjunto, pois Geografia é uma cobertura para Teoria dos Lugares Centrais a um nível mais baixo na hierarquia.

Podemos representar nossos dois conjuntos, P e I, como as linhas e colunas de uma matriz de incidência Λ e ver como cada elemento ou pessoa de P é relacionado (através de λ) aos elementos de interesses intelectuais no conjunto I.

Interesses intelectuais

	λ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Pessoas	A	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
	B	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
	C	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
	D	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
	E	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
	F	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	G	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

É fácil ver através da matriz como a relação λ é um subconjunto dos pares ordenados $\langle p_i; i_j \rangle$ no produto cartesiano, ou $\lambda \subset P \otimes I$. Agora cada pessoa é definida segundo os fins da pesquisa, isto é, a análise intelectual de um grupo de pessoas, como um subconjunto de *vértices* (pontos) no conjunto de interesses. Assim podemos representar cada pessoa como uma figura geométrica chamada *simplexo* (figura 5).

Por exemplo, A é definido como o tridimensional, ou 3-simplexo $\sigma_A^3 = \langle 1, 6, 9, 16 \rangle$ e aparece como um tetraedro; F é o 1-simplexo $\sigma_F^1 = \langle 2, 6 \rangle$; E é o 4-simplexo $\sigma_E^4 = \langle 3, 5, 8, 11, 13 \rangle$ ocupando um espaço de quatro dimensões — que

aparece aqui representado pela figura de linhas tracejadas à quarta dimensão, desde que esta não pode ser visualizada directamente. Quando chegamos a esse ponto, podemos ver como linguagens gráficas começam a desintegrar-se, e porque precisamos recorrer às linguagens algébricas, as únicas apropriadas à expressão dessas ideias multivariadas.

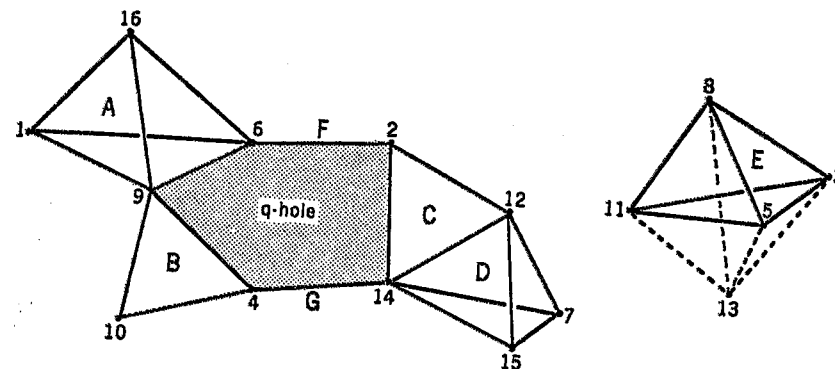


Fig. 5.

O conjunto reunindo todos os simplexos forma um *complexo simplicial* $K_p(I; \lambda)$, ou um complexo composto pelos simplexos individuais. Note-se que podemos também facilmente considerar o *complexo conjugado* $K_i(P; \lambda^{-1})$, no qual poderíamos representar os interesses intelectuais como simplexos definidos no conjunto de pessoas, os elementos P_i ; $i \in P$, os quais agora se tornam vértices do nosso poliedro.

Embora λ defina a nossa relação entre os conjuntos P e I, não estamos limitados a essas matrizes binárias. Λ poderia ser a matriz mais familiar de dados, usando números reais ou inteiros para representar medidas reais ou ordinais de intensidade de interesse ou competência profissional das pessoas em questão. Podemos, entretanto, escolher um parâmetro cortante θ , e definir nossa relação binária se um determinado elemento na nossa matriz exceder esse valor. Isto significa que todos os elementos na nossa matriz maiores ou iguais ao valor do nosso parâmetro cortante são convertidos a 1, enquanto todos os outros são mantidos a 0.

Note-se que temos agora uma *definição operacional* de estrutura. Naturalmente, a estrutura de nossa disciplina e

a estrutura de interesses intelectuais, mudarão de acordo com o conjunto de parâmetros cortantes escolhidos. Intuitivamente, isto é o que aconteceria: se incluirmos os interesses mais casuais das pessoas em questão (isto é, um baixo parâmetro cortante), deveremos esperar uma estrutura com maior grau de relacionamento. Se escolhermos um parâmetro cortante muito alto, incluindo apenas interesses intensos ou altamente profissionais na definição de nossa relação, deveremos esperar uma estrutura menos relacionada e mais fragmentada.

Podemos complementar este exemplo à nossa vontade. Talvez as pessoas formem uma disciplina intelectual, e se imaginarmos uma tal área de investigação humana avançando através do tempo, podemos acompanhar seu processo de modificação. Talvez σ_E^4 é definido por interesses «à frente do seu tempo»; entretanto, ao avançar através do tempo, o complexo $K_p(I, \lambda)$ tem a possibilidade de (1) tomar novos simplexes que partilhem do subconjunto do conjunto de vértices $\langle 3, 5, 8, 11, 13 \rangle$, (2) desenvolver novos vértices no conjunto de interesses que podem vir a formar tecido conectivo intelectual entre os elementos de P , (3) formar novas conexões representando interesses crescentes através dos simplexes, ou (4) perder vértices através do falecimento ou reforma de um membro da disciplina. Constatamos que se σ_E^4 se aposentar enquanto «desconexado», os discernimentos intelectuais que definem serão perdidos — até que eles sejam novamente «redescobertos» num futuro distante por simplexes actualmente ainda por nascer. A história da ciência está cheia de tais exemplos. Note-se também que um conjunto de interesses definindo um determinado indivíduo pode ser desligado num certo momento e vir mais tarde a ser implantado novamente no processo, como quando ideias julgadas excêntricas no passado são finalmente aceites e incorporadas na estrutura da disciplina.

Ou talvez o conjunto de pessoas seja constituído pelos estudantes de um seminário. No começo do seminário, as dimensionalidades dos estudantes serão talvez relativamente baixas, formando uma estrutura bem simples. Como é óbvio, apenas ideias muito simples e de baixa dimensão podem surgir em tal geometria, e as ideias que os estudantes poderão transmitir e discutir entre si não serão muito profundas.

Entretanto, se o seminário for bom e se os estudantes trabalharem com afinco, eles aumentarão as suas dimensões ao incorporarem novos vértices nas suas estruturas. Isto fará com que eles se tornem mais altamente ligados aos seus colegas. A geometria (estritamente, a *topologia*) do espaço mudará, permitindo que ideias mais profundas e complexas existam e sejam transmitidas.

É por esta razão que fazemos uma distinção muito cuidadosa, em dinâmica de poliedros, entre a estrutura da geometria e os objectos que podem existir sobre a mesma. A estrutura geométrica real é chamada de *pano de fundo*, um termo tomado do mundo do teatro para designar o cenário da acção que acontece no palco. Os objectos que existem ou se movimentam no pano de fundo são chamados de *tráfego*; a estrutura geométrica subjacente, ou pano de fundo, deve ser suficientemente forte para suportar tráfego. Como vimos no exemplo com nossos estudantes, ideias de dimensões muito elevadas requerem uma estrutura de grande dimensão e densamente conexada, para que ideias possam existir e ser transmitidas de um estudante-simplexo a outro. É fácil ver que se dois estudantes não são directamente ligados, eles podem, não obstante, ser conexados indirectamente através de um poliedro-terceira pessoa. Um tal intermediário possivelmente comunicará algo a respeito de uma determinada ideia entre os seus colegas, embora a sua versão seja provavelmente bastante superficial (de baixa dimensão). Apesar dos muitos livros de «relatividade para o leigo» que existem no mercado, muitos dos quais são tentativas sinceras de transmissão ao homem da rua da importante visão de mundo de EINSTEIN, as ideias de relatividade são demasiado complexas (de alta dimensão) para que uma apreciação e compreensão possa ser efectivada em profundidade. Tais ideias requerem uma apreciação do Cálculo Tensorial e da Física avançada, vértices que muitas pessoas não possuem.

Esta simples ilustração também mostra como um pano de fundo pode algumas vezes produzir considerável obstrução do tráfego. Deveríamos, então, imaginar nosso mundo multi-dimensional como uma geometria que permite que certas coisas aconteçam mas proíbe outras de acontecerem. Note-se que os poliedros-pessoas e os simplexes intelectuais no conjugado

(figura 6) são conexados de tal maneira que buracos bem visíveis aparecem no pano de fundo. Chamados de *q-buracos*, eles parecem ser paradoxalmente semelhantes aos objectos sólidos do nosso espaço comum do dia-a-dia. Provavelmente jamais pensamos de uma árvore como um buraco no nosso espaço doméstico, mas é bem óbvio que não podemos passar através dela — a menos que estejamos num tanque, o qual passa a ser um tanque destruidor de *q-buracos*! Do mesmo modo que o espaço doméstico em que pensamos existir tem buracos, também há buracos no pano de fundo geométrico e multidimensional no qual realmente vivemos nossas vidas.

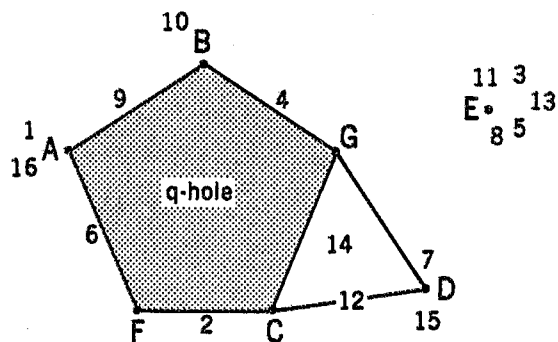


Fig. 6.

É aqui que atingimos uma idéia muito profunda. Podemos ter duas visões de mudança no mundo, dependendo do nosso ponto de vista. Poderíamos chamar a primeira de Newtoniana, pois ela supõe que a geometria ou pano de fundo é estável, mas que o tráfego pode alterar e mudar porque está sujeito a certas forças. Mais uma vez, eis um exemplo da nossa pesquisa sobre televisão.

Podemos definir a relação entre um conjunto de programas de televisão e um conjunto de palavras descritivas a um nível hierárquico bem definido. Pela primeira vez, temos aqui uma definição operacional do que poderíamos querer dizer pela frase «a estrutura da programação de televisão». Tal estrutura forma um pano de fundo, enquanto o tráfego poderia ser o número de pessoas existindo (quer dizer, assistindo a um programa) num determinado programa-simplexo, definido por um conjunto de vértices de assunto. Um matemático diria que

podemos definir uma transformação que coloca uma porção do pano de fundo sobre os números reais. Entretanto, se houver algo muito atraente acontecendo simultaneamente com o programa de televisão, o número de pessoas «existindo» como tráfego será pequeno. Ou, ao contrário, se for um sábado chuvoso, o tráfego de crianças num certo programa será provavelmente maior do que o normal. Deste modo, mudanças em tráfego são o resultado de certas forças, chamadas *t-forças*, que produzem mudança de uma forma Newtoniana.

Mas temos também uma outra visão de mudança. Esta é a que poderíamos chamar de Einsteiniana, pois gravidade não é considerada como força (que ninguém jamais viu ou jamais definiu, excepto de maneira inteiramente tautológica) na teoria de realidade de EINSTEIN; é a estrutura geométrica do universo que permite que certas coisas aconteçam e proíbe outras. Nas ciências físicas, o pano de fundo parece ser não só simples como também imutável (pelo que sabemos); nas ciências humanas, entretanto, caracterizadas por espaços multidimensionais do tipo que estamos discutindo, é evidente que um pano de fundo não pode ser estável. As relações que definem uma certa sociedade, e portanto a estrutura de uma sociedade, podem parecer estáveis por muitos anos, mas todos sabemos que tais relações podem sofrer mudanças súbitas, acentuadas e catastróficas. Tais descontinuidades são de grande interesse hoje em dia, e vemos o aparecimento da Teoria de Catástrofes como uma parte importante deste ponto de vista ⁽¹⁰⁾. Em termos de dinâmica de poliedros, isto significa que uma relação definindo uma determinada estrutura muda, e a mudança no actual pano de fundo geométrico permite ou restringe mudanças no tráfego. Por exemplo, uma decisão proibindo cenas de violência na televisão mudaria claramente a estrutura da programação de televisão, e presumivelmente estas mudanças no pano de fundo forçariam mudanças no tráfego.

⁽¹⁰⁾ ZEEMAN, *Catastrophe Theory: Selected Papers 1972-1977* (Reading, Mass., Addison-Wesley Publishing Co., 1977).

Embora a dinâmica de poliedros seja bem recente, ela tem encontrado aplicação em diversas áreas em que penetração e discernimento não eram possíveis através de abordagens mais convencionais. Não podemos aqui examinar muitos exemplos em grande detalhe, mas talvez uma visão geral dando uma ideia da sua variedade seja apropriada neste momento. Em primeiro lugar, deve ser dito, aberta e honestamente, que esses pontos de vista metodológicos são algumas vezes impopulares junto de pessoas que fizeram consideráveis investimentos profissionais, intelectuais e mesmo emocionais em técnicas convencionais — multivariadas e estatísticas. A razão é que, simplesmente, essas álgebras de alta ordem fornecem uma perspectiva dessas abordagens tradicionais que demonstra, com clareza incômoda, as limitações extremas das metodologias mais antigas e convencionais.

Considere-se o conhecido problema de regressão linear em que alguém tenta ajustar uma linha recta a dois conjuntos de dados, X e Y , digamos pluviosidade e produção de azeitonas. Note-se que quando tentamos medir essas quantidades, não temos, na verdade, os números reais R à nossa disposição: por exemplo, não podemos anotar esses números reais como $\sqrt{2}$, na realidade, portanto, estamos sempre empregando o conjunto dos números inteiros Z . Isto não faz nenhuma diferença prática, principalmente porque os computadores e as nossas próprias habilidades de percepção podem apenas operar no nível de números inteiros, mas é sempre conveniente estarmos cientes do que fazemos.

A lista de N observações de X e Y que traçamos num gráfico, e com a qual começamos os nossos cálculos, é nada mais nada menos do que uma lista de *pares ordenados*. A nossa matriz de dados $N \times 2$ poderia, pois, ser representada por Λ , ou graficamente como se faz na figura 7.

Se as nossas observações foram feitas com cuidado, esses conjuntos podem conter uma grande quantidade de informação. Podemos contar a história da maneira que quisermos, mas se X é pluviosidade é óbvio que uma determinada quantidade de precipitação não produzirá sempre os mesmos níveis de produção de azeitonas, Y . Note-se que o diagrama de dispersão

é nada menos que um exemplo da transformação de muitos-para-muitos que vimos antes (página 20). Cada x_i pode ser considerado como um simplexo em $K_X(Y; \lambda)$, e podemos

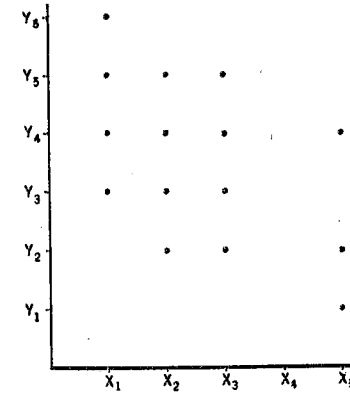


Fig. 7.

também considerar o complexo conjugado $K_Y(X; \lambda^{-1})$. Numa linguagem gráfica (figura 8), a estrutura dessa relação é a seguinte:

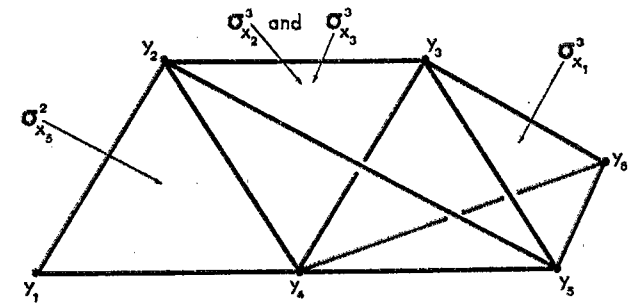


Fig. 8.

Mas o que fazemos com esta estrutura multidimensional que descreve a relação verdadeira e cuidadosamente observada entre os dois conjuntos bem definidos? Invocamos uma Teoria dos Erros das ciências físicas, e ajustamos uma linha, uma função linear, que supostamente representa a relação verdadeiramente descrita pela geometria multidimensional. Isto significa que cada x_i é relacionado a apenas um valor

(«predito») de y_j . Graficamente, isto significa que substituímos nossa geometria altamente seleccionada por uma série de quatro simplexos zero-dimensionais e completamente desconexados (figura 9), que tomam o seguinte aspecto:



Fig. 9.

Está claro, agora, como estas técnicas estatísticas convencionais mudam a dimensionalidade e destroem a informação contida no nosso conjunto de dados?

Mas a situação pode ser ainda pior. Em muita análise multivariada, a estrutura rica de relações entre grande número de variáveis (variáveis muitas vezes mal e redundantemente definidas, e em geral uma infeliz mistura de níveis hierárquicos), é representada por uma matriz de coeficientes de correlação. Coeficientes de correlação são, na verdade, os cossenos dos ângulos entre as transformações lineares — destruidoras de geometria — chamadas linhas de regressão $Y = f(X)$ e $X = g(Y)$. Por incrível que seja, análise factorial começa aqui, operando sobre uma matriz de coeficientes de correlação lineares que tiveram a maior parte da informação contida nos conjuntos de dados originais filtradas e perdidas através de transformações lineares. Não surpreende que muitas das análises sejam simplistas. Como um geógrafo notou, após centenas de ecologias factoriais urbanas nos Estados Unidos: os geógrafos finalmente descobriram a estrutura (filtrada) do Censo dos EUA (17)!

Infelizmente, esta triste história não acaba aqui. Análise factorial, ou alguma variante da mesma, é a base de praticamente todas as formas de taxonomia numérica ou classificação. Nesses algoritmos de computador, um «espaço taxonómico» é criado, os objectos a classificar são localizados através de coordenadas, semelhanças são medidas (frequentemente através de operações algébricas ilegais e indefinidas),

(17) B. MARCHAND, «A Dialectical Approach in Geography», *Geographical Analysis*, vol. 10, nº 2, 1978, p. 105-119.

assim como as distâncias entre eles. A partir daí uma operação de agrupamento é efectuada passo a passo, colocando alguns objectos numa caixa, outros noutra, e assim por diante até que tudo pareça bem arrumado e em ordem. Em suma, classificação é ainda hoje definida na maneira arcaica de uma *partição* Lineiana. Mas esses algoritmos de computador são na verdade máquinas particionais deterministas, *forçando* uma estrutura particional sobre um conjunto de dados altamente conexados cujos elementos foram de tal modo massageados e filtrados que o resultado não tem nada a ver com Ciência — pelo menos não com uma Ciência concebida do modo honesto do século 17, como definição rigorosa, observação cuidadosa, e a estruturação indutiva de factos em padrões coerentes, interpretáveis, e esteticamente satisfatórios.

Eis aqui dois exemplos provenientes de campos inteiramente diferentes. Em Geologia, foraminíferas são frequentemente observadas em sedimentos oceânicos. Em certas áreas — o Golfo do México, por exemplo — elas parecem indicar tais factos como a profundidade e as condições de temperatura da água. Os geologistas pensam em termos de «agrupamentos», significando com isso que certos tipos de foraminíferas aparecem regularmente e exclusivamente juntos — de certo modo, numa caixa ou partição reconhecivelmente distinta das outras. Num estudo do Golfo Pérsico, um geologista fez uso de técnicas tradicionais ou intuitivas para postular a existência de tais agrupamentos. Outro geologista, trabalhando mais recentemente, usou parte dos conjuntos de dados coligidos pelo primeiro para demonstrar a eficácia de um novo algoritmo de computador para «análise de agrupamento». Ambos acharam agrupamentos.

Mas a análise de dinâmica de poliedros indicou claramente que — não importa a técnica empregada, tradicional ou usando computador — os agrupamentos de foraminíferas eram um produto fictício da imaginação dos geologistas (18). Os investigadores tinham sido de tal modo treinados a pensar na maneira particional de LINEU, que na verdade vieram a destruir

(18) P. GOULD, «A Structural Language of Relations», em R. CRAIG e M. LABOVITZ (eds.), *Future Trends in Geomathematics* (London, Pion, 1979).

uma estrutura altamente conexada formada pela relação entre dois conjuntos: o conjunto de 137 amostras tiradas do fundo do Golfo Pérsico, e o conjunto de 20 foraminíferas (algumas das quais se achavam a níveis mais altos na hierarquia do que outras). Isto é o que fazem máquinas particionais deterministas: por definição, elas são criadas para forçar uma partição sobre um conjunto. Podemos dar uma série de números aleatórios a essas máquinas e elas produzirão diagramas-árvore taxonómicos gratuitamente.

O segundo exemplo é proveniente, mais uma vez, da pesquisa de televisão internacional. Como notei antes, nestes últimos 25 anos muitos comités da UNESCO têm tentado planejar um esquema internacional para registar e classificar programas de televisão, e esforços semelhantes têm sido feitos pela União Europeia de Radiodifusão e uma série de grupos nacionais, como a BBC e a Radiodifusão Sueca, etc. Todas essas iniciativas falharam porque: (1) usaram raciocínio particional tradicional na solução do problema, e (2) não fizeram distinção entre o pano de fundo (o assunto real dos programas de televisão) e o tráfego (ou as maneiras como vários assuntos poderiam ser tratados). Após muitas tentativas, o International Television Flows Project (ITFP) conseguiu registar esses artefactos vitalmente importantes da cultura humana ao analisar a relação entre um conjunto de programas e conjuntos de termos descritivos bem definidos nas hierarquias de pano de fundo e tráfego⁽¹⁹⁾. As numerosas análises conduzidas pelo ITFP baseadas em dados de muitos países claramente demonstram porque é tão difícil e infrutífero classificar programas de televisão de modo tradicional. A relação entre os conjuntos de programas e termos descritivos — estejam estes nas hierarquias de pano de fundo ou tráfego — forma uma estrutura bem conexada capaz de resistir ao raciocínio particional da classificação tradicional. Programas de televisão têm sido considerados «intratáveis», mas dados nunca são intratáveis; dados são dados. O que é intratável é o ponto de vista tradicional aplicado aos dados pelo cientista.

⁽¹⁹⁾ P. GOULD e J. JOHNSON, *The Structure of Television Programming: Some Experiments in the Application of Q-Analysis* (University Park, Pa., International Television Flows Project, 1978).

Felizmente, agora existe um esquema que permite a planeadores e administradores explorar a estrutura altamente conexada, formada pela programação de televisão, e fazer perguntas a um sistema interactivo homem-máquina provavelmente capaz de dar mais respostas do que o total de perguntas formuladas pelos inquisidores.

O mundo da classificação tradicional e pensamento particional está-se desfazendo por toda parte. Em muitas áreas da Zoologia e da Biologia, novas observações genéticas expõem os esquemas arbitrários do pensamento e taxonomia tradicionais e particionais. Em Virulogia, a controvérsia é particularmente aguda, pois parece ser cada vez mais inútil «classificar» virus colocando-os em pequenas caixas. Como um notável virologista observou:

«...a construção de hierarquias (partições) rígidas e artificiais serve apenas para consolar os que em sua juventude receberam treinamento particularmente limitado e medíocre».

Isto quer dizer que cientistas em muitos campos têm sido treinados a pensar em classificação em termos de colocação dos elementos de um conjunto em diferentes partições. Hoje, graças à dinâmica de poliedros, podemos ver que investigações mais penetrantes podem ser feitas através da exploração de estruturas definidas por relações entre os elementos de dois conjuntos.

Grande parte deste pensamento povém do trabalho original de ATKIN quando este fazia um extenso estudo de planeamento regional em East Anglia⁽²⁰⁾. Durante um estudo de condições de desemprego, ATKIN notou que o Ministério do Trabalho britânico tinha organizado um esquema de classificação de empregos através de particionamento do conjunto de empregos em caixas separadas. Seguindo a regra tradicional, os investigadores tinham separado todas as relações entre os vários empregos, cortando o tecido conectivo que permitia o exame do pano de fundo a fim de ajudar pessoas desem-

⁽²⁰⁾ R. ATKIN, *Methodology of Q-Analysis: A Study of East Anglia I* (Colchester, Research Report v, 1975).

pregadas (tráfego) a acharem empregos para os quais tivessem a competência necessária ou para os quais pudessem preparar-se através de curto período de treinamento. É justamente em situações humanas como esta que vemos como o pensamento particional torna-se totalmente ineficaz. Uma análise de dinâmica de poliedros certamente achará partições — se estas verdadeiramente existirem nos dados — mas uma análise estrutural não forçará um tratamento tão rígido e artificial do conjunto de dados apenas para satisfazer o treinamento medíocre do observador.

A linguagem de dinâmica de poliedros tem iluminado uma série de áreas difíceis, fornecendo uma descrição de estrutura mais adequada. Alguns dos resultados mais interessantes provêm do trabalho de ATKIN sobre o jogo de xadrez. Muita atenção analítica formal tem sido dada ao xadrez desde a invenção do computador digital e o crescimento de interesse em assuntos de inteligência artificial, mas, quase sem exceção, os programas que jogam xadrez são variações dos algoritmos de «sondagem-árvore». Isto é, eles operam da seguinte maneira: «se Preta fizer isto, então Branca pode fazer isto, ou isto, ou isto... mas se Branca fizer isto, então Preta pode fazer aquilo, ou aquilo, ou aquilo...» e assim por diante. Cada ramo na «árvore de decisão» leva a outros pontos de decisão, e é justamente a rápida explosão combinatória que faz com que o xadrez seja tão variado, difícil e fascinante.

Na realidade, acontece que os Grandes Mestres não pensam desta forma. Eles não analisam o jogo no nível *tático* de sondagem-árvore, o que poderíamos chamar de nível-N, mas encontram-se literalmente no nível *posicional* $N + 1$. É nesse nível $N + 1$ que seu raciocínio parece altamente estrutural! Quando eles pensam «alto», estão a olhar claramente para a estrutura conectiva entre os quadrados do tabuleiro e os agressivos habitantes desse mundo microgeográfico — as peças de xadrez. Definindo uma sucessão de relações entre o conjunto de quadrados e os conjuntos de peças de xadrez pretas e brancas, ATKIN e seu assistente de pesquisa — um dos dois Grandes Mestres da Inglaterra — conseguiram chegar a uma descrição estrutural de jogos clássicos que demonstrou, por

exemplo, porque a estrutura das brancas começa a desmoronar-se e a desfazer-se sob as marteladas do jogo das pretas ⁽²¹⁾.

Mas se dinâmica de poliedros pode aumentar a nossa compreensão no nível microgeográfico do espaço de um tabuleiro de xadrez, os mesmos princípios se aplicam a escalas mais altas. Numa série de estudos de planeamento urbano e regional na Inglaterra (East Anglia), relações estruturais entre conjuntos de lugares centrais e conjuntos de categoria de emprego industrial demonstraram — tomando-se por base um período de cinco anos — como as pessoas vivendo na região estavam sujeitas a consideráveis forças económicas e de emprego ⁽²²⁾. Mudanças em oportunidades de emprego mudaram o pano de fundo económico da região, e essas alterações foram sentidas como verdadeiras crises pelo povo daquela área. Além disso, os efeitos das mudanças atingiram mais severamente as mulheres do que os homens: t-forças de repulsão e atracção operaram num espaço multidimensional de pequena dimensão para mulheres, com o resultado de que estas sentiram-se literalmente «esmagadas» ao tentarem viver num mundo mais constrangido ⁽²³⁾.

Como parte dos estudos de planeamento regional, ATKIN e seu colega de pesquisa, J. JOHNSON, também trabalharam em equipa com planeadores urbanos na solução de problemas essencialmente estéticos. Por exemplo, a discussão das mudanças visuais que poderiam ocorrer numa rua como resultado da construção de novas casas demonstrou ser de difícil realização. Entretanto, através da definição de uma rua (um conjunto de cobertura) como um conjunto de edifícios, e a partir daí registando seus detalhes arquitectónicos como um

⁽²¹⁾ R. ATKIN, «Multi-Dimensional Structure in the Game of Chess», *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 4, 1972, p. 341-362; R. ATKIN e I. WITTEN, «A Multi-Dimensional Approach to Positional Chess», *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 7, 1975, p. 727-750; e R. ATKIN, W. HARBSTON e I. WITTEN, «Fred CHAMP, Positional Chess Analyst», *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 8, 1976, p. 517-529.

⁽²²⁾ R. ATKIN e J. JOHNSON, *A Study of East Anglia 2, 3, 4, 5, 6* (Colchester, Research Reports V, VI, VII, VIII e IX, 1975-77).

⁽²³⁾ R. ATKIN, «Dynamics of Patterns on a Hard Data Backcloth», capítulo 2 em R. MARTIN, N. THRIFT e R. BENNET (eds.) *Towards the Dynamic Analysis of Spatial Systems* (London, Pion, 1978), p. 19-36.

conjunto de elementos possuindo uma estrutura hierárquica, uma relação pode ser definida que permitiu a operacionalização da noção de estrutura visual. Potenciais mudanças num edifício puderam assim ser descritas em termos do seu efeito sobre a estrutura estética geral da rua. Estudos semelhantes numa antiga aldeia Tudor de Essex demonstraram como os vários elementos arquitectónicos formavam uma estrutura coerente, e como turistas e visitantes poderiam ser considerados como tráfego num pano de fundo visual tão idealmente conexado (24). O mesmo tipo de abordagem está sendo presentemente usado por JOHNSON para auxiliar o conselho da antiga cidade de Ely a avaliar uma série de alterações sugeridas para a praça da catedral local.

O uso de dinâmica de poliedros para descrever assuntos estéticos de difícil articulação e definição depende da nossa habilidade de pensar rigorosamente sobre os elementos dos conjuntos que parecem relacionados com o problema. O que queremos dizer, exactamente, quando falamos da estrutura de uma pintura, ou de um soneto, ou de uma peça teatral, ou de uma peça de música? Que elementos estão sendo relacionados para formar a estrutura de um quadro ou de um poema? Numa interessante série de análises do moderno pintor holandês PIET MONDRIAN, ATKIN demonstrou que as suas formas altamente abstractas atingem um alto grau de conectividade, e que o potencial espectador sente «tensões» como t-forças ao mudar seu ponto de vista e de concentração (25).

Num outro estudo, ATKIN analisou as relações existentes na peça *A Mid-Summer's Night's Dream* de SHAKESPEARE, assim como a estrutura de um dos mais belos sonetos do dramaturgo inglês:

Shall I compare thee to a summer's day?
Thou art more lovely and more temperate:
Rough winds do shake the darling buds of May,
And summer's lease hath all too short a date...

(24) R. ATKIN, *Urban Structure Research Project*, vol. 1 (Colchester, Research Reports I-IV, 1972-74).

(25) R. ATKIN, *Mathematical Structure in Human Affairs* (London, Heinemann, 1974), p. 63-81.

ATKIN descobriu um q-buraco na estrutura desta glória da língua inglesa, criado por simplexos-palavras que formavam algum tipo de objecto ou obstrução no poema. Um leitor ou recitador do poema — visto como tráfego em tal pano de fundo geométrico — sentiria talvez uma conexão entre as palavras ao forçar a sua mente apreciadora a viajar de uma palavra para outra numa determinada ordem (26). Minha esposa e eu achamos q-objects semelhantes em algumas das invenções de duas e três partes de JOHANN SEBASTIAN BACH, obstruções formadas por estruturas de notas que presumivelmente são criadas pelas regras de transição permitidas pela forma de fuga prescrita e pelo tom específico em que a peça é tocada.

O uso de dinâmica de poliedros na análise da estrutura urbana não tem sido confinado simplesmente a assuntos estéticos. Muitas cidades tendem a ser objectos dinâmicos, sujeitos a mudanças e às tensões resultantes que tais mudanças produzem. Mais uma vez, a distinção entre o pano de fundo e o tráfego é crucial: por exemplo, num estudo de Southend on Sea, a estrutura urbana foi definida como uma relação entre um conjunto de ruas e conjuntos de actividades retalhistas, serviços públicos e amenidades comunitárias (27). O tráfego numa tal estrutura poderia ser o número de pessoas, os impostos gerados, etc. A curto prazo, podemos assumir que a estrutura básica — a geometria descrita pelas relações — é estável. Entretanto, num prazo mais longo é evidente que o próprio pano de fundo mudará, e essas mudanças em estrutura urbana permitirão ou proibirão mudanças no tráfego que habita os simplexos no espaço multidimensional. Entre 1910 e 1972 muitas mudanças estruturais interessantes ocorreram em Southend on Sea, as quais foram descritas em termos bem definidos.

Uma verdadeira cidade é um objecto altamente complexo, requerendo muitas vezes diversas descrições estruturais. Para fins de planeamento, é importante — mas muitas vezes difícil —

(26) R. ATKIN, *Multidimensional Man* (Harmondsworth, Penguin Books, 1979).

(27) R. ATKIN, *A Study Area in Southend on Sea* (Colchester, Urban Structure Research Report 3, 1973); e «Dynamic Patterns on a Hard Data Backcloth» em R. MARTIN, N. THRIFT e R. BENNETT, *Towards the Dynamic Analysis of Spatial Systems* (London: Pion, 1978), p. 19-36.

obter uma descrição rigorosa e bem definida do tráfego de pedestres, bicicletas e veículos motorizados na rede de ruas que cortam e envolvem uma cidade. É óbvio para qualquer um que um sistema de transporte urbano é uma estrutura altamente conexada, na qual mudanças — digamos, a congestão na hora de ponta ou a reparação de uma rua — podem ser sentidas por todo o sistema com graus de severidade variáveis. É igualmente óbvio que a expansão imobiliária — por exemplo, uma nova área de habitações de baixo custo — afetará a geração de movimentos de bens e pessoas no sistema rodoviário. A maioria dos estudos de transporte urbano enfrenta grandes dificuldades precisamente porque não existe uma boa descrição estrutural do problema.

Num estudo de Colchester, Inglaterra, JOHNSON forneceu tal descrição e mostrou como a teoria dinâmica da análise convencional do movimento urbano na realidade contradiz a teoria estática. O seu estudo levantou a questão de q-transmissão através de uma estrutura multidimensional altamente complexa; um engarrafamento fortuito causado pela capotagem de um grande camião indicou que a sua descrição estrutural forneceu exactamente o pano de fundo necessário para a transmissão de congestionamento através do sistema ⁽²⁸⁾. No nível micro, foi também possível analisar vários tipos de trevos rodoviários experimentais, pois sua habilidade de funcionar como pontos de conexão e troca é determinada pela estrutura do espaço rodoviário onde os carros são forçados a operar ⁽²⁹⁾.

Ao tentarmos planear para um mundo mais humano, enfrentamos frequentemente o problema de tentar entender sistemas de grande complexidade. Apenas se tivermos uma descrição bem definida da estrutura desses sistemas poderemos esperar exercer algum grau de controle sobre os mesmos, dirigindo-os às metas que os nossos sistemas de valor consideram desejáveis. Não surpreende que a Cibernética (do grego

⁽²⁸⁾ J. JOHNSON, *A Study of Road Transport* (Colchester, Regional Research Project, Research Report XI, 1977); uma condensação de J. JOHNSON, *A Multidimensional Analysis of Urban Road Traffic* (Colchester, Ph. D. Thesis, University of Essex, 1975).

⁽²⁹⁾ J. JOHNSON, «The Q-Analysis of Road Intersections», *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 8, 1976, p. 531-548.

«ciber» — o longo remo de direcção dos antigos navios gregos) tenha alcançado tal proeminência hoje em dia ⁽³⁰⁾, mas é errado associar Análise de Sistemas, Cibernética, Teoria de Controle, Pesquisas Operacionais, etc. com problemas exclusivamente quantitativos. Muitas das nossas análises precisam ser qualitativas, mas estas devem ser tão cuidadosas e bem definidas como as análises mais tradicionais usando os números reais ou inteiros.

Um exemplo é a análise da destruição ecológica que ocorre quando um artefacto humano — como uma fábrica, uma represa ou uma estrada — é subitamente injectado num sistema ecológico altamente conexado e, talvez, extremamente delicado. Na costa leste de Vancouver Island, no Canadá, uma grande central para exportação de madeira foi planeada nos arredores de Nanaimo ⁽³¹⁾. Cinco possíveis localizações foram avaliadas quanto ao seu impacto ecológico sobre o meio-ambiente local. Este foi definido como um conjunto de 21 elementos, compreendendo temperatura da água, mariscos e outros moluscos de concha, pássaros aquáticos, mamíferos terrestres, etc.; uma matriz de interacção descreveu o grau de conectividade entre esses elementos numa escala de 0 (nenhum efeito visível) a 3 (efeitos severos). Embora os pesquisadores não tenham percebido na época, a «matriz de destruição ecológica» definiu uma série de relações no conjunto de elementos ecológicos e, assim sendo, descreveu a estrutura do sistema ecológico sob variáveis definições de destruição.

Uma análise de dinâmica de poliedros de cada um dos cinco possíveis sítios forneceu uma série de penetrações no cerne dessas complexas estruturas ecológicas. Um conceito como obstrução no pano de fundo tornou-se imediatamente interpretável, pois os vectores de obstrução indicaram o modo no qual o sistema inteiro se desfez em vários pedaços, cada um dos quais se mantinha invulnerável à destruição nas outras

⁽³⁰⁾ W. ROSS ASBY, *An Introduction to Cybernetics* (London, Chapman and Hall, 1956).

⁽³¹⁾ J. ROSS, *Quantitative Aids to Environmental Impact Assessment* (Ottawa, Environment Canada, Occasional Paper n.º 3, 1974).

partes ⁽³²⁾. Mas a análise também indicou as severas dificuldades que enfrentamos quando tais decisões têm de ser feitas. Uma abordagem convencional diria ser impossível prever as consequências de tal complexidade com tão pouca informação — e um argumento como este seria totalmente justificável. Mas fornecer uma descrição convencional — que poderíamos chamar de parametrizada — custaria pelo menos 50 milhões de dólares e 20 anos de trabalho. É possível, pelo menos, usar as melhores estimativas qualitativas de biólogos, oceanógrafos e zoólogos, e examinar a estrutura do problema — e como a estrutura da destruição muda de acordo com sítios alternativos — através de uma linguagem algébrica apropriada? Uma vez munidos de tais descrições, podemos ajudar administradores a chegar à decisão mais desejável — incluindo a possibilidade de não se construir uma nova central. É preciso dizer que essas novas abordagens têm despertado considerável interesse entre técnicos avançados em Teoria dos Sistemas na análise de sistemas de energia, água e ecologia ⁽³³⁾.

Sistemas, definidos como elementos com conexões entre si, aparecem em todos os níveis tanto no mundo natural como no mundo civilizado. O corpo humano, e talvez a mente humana, são sistemas extremamente complexos que em geral tentamos manter num estado de equilíbrio razoavelmente bem definido chamado «Boa Saúde». A Medicina, em toda a sua variedade — do médico de família receitando um remédio a um sistema nacional de manutenção de saúde — é uma disciplina interessada em manter estados de equilíbrio.

É muitas vezes difícil diagnosticar uma doença, particularmente se esta for pouco comum. Num estudo da Doença de Behcet, foi definida uma relação entre um conjunto de 227 pessoas e outro de 71 atributos da doença. A conectividade dos atributos da doença (ulceração da boca, artrite, ulceração genital, etc.) parecia definir uma estrutura «central» que facilitaria a tarefa de diagnose; entretanto, a excentricidade dos simplexos-atributos (um conceito bem definido em

⁽³²⁾ P. GOULD, *The Structure of Ecological Disruption*, a ser publicado em 1980.

⁽³³⁾ R. ATKIN e J. CASTI, *Polyhedral Dynamics and the Geometry of Systems* (Laxenberg, Austria, International Institute for Applied Systems Analysis, 1977).

dinâmica de poliedros) sugeria características que não eram de valor diagnóstico directo ⁽³⁴⁾.

O problema de diagnose pode ser difícil em muitas áreas da Medicina. Por vários anos, o psicólogo MILHALL tem usado «mapas» de interacção interpessoal no tratamento de pacientes precisando de ajuda psicológica no Hospital de Middlesex. Um de seus «mapas» indica, por exemplo, as diferentes estruturas de relacionamento num casamento, percebidas de modos diferentes pelo marido e pela mulher; um outro, mostrando as relações emocionais de uma família, ajudou esse grupo de pessoas a compreender e corrigir um severo caso de *travesti* num filho de dezoito anos ⁽³⁵⁾. Todavia, todos esses mapas multidimensionais representam uma projecção do espaço multidimensional sobre o plano. As relações entre pessoas em vários estados emocionais realmente definem estruturas complexas, e é sobre esses panos de fundo que o tráfego, em palavras e emoções, deve acontecer. Num caso, por exemplo, um homem estava a tornar-se cada vez mais incapaz de viver uma vida normal devido à repressão e recusa de aceitação da sua homossexualidade. Numa análise de poliedros das respostas dadas a uma série de perguntas, feitas cuidadosamente mas de sentido aberto, foi possível ver como a sua atitude em relação à homossexualidade aparecia muito aberta (literalmente na superfície) no complexo simplicial mas profundamente submersa na análise conjugada — o que proporcionou interpretações clínicas óbvias.

Uma análise menos dramática foi feita das respostas dadas por pessoa a uma avaliação pessoal e uma averiguação das táticas por elas empregadas quando estas desejam que outros façam algo por elas. A dimensionalidade do «espaço tático pessoal» é geralmente esmagada e destruída por metodologias convencionais, tais como Escalação Multidimensional (MDS), mas numa análise de dinâmica de poliedros onde as estruturas são bem definidas sob vários parâmetros cortantes, a complexidade e obstrução desses espaços altamente individuais

⁽³⁴⁾ M. CHAMBERLAIN, «A Study of Behcet's Disease by Q-Analysis», *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 8, 1976, p. 549-565.

⁽³⁵⁾ D. MULHALL, *Personal Questionnaires: A Critique and New Design* (Norwich, St. Andrew's Hospital, n. d.).

e pessoais são reveladas. Subconjuntos de táticas são conexados, com o resultado que quando uma pessoa tenta uma determinada tática, por exemplo, o uso de autoridade, ela com certeza será limitada a outras pessoas ligadas a esta mesma tática. Um «pulo» de uma parte para outra da estrutura multidimensional seria proibido ou produziria tal tensão que seria improvável que o objectivo fosse atingido ⁽³⁶⁾.

A metodologia da dinâmica de poliedros tem sido também usada para analisar a estrutura de organizações grandes e complexas. Uma das primeiras foi a Universidade de Essex, numa época no início dos anos setenta caracterizada por uma infeliz história de estudantes contra professores e contra a administração. Uma ampla e detalhada análise baseada em cinco níveis hierárquicos distintos de estruturas físicas, educacionais, e de comités, revelou um número de q-buracos no tecido da Universidade. Essas obstruções à livre circulação de actividade universitária parecia confirmar a intuição de muitos professores de que «não vale a pena se envolver; envolvimento apenas resulta em mais papelada e circulares que não levam a nada». As circulares e as responsabilidades por elas representadas eram, naturalmente, o tráfego (definido por relações entre conjuntos cuidadosamente definidos) no pano de fundo estrutural da Universidade. A única pessoa que podia cobrir alguns dos q-buracos em níveis altos na estrutura de comités era o Vice-Chanceler — sem a sua acção nada aconteceria. As suas decisões eram consideradas arbitrarias e autoritárias por alguns, mas um bom argumento poderia ser obtido do facto que era a estrutura da Universidade (a determinada geometria na qual as pessoas se encontravam) que exigia que ele tomasse decisões sem (aparentemente) consultar ninguém ⁽³⁷⁾.

Numa nova série de análises institucionais na Inglaterra, feitas para grandes companhias com graves problemas de produção e trabalho, ATKIN conseguiu identificar dificuldades ao definir e analisar as relações entre conjuntos de fábricas

⁽³⁶⁾ P. GOULD, *The Structure of Personal Tactic Space*, a ser publicado em 1980.

⁽³⁷⁾ R. ATKIN, *Combinatorial Connectivities in Social Systems* (Basel, Suíça, Birkhäuser Verlag, 1977).

e conjuntos de empregos e produtos manufacturados em cada lugar ⁽³⁸⁾. Acontece que a administração tinha os seus olhos no complexo simplicial (no qual os simplexos são lugares definidos com base nos conjuntos de empregos e produtos), enquanto os líderes das uniões trabalhistas tinham os seus olhos no complexo conjugado de simplexos de emprego definidos com base nas localidades das fábricas ⁽³⁹⁾. Não surpreende que os dois grupos pareciam falar sem se ouvir!

Esses estudos industriais indicam, mais uma vez, a importância de engavetar tais noções como «estrutura industrial», «estrutura da força de trabalho», «estrutura de companhia», etc. e torná-las *operacionais* para que elas possam ser discutidas e analisadas em termos rigorosos e bem definidos. Há muitas áreas de pesquisa de profundo interesse ético e humano onde a linguagem de estrutura poderia vir a fortalecer uma terminologia demasiado vaga e macia. Por exemplo, a pesquisa de género está despertando um interesse crescente em sociedades onde metade da população (mulheres) exige um fim a séculos de restrições desumanas e discriminação. Todavia, o problema vai além do movimento de libertação feminina para englobar todos os seres humanos. O género, definido fisiologicamente ou em termos de identidade pessoal ou social, *não é* uma simples questão masculina-feminina. Os conceitos de masculino e feminino em *todas* as definições de género parecem definir as extremidades de um *continuum* — não um conjunto de partições na raça humana.

A linguagem e literatura actual de pesquisa de género abunda em termos estruturais ⁽⁴⁰⁾. A discriminação baseada em género significa uma repulsão de certos vértices que poderiam definir um homem ou uma mulher, diminuindo ou esmagando a sua dimensionalidade. A tendência à androgenia psicológica na meia idade e velhice pode ser descrita em termos bem definidos, assim como o curso de vida de um

⁽³⁸⁾ R. ATKIN, «A Hard Language for the Soft Sciences», *Futures*, December 1978, p. 492-499.

⁽³⁹⁾ R. ATKIN, *How to Study Corporations Using Concepts of Connectivity* (Cambridge, Q-Analysis Consultants Ltd., 1979), a ser publicado.

⁽⁴⁰⁾ P. GOULD, «Gender and Society: An Algebraic Perspective from Somewhere Along the Continuum», Meeting on *Gender and Society*, Social Science Research Council, New York, February 9-10, 1979.

indivíduo ⁽⁴¹⁾. A entrada de mulheres no mundo acadêmico — onde uma mulher é frequentemente considerada como uma mascote com um patrocinador masculino — pode ser descrita de tal modo mostrando que ela talvez nunca venha a ser aceite numa geometria definida por vértices profissionais ⁽⁴²⁾.

Muitas actividades comuns podem ser iluminadas através da análise estrutural. Por exemplo, é uma característica de todas as culturas humanas que pessoas participem em jogos individuais ou de grupo. Notei anteriormente a pesquisa sobre xadrez, mas muitos outros jogos de tabuleiro, tais como damas e o jogo japonês de Go, poderiam ser analisados nos mesmos termos multidimensionais. Numa experiência recente, uma relação foi definida num conjunto de 22 jogadores de futebol, membros das equipas de Liverpool e Manchester United, que tomaram parte nos jogos finais da Taça Britânica de 1977. A relação foi definida registando-se o número de vezes em que a bola passou de um membro do conjunto para outro. Passes entre membros da mesma equipa definiam relações *internas*, enquanto passes entre jogadores opostos foram chamados relações de *furto*. Uma análise de dinâmica de poliedros indicou como os simplexos-jogadores da defesa de uma equipa entraram e «quebraram» a estrutura da outra, criando q-buracos na geometria do espaço multidimensional onde o jogo verdadeiro teve lugar. O campo bidimensional tradicional é, naturalmente, apenas uma ilusão ⁽⁴³⁾. Muitos outros jogos de grupo poderiam ser examinados de modo semelhante, e pesquisa tem sido feita em basquetebol e *lacrosse* feminino.

Uma das maiores vantagens da dinâmica de poliedros é que descrições numa linguagem estrutural de topologia algébrica fornecem uma perspectiva de ideias comumente aceites difícil de ser conseguida de outro modo. Hoje, o especialista

⁽⁴¹⁾ P. GOULD, *Pages from a Conference Notebook: Some Written, Graphic and Algebraic Thoughts on Gender and Society*, Social Science Research Council, New York, 1979.

⁽⁴²⁾ J. LAWS, «The Psychology of Tokenism: An Analysis», *Sex Roles*, vol. 1, n.º 1, 1975, p. 51-67.

⁽⁴³⁾ P. GOULD e A. GATRELL, «The Liverpool-Manchester Cup Final: A Structural Analysis of a Game», *Social Networks*, a aparecer; veja também A. GATRELL e P. GOULD, «The Structure of Team Games», *Area*, a aparecer.

em Estatística é frequentemente uma figura poderosa e autoritária, com considerável influência em importantes assuntos da vida corrente. Todavia, a base subjacente de probabilidade sobre a qual repousa toda a Estatística tem sido raramente examinada desde a época de BERNOULLI no século 17. Esta base é essencialmente a de uma mesa de jogo, e como deveríamos interpretar a possibilidade de certos acontecimentos. Contudo, poucas pessoas parecem cientes da tautologia quando dizem «a probabilidade de dar cara ou coroa é 1/2 porque ambas são igualmente possíveis» — o que significa, é claro, «a probabilidade de caras é igual à probabilidade de coroas, é igual a 1/2 porque ambas são igualmente possíveis, e ambas são igualmente possíveis porque a probabilidade de caras...» e assim por diante, tautologicamente!

ATKIN demonstrou que probabilidades são tráfego — na realidade, números racionais — num pano de fundo dotado de uma determinada estrutura de conexão ⁽⁴⁴⁾. Numa situação de jogo, a estrutura subjacente pode permitir mudanças livres no tráfego na eventualidade de alguns acontecimentos (por exemplo, quatro caras em seguida) se darem. Mas muitas áreas importantes das nossas vidas, incluindo a Medicina e outros aspectos da saúde humana, são descritas por estruturas (geometrias) não tão bem conexas como as criadas pelo voltar de uma carta do baralho ou arremesso de dados, embora eventos descritos por tais estruturas possam claramente acontecer. O especialista em Estatística ignora tanto a dimensionalidade dos acontecimentos como a estrutura possivelmente fragmentada de um espaço-amostra conjugado.

Tal perspectiva mais elevada de uma Teoria de Probabilidade amplamente usada deveria fazer-nos extremamente cautelosos ao tentarmos aplicar os resultados da mesa de jogo a assuntos humanos, sem nos consciencializarmos e considerarmos seriamente a estrutura subjacente. Uma semelhante perspectiva de modelos de máxima entropia — usados crescentemente em pesquisa urbana — também levanta sérias questões anteriormente despercebidas ⁽⁴⁵⁾.

⁽⁴⁴⁾ R. ATKIN, *Multidimensional Man* (Harmondsworth, Penguin Books, 1979).

⁽⁴⁵⁾ R. ATKIN, *Q-Analysis: Theory and Practice* (Colchester, Regional Research Report X, 1977), p. 123-132.

Finalmente, é evidente que a distinção feita entre pano de fundo e tráfego em dinâmica de poliedros oferece promessas de obtenção de novas perspectivas para a tradicional Teoria de Difusão em Geografia. Inovações são tráfego num pano de fundo de conexão entre pessoas, e difusão é simplesmente a q -transmissão de uma nova ideia ou artefacto cultural — por exemplo, um novo método de cultivo que previna a erosão, ou uma nova semente ou peça de equipamento agrícola.

Virtualmente todas as abordagens de problemas de difusão espacial têm sido variações do trabalho original (Monte Carlo) de HAGERSTRAND no fim dos anos quarenta e no início dos anos cinquenta ⁽⁴⁶⁾. Era uma abordagem essencialmente probabilística na qual uma função era calculada entre a probabilidade de contacto entre potenciais inovadores e as distâncias que os separavam. A função de probabilidade permitia então gerar uma segunda função a intervalos regulares de tempo (a superfície mutante de adoptantes numa região) através do sorteio de números aleatórios, dadas certas condições de início e limites geográficos.

Podemos conceber, entretanto, uma inovação como tráfego sendo q -transmitido num pano de fundo multidimensional definido por uma relação entre um conjunto de potenciais camponeses numa região. Se indagarmos dos camponeses com quem eles trocam ideias, os nomes de certos dentre eles provavelmente aparecerão muitas vezes em nossas listas, fazendo com que esses números mais significativos sejam representados por simplexes de alta dimensão na estrutura conjugada. É claro que a estrutura topológica do espaço de difusão, definido como os simplexes $K_S(R; \lambda)$ e $K_R(S; \lambda^{-1})$ — que obviamente não precisam ser idênticos — é de importância crucial para a transmissão, quer dizer, a difusão de ideias e inovações. Inovações de alta dimensão, ideias que requerem apoio de muitas pessoas para serem aceites, podem não ser capazes de ser q -transmitidas a q -níveis relativamente altos, onde o complexo talvez se fragmente em vários pedaços. Além do mais, q -buracos formarão distintos objectos de obstrução

⁽⁴⁶⁾ T. HAGERSTRAND, *Innovationsförloppet ur Korologisk Synpunkt* (Lund, Department of Geography, 1953).

no espaço, oferecendo barreiras a novas ideias e atrasando a sequência adoptiva em certas partes da região.

É verdade que a teoria convencional de difusão em Geografia incluía buracos no espaço Euclidiano, no qual se assumia que o processo de difusão tinha lugar. Esses buracos eram lagos e outras barreiras da paisagem bidimensional do sul da Suécia, ou talvez longas cadeias de montanhas na região serrana e de vales do interior da Pensilvânia, onde até cônjuges são escolhidos sob a influência da linear topografia local. Mas esses efeitos podem agora ser adequadamente incluídos na definição dos complexos simpliciais que descrevem a geometria multidimensional de comunicação entre pessoas numa área. O que precisamos no momento, para progredir e abandonar as abordagens probabilísticas tradicionais, é uma cuidadosa definição do conjunto de potenciais adoptantes e a delineação da relação neste conjunto de pessoas através de trabalho de campo cuidadoso e paciente.

Tal proposição algébrica permitiria a planeadores perguntar questões como: onde deveríamos tentar introduzir uma inovação? É tal inovação altamente dimensional (talvez muito cara ou raramente experimentada no passado)? Pode o pano de fundo suportar tráfegos (inovações e ideias) de tal dimensionalidade e transmiti-los quando o vector de obstrução indicar considerável fragmentação? Fragmentação sugere que deveríamos usar muitos «pontos de introdução» na região? E assim por diante.

IMPLICAÇÕES FILOSÓFICAS E ÉTICAS CONTEMPORÂNEAS

Acredito que agora temos exemplos suficientes para ver a grande variedade de aplicações, tanto actuais como potenciais, da dinâmica de poliedros. Tal variedade não surpreende se nos lembrarmos do uso quase oblíquo do termo *estrutura* em todas as áreas de investigação humana. Como notei na introdução, foi precisamente tal obliquidade que levou ATKIN a procurar uma linguagem que pudesse expressar e definir o termo estrutura de modo satisfatório e, acima de tudo, *operacional*. Claramente, algo de importância fundamental foi revelado aqui. Descrição — boa, rigorosa e replicável — requer que definamos e examinemos as relações entre conjuntos.

Vale a pena notar como a definição — tanto dos conjuntos como das relações — nos força a que nos preocupemos profundamente com a linguagem, com o que pode ser dito (e portanto definido de modo mutuamente satisfatório e útil) e o que talvez *não* possa ser dito. É precisamente esta linha demarcatória que WITTGENSTEIN chamou de «bolha linguística»; o que se encontra dentro e fora da bolha fica a critério da consideração e decisão do indivíduo.

Acima de tudo, a metodologia de dinâmica de poliedros é aberta — aberta a desafio, a melhoria, à extensão, a aumento. Os conjuntos são sempre abertos: são estes bem definidos? Pessoas de inteligência e sensibilidade concordam com o conjunto de palavras? Podem tais palavras ser mudadas e melhoradas? Pessoas de culturas e ideologias diferentes concordam com os conjuntos e com o modo como as palavras são escolhidas para descrever certos objectos? Eis um exemplo concreto: uma pessoa envolvida em produção de televisão na França, Inglaterra ou nos Estados Unidos usaria as mesmas palavras para descrever a estrutura de um conjunto de programas de televisão usadas por um marxista sul-americano, um devoto islamita ou um camponês do interior da Indonésia? E se não, porquê? E quem está «certo»? A noção de «ter razão» tem algum significado em tal contexto? Seria fascinante analisar as diferentes estruturas e ver precisamente onde estão as diferenças. Talvez devamos reconhecer que pesquisa intercultural é apenas possível *através* das ideologias daqueles que a tentam descrever.

Mas dinâmica de poliedros é aberta num sentido intelectual mais amplo. As ricas implicações e interpretações matemáticas não foram ainda muito exploradas; novos problemas empíricos levantam a questão de se escrever novas estruturas algébricas que comportem as complexidades de um determinado problema, ao invés de tentar forçar tal complexidade em formas matemáticas inadequadas, inventadas para outros fins em outros tempos (47). Em tais desenvolvimentos, vemos a justificação da insistência de JOHN VON

(47) J. JOHNSON, *Describing and Classifying Television Programs: A Mathematical Summary* (Cambridge: International Television Flows Project, Discussion Paper 4, 1979).

NEWMANN de que a Matemática deve sempre voltar às suas raízes empíricas.

Acima de tudo, há uma exigência em dinâmica de poliedros no sentido de ficarmos «próximos dos dados» num bom estilo setecentista. Não existem filtros — lineares ou não — entre o observador e o problema; não existem algoritmos «esmagadores de números» que forcem uma estrutura absurda sobre um conjunto de dados; não existem, necessariamente, números, coisa que frequentemente aceitamos como a marca indispensável da investigação científica. É precisamente aqui que vemos como a metodologia da dinâmica de poliedros zomba da divisão esquizofrénica entre as áreas de investigação tradicionalmente rotuladas «Humanísticas» e «Científicas». Não existem linhas demarcatórias rígidas, apenas localidades num *continuum* multidimensional. Como ENTRIKEN notou, Geografia «Humanística» pode ser apenas considerada uma perspectiva de criticismo, não uma tradição intelectual de investigação em contraste com, e em distinção da, Geografia «Científica» (48). Podemos ter apenas estudos bem definidos ou mal definidos em Geografia, tanto considerando os de tipo académico tradicional como os baseados em problemas práticos do dia-a-dia, chamados de planeamento regional, urbano e nacional.

É aqui que grandes problemas filosóficos e éticos surgem, problemas expostos com grande inquietude, esforço e clareza por HABERMAS e outros da Escola de Frankfurt (49). Se aceitarmos a sua divisão de investigação em «técnica», «hermenêutica» e «emancipatória» (uma divisão, uma partição, que eu pessoalmente não estou disposto a aceitar sem considerável qualificação) então devemos aceitar três formas de conhecimento: uma forma que se focaliza sobre covariação, onde a Física é talvez o paradigma — uma forma que permite controle técnico; uma forma de interpretação textual que se focaliza no significado; e, finalmente, uma forma que traz reflexão pessoal e, fazendo isso, liberta o observador ao fornecer-lhe uma perspectiva — um ponto de vista externo — que questione

(48) J. ENTRIKEN, «Contemporary Humanism in Geography», *Annals of the Association of American Geographers*, vol. 6, n.º 4, 1976, p. 615-632.

(49) J. HABERMAS, *Knowledge and Human Interests* (Boston: Beacon Press, 1971).

as «leis» e, talvez, proponha a sua alteração. O último, o ponto de vista emancipatório, não aceita que existam leis imutáveis tanto de comportamento individual como de sociedades coletivas nas quais os indivíduos existem. Talvez, por algum tempo, existam regularidades rotuladas «proposições-lei», mas nossa obrigação reside em procurar as «meta-leis», as leis $N + 1$ mais altas que nos dizem como mudam as «leis» de nível N ⁽⁵⁰⁾.

Pois uma coisa é agora evidente: a distinção pano de fundo-tráfego da dinâmica de poliedros mostra que a sociedade humana, em todos os seus aspectos, não é contida numa geometria constante e ingenuamente simples — o tipo de geometria que caracteriza (aparentemente) o mundo físico. Ao contrário, ela é contida e definida pelas geometrias mutantes de espaços multidimensionais. É primariamente por esta razão que o filósofo MELVILLE rotulou dinâmica de poliedros como, possivelmente, o primeiro exemplo de Matemática emancipatória nas ciências humanas ⁽⁵¹⁾. Ver a si mesmo, ser consciente de si próprio, numa geometria que proíbe e permite, induz reflexão pessoal emancipatória, conduzindo-nos eventualmente às questões de como as geometrias podem ser mudadas. Eis aqui as palavras de alguém que sentiu a constrangedora geometria da vida académica e reconheceu com absoluta urgência a descrição geométrica:

«Heureusement que tu ne considères les mathématiques qu'en tant que toile de fond où accrocher les «simplex» de notre vie quotidienne et, qu'ainsi, je peux te féliciter, sans réserve de ton humanisme...».

O escritor e a pessoa a quem a mensagem foi destinada, devem permanecer anónimos, mas tal acto de reconhecimento é precisamente o acto de reflexão pessoal. Talvez a linguagem de estrutura, tão bem contida na «bolha linguística», também tenha um papel ético a desempenhar fora dos seus limites?

⁽⁵⁰⁾ R. ATKIN, *Multidimensional Man* (Harmondsworth, Penguin Books, 1979).

⁽⁵¹⁾ B. MELVILLE, «Notes on the Civil Applications of Mathematics», *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 8, 1976, p. 501-515.

RÉSUMÉ

Dynamique de polyèdres: une introduction pour les scientifiques sociaux, géographes et planificateurs. L'article commence par une introduction au «langage de structure» algébrique fondé sur les relations existant entre les ensembles. De strictes distinctions sont ensuite faites entre les structures de fond, représentées géométriquement par des complexes simpliciels, et le «transit» qui demande une certaine géométrie pour exister ou pour être transmis. Les structures peuvent être envisagées, hiérarchiquement, comme des séquences d'ensembles superficiels («de couverture») et l'homologie peut avoir une interprétation empirique. Enfin, des applications et des exemples touchant un grand nombre de domaines sont cités ainsi qu'une certaine perspective méthodologique sur les techniques d'analyses multivariées.

SUMMARY

The dynamics of polyhedrons: an introduction for social scientists, geographers and planners. An introduction to an algebraic «language of structure» is provided that is based upon relations between sets. Careful distinctions are made between backcloth structures, represented geometrically by simplicial complexes, and traffic requiring a certain geometry to exist or be transmitted. It is shown that structures can be hierarchically given as sequences of cover sets, and that the homology may have empirical interpretation. Applications and examples in many fields are reviewed, and some methodological perspectives provided on current multivariate techniques.