

MATEMÁTICA FORA DA SALA DE AULA COM O MATHCITYMAP

Ana Barbosa

Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Centro de Investigação em Estudos da Criança
anabarbosa@ese.ipvc.pt | ORCID 0000-0002-6314-7080

Isabel Vale

Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Centro de Investigação em Estudos da Criança
isabel.vale@ese.ipvc.pt | ORCID 0000-0001-6155-7935

Resumo

Este artigo reporta um estudo que procura compreender as perceções de futuros professores do ensino básico sobre a utilização de tecnologia digital na exploração da matemática fora da sala de aula. Optou-se por uma abordagem qualitativa e interpretativa, sendo os dados recolhidos por meio da observação participante, questionários e registos fotográficos. Participaram neste estudo quarenta e oito futuros professores, inscritos numa unidade curricular de Didática da Matemática, que utilizaram a aplicação MathCityMap na realização de um trilho matemático na cidade de Viana do Castelo. Os resultados mostram que valorizaram a experiência, tendo tido a oportunidade de resolver tarefas em contexto real, através de um trabalho cooperativo, promotor do pensamento crítico e do estabelecimento de conexões matemáticas. Consideraram a aplicação motivadora, de fácil utilização e mais interativa do que a versão em papel, referindo ainda o seu contributo para o envolvimento dos alunos numa aprendizagem ativa, o desenvolvimento da orientação espacial e da autonomia. Quanto às limitações, os participantes destacaram a possível falta de acesso à rede Wi-Fi; o facto de alunos mais jovens normalmente não possuírem smartphones; e, em termos de tarefas, a limitação dos formatos de resposta a um valor exato, aproximado ou escolha múltipla.

Palavras-chave: Trilho matemático; Tecnologia; Educação STEM; Formação de



Professores.

Abstract

This paper reports on a study that seeks to understand future teachers' perceptions about the use of digital technology in outdoor mathematics. We followed a qualitative and interpretive approach, and data was collected through participant observation, questionnaires and photographic records. Forty-eight future teachers participated in this study, who were enrolled in a curricular unit of Didactics of Mathematics, using the MathCityMap app to carry out a math trail in the city of Viana do Castelo. The results show that they valued the experience, having had the opportunity to solve tasks in a real context, through cooperative work, which promoted critical thinking and the establishment of mathematical connections. They considered the application motivating, easy to use and more interactive than the paper version, also referring to its contribution to the engagement of students in active learning, the development of spatial orientation and autonomy. As for limitations, the participants highlighted the possible lack of access to Wi-Fi; the fact that younger students typically do not own smartphones; and, in terms of tasks, limited answer formats to exact value, interval or multiple choice.

Keywords: Math trail; Technology; STEM Education; Teacher Training.

Introdução

Este artigo tem por base trabalhos anteriores desenvolvidos pelas autoras no âmbito da exploração da matemática fora da sala de aula. Vários estudos, realizados em particular no contexto da formação inicial de professores (e.g., Barbosa & Vale, 2016; Barbosa & Vale, 2018; Vale et al., 2019), evidenciam que o meio envolvente pode ser um contexto educativo privilegiado para a promoção de atitudes positivas e de envolvimento adicional na aprendizagem da matemática. Neste tipo de contexto não formal, os trilhos matemáticos têm grande potencial para evidenciar as conexões entre a matemática e o dia a dia, nomeadamente com o meio que nos rodeia. O foco desses estudos tem sido o design de tarefas, abordando diferentes aspetos da resolução e formulação de problemas, no entanto a participação no Projeto Math Trails in School, Curriculum and Educational Environments in Europe (MaSCE³), trouxe a oportunidade de contactar com uma abordagem diferente aos trilhos matemáticos, acrescentando a



possibilidade do recurso a tecnologia digital, especificamente uma aplicação disponível através de dispositivos móveis, o MathCityMap (MCM). A utilização deste recurso digital, um produto do grupo de trabalho MATIS I (IDMI, Goethe - Universität Frankfurt) em cooperação com a fundação Stiftung Rechnen, tem sido salientada como tendo um impacto positivo no apoio a professores e alunos no processo de ensinar e aprender matemática fora da sala de aula, atuando como uma ferramenta útil para explorar o meio envolvente através de um olhar matemático (e.g., Cahyono & Ludwig, 2019; Ludwig & Jablonski, 2019). É nossa convicção que estas abordagens são extremamente relevantes na educação matemática e, em particular, no desenvolvimento de um conjunto de competências que se espera que os alunos desenvolvam no século XXI. Por isso, pretende-se neste estudo compreender as percepções de futuros professores sobre a utilização de tecnologia digital na exploração da matemática fora da sala de aula. Tendo este problema por base, foram formuladas as seguintes questões de investigação: 1) Que potencialidades e limitações são reconhecidas no MCM pelos participantes?; 2) Como podemos caracterizar as reações dos participantes na realização de um trilha matemático com o MCM?

Enquadramento Teórico

A Matemática fora da sala de aula e os trilhos matemáticos

A matemática escolar deve pautar-se por princípios específicos, proporcionando aos alunos aprendizagens significativas e autênticas, que os ajudem a dar sentido às ideias e conceitos matemáticos (NCTM, 2014). De acordo com Kenderov et al. (2009) muitos alunos não têm a oportunidade de sentir e apreciar na sua plenitude a essência da matemática e outros são também privados de experiências de ensino e aprendizagem ricas e diversificadas, aspetos que podem levar à construção de uma imagem negativa da matemática. Os mesmos autores chamam a atenção para a importância da educação não formal, nomeadamente a que ocorre fora das quatro paredes da sala de aula, como forma de complementar o trabalho desenvolvido em contexto formal, sendo salientadas as experiências outdoor. Este tipo de abordagem ajuda os alunos a descobrir e a interpretar o mundo que os rodeia e a aceitar naturalmente que a aprendizagem pode ocorrer em diferentes lugares e em diferentes contextos. Embora o ensino e a aprendizagem da matemática ocorram fundamentalmente na sala de aula, acreditamos na importância de diversificar os contextos educativos e as experiências proporcionadas aos alunos. Entre as várias



experiências e estratégias possíveis neste âmbito destacamos os trilhos matemáticos.

Considera-se um trilho matemático uma sequência de tarefas ao longo de um percurso pré-planeado (com início e fim), composto por um conjunto de paragens nas quais os alunos resolvem tarefas matemáticas no ambiente que os rodeia (Vale et al., 2019, adaptado de Cross, 1997). Os participantes de um trilho matemático são motivados a resolver tarefas matemáticas desafiantes e autênticas, contextualizadas no meio envolvente, aplicando os conhecimentos adquiridos em contexto formal e desenvolvendo capacidades transversais como a resolução de problemas, o raciocínio, a comunicação e o estabelecimento de conexões de natureza diversificada (Richardson, 2004). Os trilhos matemáticos constituem-se como situações de aprendizagem estimulantes, pela atmosfera de descoberta que está implícita, que tornam as tarefas mais significativas e interessantes para os participantes, exigindo da sua parte um envolvimento ativo. Podem ainda contribuir para o aprofundamento do conhecimento matemático, tornando mais visível a aplicabilidade dos conceitos subjacentes (Shoaf et al., 2004; Vale et al., 2019). Ao longo de um trilho matemático os participantes contactam com tarefas propostas em contexto real que ilustram a utilidade da matemática e ampliam a possibilidade de se estabelecer conexões entre esta disciplina e a realidade. Este aspeto pode ser crucial na indução de atitudes positivas em relação à matemática, com especial ênfase na curiosidade, na motivação e no interesse (Bonotto, 2001; Kenderov et al., 2009).

Como podemos inferir das ideias anteriores, as tarefas são uma das componentes de um trilho matemático que mais se destaca. Globalmente, as tarefas são uma das principais ferramentas da prática docente, senão a mais relevante, e têm grande impacto no que os alunos aprendem, é por isso importante ter em atenção a sua seleção criteriosa, já que tarefas com diferentes níveis de exigência cognitiva, podem suscitar diferentes modos de aprendizagem. Todos os alunos devem ter a oportunidade de se envolver numa atividade matemática significativa, e é da responsabilidade do professor desbloquear o seu potencial, através da escolha de tarefas e estratégias de ensino e aprendizagem adequadas. No entanto, embora as tarefas tenham o poder de despoletar a atividade matemática, podem não ser suficientes para constituir um desafio matemático e garantir o envolvimento dos alunos. Neste sentido, o professor deve estabelecer um ambiente de sala de aula que garanta esse envolvimento na resolução de tarefas desafiantes (Vale & Barbosa, no prelo), aspeto que deve ser contemplado na



organização de um trilho.

Uma tarefa considera-se “boa” se for culturalmente relevante, ou seja, se estiver relacionada com a vida dos alunos, aumentando assim a possibilidade de ser mais significativa do que as propostas por fontes externas (e.g., professor, manual). Assim, o meio próximo constitui-se como um contexto privilegiado para formular e resolver diferentes tipos de tarefas que desafiam e envolvem os alunos na sua resolução. É também importante referir que os alunos podem facilmente ficar desmotivados e entediados numa aula rotineira e até mesmo evidenciar dificuldades na aprendizagem a menos que sejam desafiados, por isso o desafio é tão importante na aula de matemática. Pode dizer-se que temos um desafio matemático quando o indivíduo não está ciente das ferramentas processuais ou algorítmicas que são essenciais na resolução de um problema, não tendo acesso a uma estratégia padronizada de resolução. Neste contexto privilegiamos tarefas desafiantes que podem ser resolvidas de diferentes formas (Vale & Barbosa, no prelo). O termo tarefa desafiante é normalmente usado para descrever uma tarefa interessante, e talvez agradável, mas nem sempre fácil de resolver, e deve envolver ativamente os alunos, adequando-se a uma diversidade de estilos de pensamento e de aprendizagem (Vale & Barbosa, no prelo). A resolução de uma mesma tarefa pode também ser estruturada de forma diferente por diferentes alunos, proporcionando assim desafios em diversos níveis. Tendo estas ideias por base, o papel do professor é envolver alunos com diferentes percursos formativos em matemática, em diferentes contextos, para que possam aprofundar as ideias matemáticas, o raciocínio e o seu conhecimento sobre estratégias de resolução de problemas. Um outro aspeto que caracteriza as tarefas que integram um trilho matemático é a sua autenticidade. Há alguma convergência na literatura em considerar que as tarefas autênticas têm por base situações que, embora por vezes possam ser fictícias, representam tipos de problemas encontrados em contexto real (e.g., Jurdak, 2006; Tan & Nie, 2015), o que facilita o estabelecimento de conexões entre a matemática escolar e a realidade.

Para planejar um trilho matemático, é necessário ter por base alguns princípios orientadores. Richardson (2004) propõe as seguintes etapas: (1) primeiro é selecionado o local. Pode ser qualquer lugar, desde que seja rico em matemática. O professor deve começar por observar os elementos do contexto escolhido e procurar elementos como padrões, formas, objetos para medir, contar ou representar; (2) em seguida, são recolhidas fotos em cada paragem escolhida para posteriormente serem utilizadas na formulação das tarefas; (3) selecionar as fotos, criar um mapa e identificar os locais



escolhidos para a realização das tarefas, a fim de verificar a distribuição das paragens e a distância do percurso; (4) formular as diferentes tarefas e as instruções para chegar a cada paragem. É desejável que as tarefas tenham diferentes níveis de exigência cognitiva (Smith & Stein, 2011) e admitam diferentes abordagens de resolução. Devem também ser resolvidas com conhecimentos previamente aprendidos na sala de aula; (5) sempre que possível, é desejável estabelecer conexões entre a matemática e outras áreas curriculares através das tarefas. Em relação ao design das tarefas, Richardson (2004) recomenda que as questões despertem a curiosidade dos alunos, incentivando-os a observar o ambiente que os rodeia para chegar a uma solução. Há outros aspetos a serem considerados num trilho matemático e que complementam as ideias anteriores. Por exemplo, Shoaf et al. (2004) defendem que os trilhos matemáticos: devem ser para todos, independentemente da idade e experiência dos resolvedores, pretendendo-se que discutam e comparem os seus raciocínios e estratégias; promovam a colaboração e não a competição; os participantes devem ser capazes de gerir o tempo; a participação deve ser voluntária; devem ser apresentados num local público seguro, pois a matemática está em toda parte; e são temporários, já que os locais/elementos poderão estar sujeitos a mudanças ao longo do tempo.

Trilhos matemáticos digitais

As aplicações digitais, disponíveis através de dispositivos móveis, estão completamente integradas no nosso dia a dia e na vida dos alunos desde a mais tenra idade. Os professores devem estar atentos a este facto e incorporar esta tendência nas suas práticas, utilizando este tipo de recursos. Para além disso, é também importante referir que os dispositivos móveis estão a tornar-se um recurso com grande potencial na sala de aula, mas também na aprendizagem em contextos não formais, como é o caso do meio envolvente (Sung et al., 2016). Esta realidade deve-se ao rápido desenvolvimento dos dispositivos móveis e à diversidade de aplicações de cariz educacional que têm sido desenvolvidas, o que aumenta a janela de oportunidades para os professores utilizarem ferramentas desta natureza com os seus alunos. A tecnologia móvel deixou de ser considerada apenas um acessório funcional, entre outros aspetos, trata-se de um conjunto de dispositivos que permitem aceder a recursos multimédia, recolher e processar dados a qualquer hora e em qualquer lugar. Inegavelmente, há muitas vantagens em usar a tecnologia móvel no processo de ensino e aprendizagem, como é o caso dos smartphones ou dos tablets, que permitem que os alunos trabalhem individualmente, em pequenos grupos ou na turma, reduzindo as barreiras entre a



educação formal e não formal. Este tipo de tecnologia melhora as interações sociais, proporciona uma experiência mais personalizada para cada aluno e fomenta a emergência de processos criativos (Shuler, 2009).

A aprendizagem fora da sala de aula pode ser enriquecida com o recurso a tecnologia móvel, perspetivando o reforço das possíveis interações (e.g., com o meio, com os pares, com o professor, com a aplicação/dispositivo móvel) e a promoção de um papel mais ativo por parte dos alunos, através da utilização de ferramentas orientadoras que facilitam aspetos como a comunicação ou o feedback. Os dispositivos móveis podem facilitar a aprendizagem autêntica, ajudando os alunos a contactar com e a resolver problemas em contexto real, seja permitindo o acesso a ambientes virtuais, facilitando interações ou recolhendo/tratando/apresentando dados. Em particular, a tecnologia digital pode ajudar a desenvolver uma compreensão mais profunda da matemática, atuando como uma ferramenta de pensamento que facilita a exploração, a tomada de decisões, a reflexão, o raciocínio, a resolução de problemas e a colaboração (Fessakis et al., 2018). A extensão da sala de aula ao exterior é facilitada pela portabilidade e funcionalidade sem fios dos dispositivos móveis, que apresentam aos alunos um contexto e uma experiência mais significativa e adequada, facilitando a exploração do meio envolvente (Cahyono & Ludwig, 2019; Shuler, 2009). Os dispositivos móveis, e conseqüentemente as aplicações digitais, ajudam a estabelecer uma ponte entre contextos educacionais desenhados com uma intencionalidade pedagógica específica e uma aprendizagem situada em contexto real (Shuler, 2009), reforçando a aprendizagem. Esta articulação entre a aprendizagem fora da sala de aula e o recurso a dispositivos móveis pode tornar a educação STEM mais interessante, significativa e agradável para os alunos, aumentando as possibilidades do seu envolvimento nestas disciplinas, dentro e fora da sala de aula (Sung et al., 2016). Na literatura é possível encontrar várias perspetivas sobre a educação STEM, que variam entre a referência predominante a uma das disciplinas, a abordagem isolada das várias disciplinas ou uma abordagem integradora, sendo que esta última tem ganho maior visibilidade. Globalmente pode dizer-se que se trata de uma abordagem instrucional que integra o ensino das disciplinas de ciências e matemática, através do recurso a práticas de investigação científica, design tecnológico e de engenharia e análise matemática, focando temas do século XXI (Johnson, 2013), é ainda desejável que se estabeleçam conexões entre as diferentes disciplinas e que se use problemas em contexto real (e.g., Kelley & Knowles, 2016). Tendo por base as ideias anteriormente expostas, pode concluir-se que os trilhos matemáticos têm uma relação estreita com a educação STEM,



fomentando uma exploração contextualizada da matemática (em conexão com as ciências) com base em objetos e situações reais; promovendo o uso de tecnologias (e.g., dispositivos móveis, GPS) e/ou instrumentos de medição, entre outros, e o trabalho colaborativo.

Recentemente, foi criado um sistema que articula as dimensões da matemática fora da sala de aula e a aprendizagem através de dispositivos móveis, o MathCityMap (MCM). Este sistema tem duas componentes, uma app, concebida para smartphones e tablets, que permite ao utilizador realizar trilhos matemáticos; e um portal, que funciona como uma base de dados internacional, no qual as tarefas são criadas e publicadas, estando vinculadas a coordenadas GPS. As tarefas criadas no portal devem obedecer a um conjunto de critérios para serem adequadamente implementadas no contexto de um trilho matemático, destacando-se os seguintes: singularidade, cada tarefa deve ter associada uma fotografia que ajude a identificar o objeto sobre o qual a tarefa incide; presença, a tarefa só poderá ser resolvida no local, o que impede que o enunciado e a foto tenham informações reveladoras; atividade, ganhando destaque a ideia de que a matemática só pode ser totalmente compreendida através de uma experiência ativa (Jablonski et al., 2018).

No dispositivo móvel, o utilizador tem acesso ao trilho e às tarefas a serem resolvidas, que são localizadas espacialmente com a ajuda da funcionalidade GPS, e submete a solução recebendo feedback imediato acerca da validade da resposta. A app tem outras potencialidades como a possibilidade de consultar até três sugestões que pretendem ajudar o utilizador a chegar à solução quando sentir dúvidas na resolução de um determinado problema. As sugestões são formuladas como pistas orientadoras, sem a intenção de apresentar diretamente a solução, alertando, por exemplo, para condições do problema essenciais na sua resolução ou recordando fórmulas que podem estar esquecidas. O utilizador poderá ainda saltar tarefas e voltar à sua resolução se assim o desejar, por exemplo por sentir que está a investir demasiado tempo na resolução ou por se tratar de uma paragem que no momento tenha demasiados utilizadores em simultâneo, dificultando a recolha de dados (Figura 1).



Figura 1 – Vista de uma tarefa na app (Milicic et al., 2020).

Esta tecnologia digital tem-se mostrado útil na exploração da matemática no meio envolvente, apoiando professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem, inclusive na dimensão afetiva, espelhada nas atitudes positivas evidenciadas pelos seus utilizadores (Cahyono & Ludwig, 2019).

Metodologia

Dada a sua natureza, este estudo segue uma abordagem qualitativa e interpretativa (Erickson, 1986). A escolha por um paradigma interpretativo é sustentada pelo facto de se pretender compreender o modo como os participantes encaram e reagem a uma situação específica. Este estudo contou com a participação de quarenta e oito futuros professores, que frequentam um curso de formação de professores do ensino básico (6-12 anos). Os participantes estavam matriculados numa disciplina de Didática da Matemática, que serviu de contexto para a recolha de dados. As investigadoras eram as professoras responsáveis pela lecionação desta unidade curricular, aspeto que facilitou a realização do estudo, bem como o contacto com os participantes.

Para contextualizar o trabalho desenvolvido, importa primeiro sublinhar que estes futuros professores tinham pouca ou nenhuma experiência ao nível da matemática fora da sala de aula. Perante esta situação decidiu-se que seria pertinente aplicar um primeiro questionário (Questionário I), com a finalidade de aceder às experiências e perceções dos participantes acerca do ensino e da aprendizagem da matemática fora da sala de aula, bem como sobre a possibilidade de utilização de tecnologia digital neste



tipo de contexto. Após o preenchimento do primeiro questionário, realizaram um trilho matemático na cidade de Viana do Castelo utilizando o MCM. Havendo quarenta e oito participantes, e de modo a operacionalizar uma observação mais focada, optou-se por dividir o grupo a meio, implementando o trilho matemático duas vezes, com os estudantes distribuídos em grupos de 3 e 4 elementos. O trilho foi desenhado e organizado pelas investigadoras a partir dos princípios que enquadram esta estratégia, considerando também as potencialidades e limitações da aplicação no que refere ao design de tarefas: selecionar o local e as paragens, tendo em consideração oportunidades de explorar uma matemática rica e diversificada; tirar fotografias dos elementos em cada paragem para incluir no portal do MCM, associados a cada tarefa; formular as tarefas procurando diversificar os conteúdos, envolver diferentes níveis de exigência cognitiva e estabelecer conexões entre a matemática e o meio envolvente (Richardson, 2004; Shoaf et al., 2001). Na realização do trilho, cada grupo dispunha de um smartphone para aceder às tarefas e submeter as respostas, um metro articulado, uma calculadora e ainda papel e lápis para efetuar os registos necessários. Para melhor gerir os recursos e o trabalho em equipa, dividiram responsabilidades dentro do grupo, tendo um elemento ficado encarregue da navegação (smartphone), outro da recolha de dados (contagens e medições) e outro com os registos. O Questionário II foi aplicado após a implementação do trilho, com o intuito de analisar as mudanças nas perceções dos participantes e conhecer a sua opinião sobre a utilização do MCM.

Os dados foram recolhidos de forma holística, descritiva e interpretativa através da observação participante (reações ao longo do trilho matemático), dois questionários online, produções escritas dos participantes (resoluções das tarefas) e registos fotográficos. As investigadoras acompanharam os participantes durante a realização do trilho, observando in loco o trabalho desenvolvido por cada grupo, tomando notas sobre o seu desempenho. Os questionários foram elaborados com a intenção de aceder às perceções dos futuros professores sobre a matemática fora da sala de aula e a utilização de tecnologia digital, antes e depois da implementação do trilho. Continham principalmente perguntas abertas, com a intenção de obter respostas mais aprofundadas, sobre opiniões, interpretações e reações. As fotografias serviram como meio para ilustrar visualmente momentos específicos desta experiência, permitindo complementar a recolha de outros dados. As resoluções das tarefas de cada grupo foram solicitadas para melhor compreender o raciocínio dos futuros professores. Neste trabalho em particular não são consideradas as produções escritas referentes às



tarefas.

Os dados foram analisados seguindo uma abordagem indutiva, recorrendo à análise de conteúdo (Miles & Huberman, 1994). Após a leitura e consulta repetidas das informações recolhidas através dos diferentes métodos, os dados foram categorizados para sistematizar e cruzar as evidências referentes às percepções dos participantes com as que emergiram da observação. Através deste processo foi possível chegar a categorias de análise, influenciadas principalmente pelas questões de investigação, complementadas pelo enquadramento teórico e pelos dados recolhidos: reações ao trilha matemático; potencialidades da aplicação MathCityMap; e limitações da aplicação MathCityMap.

Resultados e Discussão

Nesta secção do artigo optou-se por apresentar e discutir os resultados seguindo a cronologia da recolha de dados. Começa-se por analisar as respostas ao Questionário I, passando aos aspetos emergentes da implementação do trilha matemático e posteriormente são analisadas as respostas ao Questionário II.

Questionário I

O primeiro questionário foi aplicado no início do semestre em formato online, para que as investigadoras pudessem ter um acesso facilitado às respostas dos participantes e para agilizar a análise dos dados. Pretendia-se conhecer as percepções iniciais destes futuros professores do ensino básico sobre: a possibilidade de se ensinar e aprender matemática fora da sala de aula; as suas experiências enquanto estudantes relacionadas com o outdoor; o conhecimento sobre tecnologia digital utilizada como recurso nesse contexto não formal. Por se tratar de um questionário com perguntas maioritariamente abertas, procurou-se realizar uma análise de conteúdo, no entanto esses resultados foram complementados com indicadores percentuais, de modo a perceber mais claramente as tendências nas respostas apresentadas pelos participantes.

Concluiu-se que a maioria destes futuros professores (cerca de 91%) considerou ser possível ensinar e aprender matemática fora da sala de aula. Foram usados vários exemplos para ilustrar esta opinião, nomeadamente: tarefas relacionadas com situações e rotinas do quotidiano; tarefas de contagem; tarefas relacionadas com dinheiro; compras; jogos; competições; clubes; saídas de campo; observação da



arquitetura/artesanato/formas no meio envolvente; a matemática na natureza; realização de um trilho. Apresentam-se alguns de respostas extraídas do questionário que sustentam estes resultados: *Tarefas relacionadas com situações e rotinas do quotidiano; tarefas de contagem; tarefas relacionadas com dinheiro; compras; jogos; competições; clubes; saídas de campo; observação da arquitetura/artesanato/formas no meio envolvente; a matemática na natureza; realização de um trilho; A Matemática encontra-se em todo o lado e faz parte do dia-a-dia mesmo sem nos apercebermos. Portanto, não é apenas na escola que existe contacto com a Matemática; Através de questões do quotidiano, levantar problemas, como por exemplo sobre o dinheiro, como o troco, descontos, percentagens e juros; Em tudo o que nos rodeia temos matemática, basta olhar para a paisagem e objetos e temos a geometria. Ao ir as compras...saber somar, subtrair, dividir e mesmo multiplicar está no nosso dia a dia; Através da identificação de padrões, figuras geométricas e quantidades presentes na natureza e entorno em geral, por exemplo; Em tudo o que nos rodeia podemos encontrar elementos matemáticos, por exemplo, em monumentos, casas, quadros entre outros; Atividades informais como Olimpíadas da Matemática, clubes ou visitas de estudo; Através do canguru matemático; Jogos lúdicos com a matemática sem ser em contexto de sala de aula; Realizando atividades como o “Escape Room” e “Peddy-Paper” nas quais os exercícios se focam no programa curricular da disciplina de Matemática.*

Sobre as suas experiências enquanto alunos, 87% dos participantes afirmaram nunca ter tido a oportunidade de vivenciar a matemática fora da sala de aula, facto que pode explicar as ideias genéricas e bastante vagas que tinham sobre como operacionalizar esta abordagem na perspetiva do professor: *Jogos; Participei num “Peddy-Paper” na qual as perguntas se focavam em problemas matemáticos; Aulas no espaço de recreio; Aula num campo de futebol para trabalhar os ângulos.* Estas evidências foram relevantes para que as investigadoras concluíssem que é realmente importante que os professores em formação experimentem certas metodologias e estratégias em primeira mão antes de as incorporarem nas suas futuras práticas e esta disciplina (Didática da Matemática) foi o contexto certo para o fazer.

Quanto ao conhecimento que detinham sobre a utilização de tecnologia digital como recurso para a exploração da matemática fora da sala de aula, cerca de 60% dos participantes reconheceram que não conheciam qualquer recurso digital para esse efeito. Esta situação não foi surpreendente, uma vez que um número significativo destes futuros professores assumiu não ter tido experiências prévias fora da sala de aula no que diz respeito ao ensino e aprendizagem da matemática. Os restantes 40% que

admitiram conhecer recursos dessa natureza, citaram exemplos como jogos digitais, aplicativos e robôs, mas nenhum permitia a exploração do meio envolvente, tinham apenas uma vertente lúdica, como se pode concluir das respostas que se apresentam: *Geogebra; Scratch; Jogos didáticos, programação; O Mouse robot, sphero 2.0, LEGO Education WeDo 2.0, Drone; Jogos que exercitam o raciocínio (puzzles, Sudoku, ...)*.

Trilho matemático com o MathCityMap

Antes da implementação do trilho matemático, as investigadoras realizaram uma sessão que teve como objetivo apresentar as principais funcionalidades da aplicação MCM, com foco na perspetiva do utilizador. Os participantes puderam ainda efetuar o download do trilho e analisar o percurso que teriam de fazer. Esta sessão também incluiu a referência a algumas orientações sobre a dinâmica de um trilho matemático.

Na aula seguinte, as investigadoras acompanharam os participantes até ao local da primeira tarefa e supervisionaram toda a atividade referente à realização do trilho. Os grupos foram extremamente autónomos na gestão do seu trabalho, considerando a aplicação de fácil utilização, o que pode explicar o facto de não terem evidenciado dificuldades dignas de nota a este nível. Em cada paragem acederam à respetiva tarefa, observando o objeto visado, e recolheram os dados necessário para a resolver e chegar à solução (e.g., fazer medições, observar formas, encontrar padrões, contar elementos). Para ilustrar a perspetiva do utilizador, apresenta-se o layout de uma tarefa deste trilho tal como se observa no dispositivo móvel (Figura 2):



Figura 2 – Exemplo de uma tarefa apresentada no MathCityMap.



Após a leitura da tarefa, os elementos de cada grupo decidiram entre si quais os procedimentos a aplicar e chegaram à resposta a submeter. A aplicação tinha ativa para este trilho a função de gamificação com a atribuição de pontos dependendo da correção da resposta, ou seja, se a resposta estivesse correta eram atribuídos 100 pontos, caso contrário, poderiam ser realizadas mais tentativas, mas o número de pontos diminuiria gradualmente. A função de gamificação foi um fator de motivação para os participantes: por um lado, ficavam empolgados quando a solução estava correta; por outro lado, implicou um maior cuidado antes da introdução das respostas, pois procuraram certificar-se da validade da resposta discutindo-a no seio de cada grupo. As sugestões foram outro recurso importante do MCM que os participantes destacaram como interessante e ao qual recorreram em algumas situações (Figura 3). Globalmente consideraram que poderia ser uma mais-valia nos casos em que os utilizadores tivessem dificuldades na resolução da tarefa proposta (e.g., *Não nos lembrávamos da fórmula para calcular o volume do cilindro; Não estávamos a compreender a pergunta*), contribuindo mais uma vez para uma utilização mais autónoma desta ferramenta.



Figura 3 – Exemplo de duas sugestões.

Quanto às tarefas que compuseram o trilho, pode dizer-se que eram diversificadas em termos de conteúdos e níveis de exigência cognitiva (principalmente exercícios e problemas), envolvendo, por exemplo: a determinação do volume de uma floreira; a estimativa do comprimento de uma avenida com base num padrão de candeeiros; a descoberta da probabilidade de acertar com um dardo na região branca de um sinal de proibição; caracterização das simetrias de rotação de um vitral; reconhecimento de numeração romana; resolução de problemas de processo; contagem de retângulos de

diferentes dimensões. Procurou-se proporcionar a estes futuros professores exemplos de tarefas autênticas e desafiantes (e.g., Jurdak, 2006; Tan & Nie, 2015; Vale & Barbosa, no prelo), evidenciando ainda a possibilidade de trabalhar conteúdos dos principais domínios da matemática escolar.

Foi bastante evidente que a dinâmica do trilho matemático com recurso ao MathCityMap desencadeou o trabalho colaborativo, intra e intergrupos, levando os participantes a partilhar responsabilidades (por exemplo, operacionalização da app no dispositivo móvel; realização de medições/recolha de dados; registo de dados e cálculos) (Figura 4).



Figura 4 – Momentos da implementação do trilho.

Observou-se ainda a cooperação entre diferentes grupos com o mesmo objetivo em mente (por exemplo, juntando vários metros articulados para medir um determinado comprimento). Os participantes mostraram entusiasmo ao longo de todo o percurso (e.g., *Temos de repetir isto mais vezes; As tarefas ganham vida; Isto assim dá para trabalhar vários temas, é mais interessante; Nós é que temos de procurar os dados e isso envolve-nos*), apesar de terem considerado uma ou duas tarefas mais complexas e exaustivas, devido aos cálculos extensos que tiveram de realizar (e.g., *Esta tarefa é mais difícil, são muitas contas e muitos passos, já tivemos de reiniciar várias vezes*). Procuraram alcançar a melhor pontuação possível no final do trilho, reagindo com motivação a cada feedback positivo após a submissão das respostas. Outro aspeto importante a destacar foi o reconhecimento frequente por parte destes futuros professores que o trilho matemático é uma boa estratégia e o MCM um bom recurso para o ensino e aprendizagem da matemática.

Questionário II

O segundo questionário foi também aplicado em formato online após a



implementação do trilho matemático com o MCM. Pretendia-se neste caso perceber possíveis mudanças nas percepções dos participantes e também a sua opinião sobre a aplicação, apontando potencialidades e limitações. As questões abordavam aspetos como: a importância de se ensinar e aprender matemática fora da sala de aula; o impacto da experiência do trilho matemático; a opinião acerca das tarefas do trilho; potencialidades e limitações do MCM na perspetiva do professor e do utilizador/aluno.

Foi possível concluir que todos os participantes, sem exceção, reconheceram a importância deste contexto não formal, nomeadamente como forma de complementar o que se aprende na aula de matemática. Ao contrário das respostas obtidas no Questionário I, todos ficaram convencidos da possibilidade de se ensinar e aprender matemática fora da sala de aula, o que significa que alguns destes futuros professores mudaram de opinião após a experiência realizada. Para sustentar as suas afirmações, os participantes argumentaram que fazer um trilho matemático: segue os princípios da aprendizagem ativa, promovendo um envolvimento intelectual, social e físico (e.g., *Com esta experiência cria-se uma melhor dinâmica de aprendizagem, bem como uma boa interação entre os alunos que se movimentam fora da sala de aula*); torna a aprendizagem mais significativa para os alunos porque estão diretamente envolvidos no processo de resolução das tarefas (e.g., *Foi algo diferente e fora do “normal” gerando maior interesse e entusiasmo em cada problema*); evidencia aspetos afetivos como a motivação, o entusiasmo e a curiosidade; ajuda a compreender a utilidade e a aplicabilidade da matemática (e.g., *Foi possível aplicar conhecimentos que aprendi dentro da sala de aula*); torna visíveis as ligações da matemática com o património cultural e natural (e.g., *Através desta experiência obtivemos reconhecimento de diversos pontos históricos do local em questão e também pudemos verificar que Matemática está presente em todo lado*); facilita o trabalho colaborativo e ajuda a desenvolver capacidades de comunicação, bem como o pensamento crítico (e.g., *O trabalho em grupo surgiu mais facilmente e foi muito positivo para resolver mais facilmente as tarefas*); pode levar à utilização de tecnologia (e.g., *A aplicação torna a atividade mais prática e interativa*).

A maioria dos participantes afirmou ter gostado de resolver as tarefas do trilho. As que destacaram como favoritas (ver exemplo na Figura 5) coincidiram com as que eram mais desafiantes, no sentido de serem tão fáceis de resolver ou rotineiras, ou as que contribuíram para o seu conhecimento sobre aspetos históricos e culturais associados aos elementos da cidade envolvidos no trilho, como se verifica nos exemplos de respostas que se seguem: *Porque apresentava um grau de dificuldade maior tornando-*

se mais desafiante; Fez-nos pensar um pouco mais sobre a sua resolução; A partir dessa tarefa, fiquei com um diferente ponto de vista dos monumentos e da presença da matemática no dia a dia; Gostei de resolver a tarefa do Monumento ao 25 de abril, pois aprendi um pouco mais sobre a história daquele monumento.

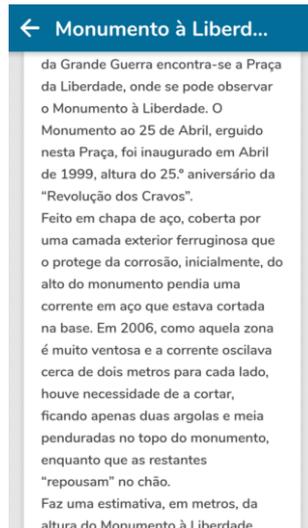


Figura 5 – Exemplo de uma tarefa selecionada como favorita.

As tarefas referidas como as que menos gostaram pela maioria dos participantes (ver exemplo na Figura 6) foram as que envolveram cálculos mais exaustivos ou demasiados passos para chegar à solução, o que provocou alguma desmotivação: *a resolução para chegar à resolução demorou mais; envolvia vários passos matemáticos; foi necessário fazer muitas medições e cálculos e começou a ficar confuso.*

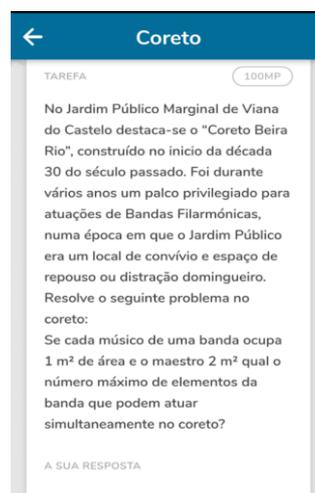


Figura 6 – Exemplo de uma tarefa selecionada como a que menos gostaram.



Quanto à utilização do MCM e à avaliação das respetivas funcionalidades, começa-se por analisar as perceções dos participantes sobre as potencialidades da aplicação na perspetiva do utilizador. Destacaram positivamente: a possibilidade de aplicação dos conhecimentos aprendidos na matemática escolar; ser amigável e intuitiva, promovendo a autonomia; facilitar a cooperação; promover o desenvolvimento de um olhar matemático no meio envolvente; mais interativa do que a versão de um trilho em papel; obtenção de feedback imediato; e o recurso à gamificação. Seguem-se algumas das respostas extraídas do questionário para sustentar as ideias anteriores: *Através desta aplicação podemos responder a questões matemáticas e aplicar conhecimentos adquiridos em sala de aula através da observação dos edifícios/objetos; Poder conhecer a cidade e entender que a matemática se encontra em todo o lado e podermos aplicá-la em situações do quotidiano; Dá ao aluno a capacidade de se organizar fora da sala de aula; O aluno apropria-se da tecnologia que tanto utiliza no dia para a resolução de tarefas segundo um mapa digital que os orienta; É mais interativa; É muito mais prático do que andar com papéis e permite aprender alguma história acerca dos contextos das tarefas; Motivação, descoberta, desenvolvimento do raciocínio, atividade física, competitividade através da atribuição de pontos, trabalho de grupo; Cooperação e entreaajuda através da divisão de tarefas.*

Do ponto de vista do professor as potencialidades mencionadas foram: a possibilidade de conceber e publicar tarefas adaptadas ao ambiente local; abordar diferentes conteúdos matemáticos e formular tarefas interdisciplinares; uma forma de diversificar os contextos educacionais; permitir ao professor supervisionar e acompanhar o trabalho desenvolvido pelos grupos, devido à autonomia que proporciona ao utilizador: *O facto de poder criar as tarefas adaptando às cidades e situações; Proporciona ao professor mais liberdade de abordagem às diferentes temáticas, não apenas matemática; Podem ser abordados diferentes conteúdos; Conseguir trabalhar as matérias com os alunos mais empenhados, pois é algo diferente e eles mostram-se mais interessados; Um fácil controlo da atividade, o que permite o professor dar apoio a todos os grupos; Observar como é que os alunos aplicam os conceitos matemáticos na vida real e se os compreendem.*

Foram também apontadas algumas limitações a esta aplicação, que optamos por não separar em termos da perspetiva do utilizador e do professor devido às sobreposições: a possível falta de acesso à rede Wi-Fi (e.g., *As limitações podem surgir do material informático, pois para a utilização da app requer obrigatoriamente possuir um telemóvel que tenha internet e que permita descarregar a app*); o facto de alunos

mais jovens normalmente não possuem smartphones ou tablets (e.g., *Em certas faixas etárias podem faltar telemóveis ou tablets*); e, em termos de tarefas, a limitação dos formatos de resposta a um valor exato, intervalo ou escolha múltipla (e.g., *Falta de diversificação das perguntas*).

Conclusões

Como já se referiu anteriormente, havia indicadores resultantes de estudos prévios, realizados na formação de professores (e.g., Barbosa & Vale, 2016; Barbosa & Vale, 2018; Vale et al., 2019), que apontavam que a formulação e implementação de trilhos matemáticos podem desencadear atitudes positivas em relação à matemática e facilitar o estabelecimento de conexões com o meio envolvente, dando sentido à matemática. Este tipo de experiência ajuda a desenvolver as competências matemáticas de quem concebe os trilhos, bem como dos seus utilizadores (Vale et al., 2019), fazendo emergir a utilidade e as aplicações da matemática.

Este estudo focou-se numa dimensão diferente, a perspetiva do resolvidor do trilho matemático e não do formulador. Pretendeu-se compreender as perceções de futuros professores do ensino básico sobre a utilização de tecnologia digital, o MCM, na exploração da matemática fora da sala de aula, focando particularmente as reações dos participantes e a identificação de potencialidades e limitações na aplicação.

No que refere às reações evidenciadas, pode dizer-se que, globalmente, houve uma mudança ou um reforço da opinião de alguns dos participantes no que refere à possibilidade de se ensinar e aprender matemática fora da sala de aula, ficando, após esta experiência, com uma ideia mais clara de como planear e operacionalizar este trabalho. Os grupos foram extremamente autónomos na gestão do seu trabalho ao longo do trilho e não evidenciaram dificuldades significativas na utilização da app. A ativação da função de gamificação suscitou motivação e um maior cuidado na resolução das tarefas para se certificarem da sua correção. Destacaram positivamente as sugestões como uma forma de desbloquear o raciocínio e promover uma utilização não tão dependente do professor, libertando-o para outras funções. Envolveram-se naturalmente numa aprendizagem ativa, valorizando as interações intra e intergrupos, reagindo com entusiasmo à maioria das tarefas mas também à aplicação. A reação foi menos positiva em tarefas que exigiam cálculos ou procedimentos mais exaustivos. Valorizaram a experiência do trilho matemático como uma estratégia significativa para envolver os alunos na resolução de problemas em contexto real (Richardson, 2004), e



como um meio facilitador de oportunidades para o estabelecimento de conexões entre a matemática e outras áreas de conteúdo, bem como com a vida real (Bonotto, 2001). A aprendizagem ativa foi também apontada pelos participantes como atributo fundamental num trilho matemático, permitindo o envolvimento intelectual, físico e social, cuja interação gera normalmente atitudes positivas (Vale et al., 2019).

O MathCityMap foi utilizado como uma ferramenta de apresentação e execução do trilho, por isso, tendo sido uma nova dimensão neste estudo, procurou-se perceber o seu impacto nos participantes. Estes futuros professores destacaram positivamente a utilização da app, achando-a amigável e motivadora, sobretudo devido à funcionalidade de gamificação e ao feedback imediato. Mencionaram também como positivo o seu contributo para o desenvolvimento da orientação espacial, da cooperação, da autonomia dos alunos e ser mais prática e interativa do que a versão em papel. As únicas limitações reconhecidas pelos participantes relacionaram-se com constrangimentos como a possível ausência de Wi-Fi ou smartphones/tablets e também as possibilidades limitadas em termos de formatos de resposta. Importa, no entanto, referir dois aspetos: o MCM permite a realização de trilhos sem necessidade de ter uma rede Wi-Fi ativa, sendo apenas utilizada no momento do download do trilho para o dispositivo móvel; o sistema MCM está em processo de atualização desde a sua criação, sendo tidas em consideração, na medida do possível, as necessidades dos utilizadores, e neste momento o portal dispõe de um leque mais alargado de formatos de resposta para além dos que estes participantes utilizaram.

Em conclusão, a implementação do trilho matemático com o MathCityMap, permitiu reconhecer uma motivação adicional associada às funções digitais e interativas da aplicação, que facilitou e tornou mais interessante a exploração da matemática fora da sala de aula (Cahyono & Ludwig, 2019). Trabalhando com professores na sua formação inicial, os participantes deram a sua opinião não só como utilizadores da app mas também como futuros professores, avaliando o potencial da estratégia (trilho matemático) e do recurso digital (aplicação MCM), analisando como poderiam implementá-la. Reconhecendo a importância de acompanhar o desenvolvimento tecnológico e as exigências da sociedade, todos consideraram a possibilidade de integrar este recurso, e a estratégia do trilho matemático, nas suas práticas pedagógicas. Tendo em conta este interesse e dada a pertinência desta ferramenta, perspectivamos dar continuidade a este trabalho na formação inicial de professores tendo como foco a formulação de trilhos matemáticos e, particularmente, o design de tarefas



no MathCityMap.

Referências Bibliográficas

- Barbosa, A., & Vale, I. (2016). Math trails: meaningful mathematics outside the classroom with preservice teachers. *JETEN*, 12, 49-63. <https://etenjournal.com/2020/02/07/math-trails-meaningful-mathematics-outside-the-classroom-with-pre-service-teachers/>
- Barbosa, A., & Vale, I. (2018). Math Trails: a resource for teaching and learning. In V. Gitirana, T. Miyakawa, M. Rafalska, S. Soury-Lavergne, & L. Trouche (Eds.) *Proceedings of the Re(s)ources 2018 International Conference* (pp. 183-186). ENS de Lyon.
- Bonotto, C. (2001). How to connect school mathematics with students' out-of-school knowledge. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(3), 75-84.
- Cahyono, A. N., & Ludwig, M. (2019). Teaching and Learning Mathematics around the City Supported by the Use of Digital Technology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(1), 1-8. <https://doi.org/10.29333/ejmste/99514>
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M.C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). Macmillan.
- Fessakis, G., Karta, P., & Kozas, K. (2018). Designing Math Trails for Enhanced by Mobile Learning Realistic Mathematics Education in Primary Education. *iJEP*, 8(2), 49-63. <https://doi.org/10.3991/ijep.v8i2.8131>
- Johnson, C. (2013). Conceptualizing Integrated STEM Education. *School Science and Mathematics*, 113(8), 367-368. <https://doi.org/10.1111/ssm.12043>
- Jurdak, M.E. (2006). Contrasting Perspectives and Performance of High School Students on Problem Solving in Real World, Situated, and School Contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 283–301. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9008-y>
- Kelley, T. R., & Knowles, J. G. (2016). A Conceptual Framework for Integrated STEM Education. *International Journal of STEM Education*, 3(1), 11. <https://doi.org/10.1186/s40594-016-0046-z>
- Kenderov, P., Rejali, A., Bartolini Bussi, M., Pandelieva, V., Richter, K., Maschietto, M., Kadijevich, D., & Taylor, P. (2009). Challenges Beyond the Classroom-Sources and Organizational Issues. In E. Barbeau, & P. Taylor (Eds.), *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom - New ICMI Study Series 12* (pp. 53-



- 96). Springer.
- Jablonski, S., Ludwig, M., & Zender, J. (2018). Task Quality vs. Task Quantity. A dialog-based review system to ensure a certain quality of tasks in the MathCityMap web community. In H.G. Weigand, A. Clark-Wilson, A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, N. Grønbaek & J. Trgalova (Eds.), *Proceedings of the Fifth ERME Topic Conference (ETC 5) on Mathematics Education in the Digital Age (MEDA)* (pp. 115-122). University of Copenhagen.
- Ludwig, M., & Jablonski, S. (2019). Doing Math Modelling Outdoors - A Special Math Class Activity designed with MathCityMap. In *5th International Conference on Higher Education Advances (HEAd'19)* (pp. 901-909). Editorial Universitat Politecnica de Valencia.
- Miles, M.B., & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative Data Analysis* (2nd edition). Sage Publications.
- Milicic, G., Jablonski, S., & Ludwig, M. (2020). *Teacher Training for Outdoor Education - Curricula Development for the MathCityMap System*. In *ICERI20 Proceedings* (pp. 3514-3522). IATED.
- National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles to Actions - Ensuring Mathematical Success for All*. NCTM.
- Richardson, K. (2004). Designing math trails for the elementary school. *Teaching Children Mathematics*, 11, 8-14. <https://doi.org/10.5951/TCM.11.1.0008>
- Shoaf, M., Pollak, H., & Schneider, J. (2004). *Math Trails*. COMAP-Stake.
- Shuler, C. (2009). *Pockets of potential – Using mobile technologies to promote children's learning*. Attn Publications Department.
- Smith, M., & Stein, M. K. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Corwin Press.
- Sung, Y., Chang, K., & Liu, T. (2016). The effects of integrating mobile devices with teaching and learning on students' learning performance: A meta-analysis and research synthesis. *Computers & Education*, 94, 252-275. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2015.11.008>
- Tan, J.L., & Nie, Y. (2015). The role of authentic tasks in promoting twenty-first century learning dispositions. In Y. H. Cho, I. S. Caleon, & M. Kapur (Eds.), *Authentic problem solving and learning in the 21st century: Perspectives from Singapore and beyond* (pp. 19-39). Singapore: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-981-287-521-1_2
- Vale, I., & Barbosa, A. (no prelo). Visualization - a pathway to mathematical challenging



tasks. In R. Leikin, C. Christou, A. Karp, D. Pitta-Pantazi, & R. Zazkis (Eds.), *Mathematical challenge for all*. Springer.

Vale, I., Barbosa, A., & Cabrita, I. (2019). Mathematics outside the classroom: examples with preservice teachers. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, 2(3), 138-142.