

AS COMPETÊNCIAS QUE A CALCULADORA GRÁFICA PROMOVE NO ENSINO/APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: UM ESTUDO DE CASO NUMA TURMA DO 11.º ANO

Dulce Silva

Escola Secundária Doutor Ginestal Machado Santarém
dulcebeatrizsilva@gmail.com

Sónia Raquel Seixas

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Santarém
sonia.seixas@ese.ipsantarem.pt

Resumo

Na sociedade em constante mudança onde actualmente vivemos, o acelerado desenvolvimento científico e tecnológico exige uma nova postura da escola na formação dos alunos como cidadãos críticos, activos, esclarecidos e responsáveis, de forma a facilitar-lhes uma plena integração na sociedade. Deste modo, é fundamental a implementação em sala de aula, de mudanças e estratégias de inovação pedagógica que se reconheçam capazes de transformar a escola de modo a obter melhorias significativas na Educação, onde se inclui a integração das novas tecnologias.

Sendo a calculadora gráfica de uso obrigatório na disciplina de Matemática e face às suas potencialidades educativas, no decurso do Ensino Secundário deve ser dada uma especial relevância à sua utilização em sala de aula de modo a estimular nos alunos o desenvolvimento de competências científicas e sociais.

Neste sentido, visando o desenvolvimento de estratégias que conduzam a melhorias significativas no ensino/aprendizagem da Matemática pretende-se, com o presente estudo, identificar as competências desenvolvidas pela utilização desta ferramenta pedagógica.

O estudo incidiu sobre os vinte e dois alunos que constituem uma turma do 11.º ano de escolaridade, com idades compreendidas entre os quinze e os dezassete anos. A metodologia adoptada foi de índole qualitativa e interpretativa, designadamente o estudo de caso, dado que as suas características apontavam este *design* de investigação como sendo apropriado para o tipo de pesquisa que se pretendia realizar. Os instrumentos utilizados para a recolha de dados basearam-se na observação



participante, gravação em vídeo de algumas aulas e na realização de entrevistas semi-estruturadas a todos os alunos da turma.

Dos resultados obtidos do estudo conclui-se que a utilização da calculadora gráfica beneficiou atitudes mais positivas dos alunos em relação à Matemática, nomeadamente atitudes de persistência na resolução de situações problemáticas, desenvolveu a autonomia e a capacidade de argumentação, o espírito crítico e de iniciativa, o espírito de equipa e cooperação e a auto-confiança. Os alunos salientaram, igualmente, a importância das tarefas a propor em sala de aula, de forma a criar um ambiente mais activo, mais dinâmico e mais estimulante, surgindo este, no seu discurso, como um factor determinante no sucesso das aprendizagens.

Palavras-chave: Inovação Pedagógica; Matemática; Ensino/Aprendizagem da Matemática; Calculadora Gráfica.

Abstract

In today's ever-changing society, Education takes an increasingly greater role in shaping tomorrow's world. The fast development of both scientific and technological communities urges school to approach students differently, by regarding them as responsible, informed and socially-active citizens, to provide an appropriate integration in society.

As such, it is of the utmost importance to implement changes and pedagogical innovations within the classroom, among which figure the use of information technologies. Doing so, they would greatly improve Education as a whole.

Since graphic calculators are mandatory as far as Mathematics is concerned, special attention should be given to its use in classes throughout High School, as, due to its educational features, they may be used to stimulate students' scientific and social abilities.

In order to acknowledge different strategies, which may boost the teaching/learning of Mathematics, the presented case-study was carried out as a means to identify what abilities were developed through the use of this pedagogical tool. The case-study approached twenty two eleventh grade students of the same class, with ages ranging from fifteen to seventeen years old.

The chosen methodology focused on qualitative and interpretative analysis,



especialmente o caso mencionado, que, pelas suas características, tornou este enfoque adequado para a situação. Os métodos de recolha de informação basearam-se na observação participante, gravação em vídeo das aulas e entrevistas semiestructuradas (entrevistas gravadas em fita transcritas integralmente) realizadas a todos os alunos.

Pode-se concluir desta investigação que o uso de calculadoras gráficas incutiu uma atitude mais positiva dos alunos em relação à Matemática, melhor desempenho ao resolver problemas, desenvolvimento da autonomia e das capacidades de argumentação, pensamento crítico e iniciativa, trabalho em equipa, cooperação e autoconfiança. Os alunos salientaram a importância das tarefas em aula como forma de assegurar um ambiente mais activo, dinâmico e estimulante para estudar, sendo este um dos factores-chave para o sucesso da aprendizagem.

Keywords: Pedagogical Innovations, Mathematics, Teaching/Learning of Mathematics, Graphing Calculator.

Introdução

Ao longo das últimas décadas têm ocorrido na sociedade desenvolvimentos e mudanças a nível social, económico, científico e tecnológico num ritmo extremamente acelerado, que exigem do Homem um conhecimento diversificado, contextualizado e capaz de possibilitar uma convivência crítica com as mudanças que ocorrem, o que se traduz na necessidade constante de repensar a Educação e a Escola.

Nesse sentido, os efeitos da globalização e a sociedade emergente mergulhada em permanente mudança, têm-se apresentado como um desafio constante à sociedade em geral e, naturalmente, à escola e a todo o sistema educativo em particular pois, como refere Tavares (1996), as mudanças que ocorrem na escola estão interligadas com a evolução da sociedade em geral.

É certo que o desenvolvimento e o avanço das sociedades exigem, a cada instante, respostas inovadoras aos diversos problemas que se colocam, sendo a sociedade actual chamada frequentemente a pronunciar-se sobre as mais diversas problemáticas nacionais e internacionais, pelo que os indivíduos devem estar preparados e informados de modo a desenvolver uma atitude interveniente, construtiva e crítica que permita melhorar a qualidade do mundo em que nos



integramos. Partilhando desta ideia, Morgado e Carvalho (2004) salientam a importância dos alunos desenvolverem “*competências que lhes permitam continuar a aprender ao longo da vida*” (p. 107). Desta forma, desenvolver as competências de argumentação, o pensamento crítico, a capacidade reflexiva e de abstracção dos alunos torna-se essencial já que têm sido referidas como competências fundamentais numa educação científica que pretenda promover a educação para a cidadania (Erduran & Osborne, 2005).

Desta forma, é urgente encontrar e explorar novas alternativas que, em sala de aula, possam tornar-se marcos importantes, ou seja, situações inovadoras que proporcionem a construção e valorização de aprendizagens. Neste sentido, Zanchet, Leal, Islabão e Larroque, (2007) afirmam que “*todo o adolescente, que actualmente tem acesso a tantas informações, quando consegue receber uma informação na sala de aula e essa informação se torne significativa e interessante para ele, então isso é inovador.*” (p. 126).

O caminho a percorrer pelos professores comprometidos com o progresso da sociedade, fomentando situações de verdadeira inovação preparando assim os jovens para o futuro que se adivinha cada vez mais incerto, passa, necessariamente, por criar “*contextos de aprendizagem incomuns relativamente aos que são habituais nas escolas, como alternativa à insistência nos contextos de ensino*” (Fino, 2008, p. 1). Nas palavras de Sousa e Fino “*é esse o sentido da inovação: antecipar no presente o futuro que se desconhece. Provocar, localmente e avant la lettre, paradigmas novos.*” (2007, p. 13).

Numa sociedade altamente tecnológica como a dos nossos dias, a Matemática apresenta-se como uma ferramenta essencial que pode e deve contribuir, de forma significativa, para ajudar os cidadãos a tornarem-se autónomos, críticos, activos e competentes. Cada vez mais, a sociedade exige ao comum cidadão competências que apelam ao raciocínio matemático, sobretudo capacidades como ser capaz de resolver problemas, tomar decisões, compreender e estabelecer relações ou aplicar ideias matemáticas a problemas simples (Abelló, 1997; NCTM, 1991).

Aprender e saber Matemática no mundo actual visa sobretudo desenvolver o raciocínio, a capacidade crítica de argumentação e de abstracção, pelo que, deve ser uma competência prioritária nas sociedades dos nossos dias. Importa pois “*saber que são hoje as competências matemáticas essenciais a todos os cidadãos*” (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 10).



Todavia, de acordo com a terceira edição do estudo PISA (2006) da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) revelou, relativamente aos conhecimentos científicos que foram os mais testados nesta edição, que os alunos portugueses alcançaram uma pontuação de 474, o que coloca Portugal em 37º lugar entre os 57 países que participaram no estudo.

No que se refere aos conhecimentos matemáticos, os resultados não sofreram alterações face ao mesmo estudo realizado em 2003, havendo uma manutenção precisa dos resultados de 2003 para 2006 o que revela que o desempenho dos estudantes portugueses de 15 anos ficou 32 pontos abaixo da média da OCDE (466 contra 498) e 18 abaixo da média total, fixada nos 484.

Os jovens portugueses com idades compreendidas entre os 15-16 anos, que completaram pelo menos seis anos do ensino formal, situam-se longe das classificações obtidas por indivíduos com o mesmo perfil etário e escolar de países como a Finlândia, Coreia do Sul, Nova Zelândia, Canadá, ou mesmo da média da OCDE. Apenas 5,7 % dos alunos Portugueses detém competências consideradas excelentes na área da Matemática.

O relatório da OCDE “Mathematics in Industry” publicado em Julho de 2008, mostrou existir uma relação directa entre as inovações de base tecnológica a investigação científica e a literacia Matemática. No mesmo relatório, salienta-se que o deficiente domínio da Matemática quer seja de um indivíduo, de uma organização ou até de um país, para além de configurar uma menor capacidade de compreensão do Universo, numa perspectiva Humanista, é também um obstáculo à própria competitividade e ao desenvolvimento.

Nos últimos anos, face ao crescente desenvolvimento da sociedade tecnológica, as calculadoras gráficas têm-se afirmado como ferramenta e instrumento de trabalho no contexto das aulas de Matemática do ensino secundário capazes de provocar mudanças significativas no ensino e aprendizagem desta disciplina. Todavia, ainda que todos reconheçamos as suas potencialidades e cientes de que são consideradas agentes fundamentais na mudança do currículo (NCTM, 2000), detectamos frequentemente, que muitos alunos continuam a chegar ao final do décimo segundo ano sem terem conseguido utilizar a calculadora gráfica no desenvolvimento de aprendizagens significativas, nomeadamente na resolução de problemas e de questões de natureza investigativa que promovem competências científicas e sociais que seriam desejáveis que todos os alunos atingissem. Assim sendo, apesar de estar



tão presente na legislação sobre educação *“temos de reconhecer que a tecnologia está ainda demasiado arredada do dia-a-dia da escola”* (Silva, 2003, p. 1).

Salienta-se que a forma como as ferramentas tecnológicas, neste caso as calculadoras gráficas, são utilizadas em contexto de sala de aula reveste-se de extrema importância na aquisição das competências requeridas na formação dos alunos. Sabemos que não é pelo simples facto de dispormos da possibilidade de utilizar as calculadoras que as competências referidas são desenvolvidas, torna-se fundamental enfrentar e confrontar situações novas, inovadoras, pensadas, reflectidas e analisadas de forma consciente, necessárias na aprendizagem em geral e desta disciplina em particular.

Pretende-se ainda realçar que as capacidades gráficas da calculadora viabilizam uma mudança efectiva na abordagem de alguns conteúdos, perspectivando o ensino e aprendizagem da disciplina de modo profundamente inovador. Mas, para que isso seja possível, importa conhecer e compreender a forma como os alunos utilizam a calculadora. Pelo que, fomentar a sua utilização adequada incentivando o desenvolvimento do espírito de pesquisa, a capacidade de formular e resolver problemas contribuindo para uma atitude positiva, inovadora e construtivista de aprendizagens face ao desenvolvimento da ciência e em particular da matemática, são objectivos a atingir no decurso do Ensino Secundário.

Em simultâneo importa valorizar o papel das interacções sociais no desenvolvimento sócio-cognitivo e na apropriação de conhecimentos na disciplina de Matemática, o que se tem vindo a confirmar em diversas investigações que se basearam nos pressupostos de Vygotsky (César, 1994, 2003; Doise & Mugny, 1981; Perret-Clermont, 1976/1978; Schubauer-Leoni, & Perret-Clermont, 1997).

Na escola, a aprendizagem emerge das múltiplas interacções entre alunos e professores e entre alunos em ambientes de trabalho cooperativo. Neste sentido, Gardete, Oliveira e César (2006) salientam que é fundamental aprender a viver e a interagir em grupo, respeitando as ideias dos colegas, discutindo as melhores estratégias de resolução de problemas, sendo pedido aos alunos que, para além de se apropriarem de conhecimentos, desenvolvam competências essenciais à sua vida futura.

Correia, César e Reis (2003) consideram que o trabalho colaborativo, nomeadamente em díade (par) é muito importante na aprendizagem da Matemática, dado que esta estratégia surge como uma opção metodológica promissora, no que



concerne ao desenvolvimento de competências e promoção do pensamento, aquando da realização de actividades de investigação, da resolução de problemas e na discussão de assuntos controversos. Nesse sentido, o NCTM (2008) aponta para que a *“construção de uma comunidade de aprendizagem, na qual os alunos trocam ideias matemáticas não só com o seu professor mas também com os seus colegas, deverá ser um objectivo a atingir em todas as salas de aula”* (p.151).

Enfatiza-se a necessidade de propor tarefas mais envolventes de aprendizagem, cujas temáticas e respectiva exploração seja feita em articulação com as outras áreas do saber, onde as calculadoras gráficas assumem um importante papel na medida em que podem estabelecer conexões quando utilizadas como meios incentivadores do espírito de pesquisa e do espírito crítico.

O grande desafio que estas ferramentas colocam aos professores de Matemática é saber se a sua utilização poderá contribuir para a emergência de alterações significativas no ensino e aprendizagem desta disciplina, ou se continuará a ser a pior disciplina do percurso escolar para a maioria dos alunos. Nesse sentido, um longo e sinuoso caminho teremos que percorrer pois, como salienta Ponte (1995), embora a Matemática tenha uma relação muito especial com as calculadoras e os computadores, os professores e os próprios matemáticos têm demorado a perceber como tirar partido da sua utilização. Consequentemente, é necessário investigar as condições que são requeridas para que a utilização da calculadora gráfica beneficie o processo de ensino/aprendizagem da Matemática.

Tendo em consideração esta problemática, o objectivo principal deste estudo remete para a investigação das competências que a calculadora gráfica promove ou ajuda a promover nos alunos de uma turma do 11º ano do Ensino Secundário. Nestas circunstâncias, não podemos desprezar a forma como são também utilizadas as potencialidades da calculadora gráfica, pelo que se considerou de extrema importância, conhecer a postura dos alunos face à utilização da calculadora gráfica e as relações que os alunos estabelecem com a mesma.

Consequentemente, procuramos obter com esta investigação, dados pertinentes para possam contribuir para uma melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática na realização das tarefas que requerem a utilização da calculadora gráfica, nomeadamente na criação de ambientes de trabalho ricos e estimulantes.

Assim, com este propósito, procurou-se responder às seguintes questões de investigação:



- A. Que competências a utilização da calculadora gráfica promove nos alunos?
- B. Que tipo de trabalho planeiam os alunos, na resolução das questões propostas nas actividades da disciplina de Matemática, que promova o desenvolvimento destas competências?
- C. Quais as dificuldades com que se deparam os alunos aquando da utilização da calculadora gráfica?
- D. O trabalho desenvolvido em pares permitirá aos alunos desenvolver de forma mais eficiente as competências requeridas?
- E. Que comportamentos e atitudes que deve possuir o professor de Matemática para ajudar os alunos a desenvolver essas competências?

Metodologia

Em termos metodológicos adoptou-se uma metodologia qualitativa e interpretativa designadamente o estudo de caso, dado que as características do estudo que se pretendia realizar apontavam este *design* de investigação como sendo o mais apropriado. Bogdan e Biklen (1994) identificam cinco características que uma investigação qualitativa pode possuir: (a) a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; (b) os dados recolhidos são na sua essência descritivos; (c) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelos processos do que pelos resultados ou produtos; (d) os investigadores qualitativos tendem a analisar os dados de forma indutiva; e (e) é dada especial importância ao ponto de vista dos participantes. Neste sentido, pretendia-se com a concretização desta investigação obter dados ricos em pormenores descritivos, relativamente aos seus intervenientes, como forma de compreender e interpretar os fenómenos, na sua complexidade.

Optou-se pelo estudo de caso pois, segundo Merriam (1988) esta metodologia é um *design* particularmente adequado para lidar com situações da prática pedagógica em que se pretende alargar o conhecimento sobre vários aspectos da educação.

Por conseguinte, de forma a tornar possível abarcar um conjunto significativo de informações relevantes para o problema em estudo, optou-se por incidir a investigação numa amostra de vinte e dois alunos que constituíam uma turma do 11.º ano. A escolha deste ano de escolaridade deveu-se ao facto de ser neste nível que já há por parte dos alunos uma familiarização com a calculadora gráfica pois ao nível do



10º ano, de uma maneira geral, os alunos estabelecem ainda os primeiros contactos com estas calculadoras, sendo por isso mais difícil identificar as competências que a utilização da calculadora promove.

Na presente investigação, a recolha de dados e as observações recaíram sobre os alunos da turma, sobretudo em contexto natural de sala de aula. Sendo este estudo de natureza qualitativa, envolveu a obtenção de dados descritivos, relevando mais o processo do que o produto, havendo a preocupação de retratar a perspectiva dos participantes.

No presente estudo, a investigadora para além de desempenhar o papel de observadora participante é igualmente a professora de Matemática desta turma. A investigadora não é, neste caso, um elemento perturbador ou estranho no ambiente o que se pôde confirmar através da actuação dos alunos que decorreu da forma mais natural possível. Salientando esta vantagem, Bogdan e Biklen (1994) afirmam que a investigação em educação pode tirar partido da relação de proximidade existente entre o investigador e o objecto de estudo.

Instrumentos de recolha de dados

Para a recolha de dados recorreu-se à observação participante, a notas de campo, à gravação em vídeo de algumas aulas e a entrevistas semi-estruturadas (entrevistas áudio - gravadas e transcritas na sua totalidade) a todos os alunos de uma turma do 11.º ano de escolaridade (Tabela 1).

As tarefas de trabalho organizadas para as aulas observadas consistiram na proposta de fichas de trabalho que abordavam os conteúdos que estavam a ser leccionados, nomeadamente sob a forma de problemas. Todas as tarefas propostas foram situações problemáticas ligadas a um contexto real, cuja resolução envolve a utilização da calculadora gráfica.

No decorrer da observação directa das aulas procedeu-se também ao registo de notas que se consideraram pertinentes de forma a facilitar a compreensão de algumas situações ocorridas durante a realização das tarefas propostas aos alunos.

A entrevista foi semi-estruturada de forma a possibilitar maior liberdade de resposta dentro da temática em estudo. As questões incluídas na entrevista tiveram como base obter dados pertinentes de forma a integrar as respostas nas áreas temáticas fundamentais para obter respostas às questões desta investigação: “A



importância da Matemática”, “Como se aprende Matemática”, “Potencialidades da calculadora gráfica”, “Planificação do trabalho a realizar com a calculadora gráfica”, “Dificuldades inerentes à utilização da calculadora gráfica”, “Eficácia do trabalho de Pares” e “Atitudes e comportamentos dos professores visando o desenvolvimento de competências nos alunos”.

Instrumento de recolha de dados	Descrição
Observação	<ul style="list-style-type: none"> • Preenchimento da grelha de observação de aulas
Gravações vídeo	<ul style="list-style-type: none"> • Em momentos de introdução e realização de tarefas a desenvolverem com a utilização da calculadora gráfica, e em trabalho de pares com discussões de resultados alargadas ao grupo turma
Notas de Campo	<ul style="list-style-type: none"> • No decurso da observação directa das aulas foram registadas notas que se consideraram pertinentes.
Entrevistas	<ul style="list-style-type: none"> • Semi-estruturadas: • Uma a cada aluno da turma

Tabela 1 – Instrumentos de recolha de dados

Análise de conteúdo

Relativamente às entrevistas procedeu-se ao seu registo em áudio pois, como refere Tuckman, a gravação da entrevista permite “*obter os dados desejados com a máxima eficácia e a mínima distorção*” (2002, p. 348). Os dados forneceram as necessárias citações (do sujeito) para ilustrar e substanciar a apresentação dos resultados, na linha do que indicam Bogdan e Biklen: “*A palavra escrita assume particular importância na abordagem qualitativa, tanto para o registo dos dados como para a disseminação dos resultados*” (1994, p. 49).

No que se refere à análise de conteúdo, procedeu-se em conformidade com os procedimentos de Bardin (2007), reunindo as transcrições das vinte e duas entrevistas com as quais se constituiu o corpus da pesquisa. Em seguida procedeu-se à codificação e categorização, ou seja à análise do material de forma a permitir uma descrição das características importantes do conteúdo dessas informações, sendo que, as categorias correspondem a conjuntos de elementos com caracteres comuns,



agrupados de acordo com critérios previamente definidos.

Os domínios e as categorias que emergiram do discurso dos sujeitos encontram-se sintetizados na tabela seguinte.

Domínios	Categorias	Nº de unidades de registo	Nº de sujeitos
Importância da Matemática	• Raciocínio lógico	21	15
	• Vida escolar	17	16
	• Vida quotidiana	6	5
	• Relevância social	5	5
	• Evolução tecnológica	3	3
A aprendizagem da Matemática	• Exercícios práticos	49	21
	• Conhecimentos teóricos	26	14
	• Ambiente da sala de aula propício à aprendizagem	6	4
	• Ter bom raciocínio	4	4
	• Novos desafios	3	1
	• Trabalho autónomo dos alunos	2	12
	• Usar a calculadora e/ou o computador	1	1
Potencialidades da calculadora gráfica	• Desenvolve o raciocínio/ espírito crítico	42	20
	• Facilita a aprendizagem	14	11
	• Eficiente na construção de gráficos	9	8
	• Permite resolver outros exercícios	9	8
	• Permite a confirmação dos resultados obtidos analiticamente/ complemento do trabalho teórico	5	5
	• Motiva a aprendizagem	5	4
	• Desvantagens da utilização da calculadora gráfica	3	3
	• Autonomia e confiança em si próprio	1	1
	• Promove o espírito técnico	1	1
	• Armazena dados	1	1
Planificação do trabalho a realizar com a calculadora gráfica	• Analisar o problema	18	15
	• Escolha da janela de visualização	8	6
	• Tópicos / esquemas	3	3
Dificuldades inerentes à utilização da calculadora	• Escolha da janela de visualização	14	14
	• Interpretação dos resultados	4	4
	• <i>Mode</i> a utilizar	3	3
	• Escrita matemática	2	2
	• Técnicas	2	2
Eficácia do trabalho de pares	• Promove o trabalho de grupo/ permite troca de ideias	18	15
	• Desvantagens	4	4
	• Aprendizagem mais divertida	1	1
Atitudes e	• Propor problemas	20	16



comportamentos dos professores visando o desenvolvimento de competências nos alunos	• Acompanhamento dos alunos na utilização da calculadora	14	11
	• Trabalho autónomo dos alunos	8	11
	• Aulas específicas com a calculadora	2	2
	• Formação dos professores em calculadoras	1	1

Tabela 2: Domínios, categorias, número de unidades de registo e de sujeitos

Resultados

Análise das entrevistas

No que respeita à “Importância da Matemática”, o desenvolvimento do “Raciocínio lógico” e a importância na “Vida escolar” sobressaem como sendo os aspectos essenciais e mais valorizados na importância da disciplina na formação científica e social dos alunos.

Na categoria “Raciocínio lógico” identificaram-se vinte e uma unidades de registo que dizem respeito a quinze dos vinte e dois sujeitos. Tanto pelo número de unidades de registo, como pelo número de alunos, salienta-se a importância da disciplina no desenvolvimento do raciocínio em geral, sendo evidenciadas as suas potencialidades no desenvolvimento das capacidades cognitivas.

As suas opiniões, no que concerne à importância da Matemática, estão em consonância com o genérico dos estudos (DEB, 2007; NCTM, 2000, 2008; Ponte et al., 2007) pois o desenvolvimento do raciocínio matemático como objectivo central da disciplina é referido pelos vários documentos curriculares da Matemática um pouco por todo o mundo e, similarmente, em Portugal. Partilham desta posição Abrantes et al. (1999), salientando que a ênfase nos aspectos do raciocínio matemático desde os primeiros anos de aprendizagem e ao longo de toda a escolaridade, desempenha um papel essencial para que a criança se torne *matematicamente competente*, o que converge no sentido das respostas dos alunos ao atribuírem especial realce ao desenvolvimento do raciocínio.

Os alunos consideram igualmente a Matemática muito importante como base para as outras disciplinas dado que ajuda a pensar, a resolver situações problemáticas e até as regras de cálculo bem como os conteúdos do currículo da Matemática também são necessários para outras disciplinas.

Da análise das respostas dos alunos pode-se constatar que atribuem especial



relevo à disciplina na resolução dos problemas do dia a dia. As suas respostas estão em consonância com o NCTM (2008) que, refere que os conhecimentos básicos necessários à vida quotidiana possuem, cada vez mais, um carácter matemático e tecnológico, dado que, por exemplo, tomar decisões sobre aquisições e escolher planos de saúde ou seguros são acções que requerem uma certa competência quantitativa. Desta forma, saber matemática pode, a nível pessoal, constituir uma forma de poder.

Na categoria designada por “Relevância social” incluíram-se cinco unidades de registo, correspondentes a cinco sujeitos, que realçam a importância da Matemática na vida futura de cada indivíduo, sobretudo por poder facilitar o acesso a uma determinada carreira profissional. As suas respostas vêm de encontro à inegável importância do conhecimento matemático para a vida de cada um, seja para a própria sociedade, para a ciência, ou para a tecnologia. Segundo o NCTM (2008), “*Cada vez mais alunos deverão seguir uma via educativa que os prepare para a vida, enquanto matemáticos, estatísticos, engenheiros e cientistas*” (p. 5) o que converge com as opiniões dos alunos. Estes alunos têm consciência da importância da Matemática nos mais variados campos de actividade profissional pois, como se salienta nos princípios e Normas para a Matemática Escolar “*os níveis de raciocínio matemático e de resolução de problemas exigidos no local de trabalho – em áreas profissionais desde a saúde ao design gráfico – aumentaram extraordinariamente*” (NCTM, 2008, p. 5).

Em suma, a utilidade prática da Matemática, a sua importância no estudos das outras disciplinas ou no prosseguimento de estudos de nível superior ou ainda apresentando características de pré-requisito para a escolha de determinadas profissões coloca esta disciplina como prioritária na formação social e académica dos alunos.

Quanto ao domínio “A aprendizagem da Matemática”, sobressai a grande ênfase atribuída pelos alunos à resolução de exercícios práticos em detrimento da importância que conferem à teoria na aprendizagem da Matemática. O número de unidades de registo referidas pelos alunos em que consideram a prática como fundamental é quase o dobro das unidades que salientam a importância da teoria. Salienta-se também que a utilização da calculadora foi apenas referida por um dos sujeitos, eventualmente pela sua utilização estar implícita, quando salientam a resolução de exercícios.

Sobressai igualmente do discurso de vários alunos, na resposta a esta



questão, que partilham da perspectiva de Sebastião e Silva (citado por Ponte, 2005) quando referem que *“mais importante do que fazer muitos exercícios será fazer exercícios cuidadosamente escolhidos, que testem a compreensão dos conceitos fundamentais por parte dos alunos”* (p. 4). Constata-se que em muitos casos a prática de exercícios rotineiros provoca alguma desmotivação e desinteresse.

Desta forma, evidencia-se, pelas respostas dadas por alguns dos alunos, a necessidade das práticas pedagógicas, no âmbito da disciplina, preconizarem situações onde o aluno se envolva em experiências de aprendizagem ricas e diversificadas, o que está em consonância com o genérico dos estudos que se debruçam sobre este aspecto (Almeida & César, 2006; APM, 1998; DEB, 2007; DES, 2001; NCTM, 1994; NCTM, 2000; NCTM, 2008; Ponte, 2002; Ponte et al., 1998).

Relativamente ao domínio “Potencialidades da calculadora gráfica”, verifica-se que, tanto pelo número de unidades de registo identificadas nas respostas como pelo número de alunos, a grande maioria confere a importância da calculadora gráfica na aprendizagem da Matemática ao desenvolvimento de seu raciocínio, do espírito crítico ou da capacidade de abstracção.

De acordo com o discurso de alguns dos alunos, destaca-se o desenvolvimento das competências referidas aquando da resolução de problemas menos rotineiros. Saliencia-se que a utilização da calculadora gráfica coloca desafios irrecusáveis à actividade educativa (Burril, 1992; Hopper, 1993; Penglase & Arnold, 1996), visto que proporciona oportunidades de estender o alcance e a profundidade das aplicações da Matemática, dado que, a sua utilização torna possível a resolução de outros tipos de problemas. Verificamos, assim, que as respostas obtidas partilham a opinião dos muitos autores que têm defendido a utilização da calculadora gráfica nas aulas de Matemática como promotora de aprendizagens (Ponte, 1995; Veloso, 1990; NCTM, 2008).

Na análise das entrevistas na categoria “Facilita a aprendizagem”, confirma-se a importância da calculadora gráfica no desenvolvimento de várias competências, sendo a capacidade de cálculo identificada em apenas três do total das catorze unidades de registo incluídas nesta categoria. O facto da maioria dos alunos não acentuar a importância da calculadora como ferramenta de cálculo significa que estes alunos focalizam a importância do seu uso no desenvolvimento de outras competências ou actividades como a exploração dos conceitos, actividades de investigação e de modelação, permitindo aos alunos, concentrarem-se no processo de



resolução de problemas (NCTM, 2008). Assim sendo, os alunos parecem ter uma posição semelhante à defendida por Ponte (1992), ao salientar que a Matemática não deve ser identificada com o cálculo pois requer o desenvolvimento de muitas outras capacidades para além do cálculo, embora os aspectos do cálculo não devam ser desprezados.

Na categoria “Eficiente na construção de gráficos” identificaram-se nove unidades de registo, considerando a calculadora como uma excelente ferramenta que permite analisar e obter conclusões relativamente a diversos aspectos do estudo de uma função. O esboço do gráfico e a possibilidade da sua imediata visualização permite validar ou obter conclusões diferentes das hipóteses levantadas antes do seu esboço. Verifica-se aqui uma evidente concordância com o estudo de Rocha (2001) dado que refere *“Existem algumas situações em que não parece existir qualquer dúvida quanto à conveniência de recorrer à máquina. É o caso das questões que explícita ou implicitamente requerem a elaboração de um gráfico e também das que envolvem a resolução de uma equação ou de uma inequação. Determinante para esta opção parece ser a rapidez que claramente é reconhecida à tecnologia”* (p. 5-6).

Merece ainda realce a categoria que evidencia a eficácia da utilização da calculadora no “Complemento do trabalho desenvolvido analiticamente ou na confirmação de resultados obtidos”, onde foram incluídas cinco unidades de registo referidas por quatro dos vinte e dois alunos. A opinião destes alunos é partilhada por dados de investigações anteriores, como no estudo de Semião (2007) onde o autor revela que, para os três alunos do seu estudo, *“o papel principal que a calculadora desempenha (...) é da confirmação das respostas obtidas analiticamente”* (p. 134).

Nesta linha, também o Novo Programa do Ensino Básico, homologado em Dezembro de 2007, destaca que as calculadoras e os computadores devem ser utilizados na realização de cálculos complexos que ocorrem no decurso da resolução de problemas e na representação de objectos geométricos. A calculadora e o computador não devem ser usados para a realização de cálculos imediatos ou em substituição de cálculo mental.

Uma outra questão formulada aos alunos nas entrevistas visava obter dados sobre a planificação do trabalho que os alunos realizam e que antecede a resolução de um exercício ou problema que requer a utilização da calculadora gráfica.

A introdução desta questão na entrevista prendeu-se com o facto de se detectar muitas vezes falhas na resolução dos exercícios que se relacionam com a



ausência de uma planificação pensada sobre os exercícios, nomeadamente, na escolha de uma janela de visualização adequada ao problema ou de uma resposta que não se enquadra no contexto do problema. Os alunos devem fazer uma análise prévia do problema que inclui a leitura e interpretação do mesmo, fazendo o levantamento das condições requeridas na sua resolução.

Relativamente ao domínio “Planificação do trabalho a realizar com a calculadora gráfica”, a maioria dos alunos menciona que começa por analisar o exercício ou o problema e explorar as condições do enunciado de forma a fazer um levantamento das condições requeridas. Na categoria designada por “Analisar o problema” incluíram-se dezoito unidades referidas por quinze dos alunos.

Para seis dos inquiridos, num total de oito unidades de registo, a planificação do trabalho a realizar nos exercícios com a calculadora gráfica consiste numa adequada “Escolha da janela de visualização”. Fazer um levantamento das principais dificuldades apontadas pelos alunos na utilização da calculadora foi também objecto de investigação neste trabalho.

Salientam-se as dificuldades que se prendem com a escolha da janela de visualização sendo referidas em catorze unidades de registo o que está em concordância com diversos estudos sobre este assunto onde esta dificuldade vem sendo realçada como uma das dificuldades substanciais (Hodges & Kissane, 1994; Rocha, 2001).

Três alunos referem ainda que as dificuldades que enfrentam passam pela “Interpretação dos resultados”. Deste modo, a utilização da calculadora requer da parte dos utilizadores um grande poder de análise e de espírito crítico na interpretação dos resultados obtidos o que já foi referido em estudos anteriores (Boers & Jones, 1994; Hector, 1992; Rocha, 2001) que advertem para a importância da necessidade de uma interpretação adequada dos gráficos obtidos na calculadora.

Naturalmente também é relevante saber a opinião dos alunos sobre estratégias de organização no ambiente da sala de aula de Matemática. Deste modo, foram os alunos questionados sobre a eficácia do trabalho de pares e com os resultados obtidos após a leitura e análise das respostas dos alunos, surgiram três categorias.

Salienta-se a importância atribuída pelos alunos à partilha e troca de ideias que o trabalho a pares preconiza no âmbito das actividades a realizar na disciplina, comparativamente às desvantagens.



Na categoria “Promove o trabalho de grupo/ permite a troca de ideias” foram incluídas dezoito unidades de registo referidas por quinze sujeitos. As respostas dos alunos vão de encontro às perspectivas das várias organizações para o ensino e aprendizagem da matemática e de vários autores. Desta forma, para o NCTM “*O trabalho em pares ou em pequenos grupos torna os alunos capazes de tomar contacto com diferentes formas de pensar e aperfeiçoar as formas pelas quais explicam as suas ideias*” (2008, p. 149).

As respostas dadas pelos alunos encontram-se também em consonância com Castelhana e César (2000) que salientam o facto de alguns estudos nacionais destacarem que se aprende melhor trabalhando em díade, permitindo desenvolver o espírito crítico e a capacidade de argumentação. (César, 2000a, 2000b; César et al., 2000; César & Silva de Sousa, 2000; César & Torres, 1998a, 1998b) e internacionais (Brun e Conne, 1990; Brun & Shubauer-Leoni, 1981; César, 2000b; Gras, 1992; Kumpulainen e Mutanen, 1999)

Esta estratégia de trabalho a pares permite uma ajuda mútua e o facto de estarem permanentemente atentos ao raciocínio do par e ao trabalho que estão a procurar realizar, leva a que desenvolvam um apurado sentido crítico e aumento da autonomia (César, 2000a, 2000b; Correia, César & Reis, 2003; Ventura et al., 2002).

Foram também objecto de estudo nesta investigação as opiniões dos alunos sobre as atitudes e comportamentos que, na sua opinião, deve ter o professor de Matemática para ajudar a desenvolver nos alunos as competências referidas anteriormente.

Na categoria “Propor problemas” incluíram-se vinte unidades de registo, referentes a dezasseis sujeitos, nas quais os alunos fazem referência à importância da resolução de problemas em detrimento dos exercícios mais rotineiros e de simples aplicação de fórmulas ou regras.

Quando no decurso do discurso dos alunos, se pediu para especificarem se diferenciavam exercícios de problemas, praticamente todos fizeram distinção nesta questão, o que converge com o genérico dos estudos. Como salientam Brunheira e Fonseca (1996) o objectivo da resolução de problemas é “*encontrar um caminho para atingir um ponto não imediatamente acessível*” (p. 3). Neste sentido, a resolução de problemas é importante porque permite que os alunos vão mais longe na construção do seu conhecimento.



Na categoria “Acompanhamento dos alunos na utilização da calculadora”, incluíram-se catorze unidades de registo referidas por onze sujeitos que referenciam a importância da ajuda do professor no trabalho a desenvolver com a calculadora. Em todas estas unidades se destaca o papel do professor como orientador dos trabalhos a desenvolver. O professor assume uma função relevante tendo em consideração que deve organizar as tarefas a propor de forma a desenvolver as competências requeridas.

Descrição e análise de alguns excertos das aulas observadas

Relata-se, nestes excertos, o desempenho dos alunos na resolução de três fichas de trabalho propostas. Nestas narrações, apresentam-se fragmentos dos diálogos estabelecidos tendo como objectivo esclarecer as interacções geradas nas aulas e descrever, o mais fielmente possível, a forma como as situações ocorreram.

Considerando o levantamento de questões um aspecto de especial relevância do ponto de vista pedagógico, apelando não só à capacidade de análise e de interpretação mas também ao desenvolvimento do raciocínio, a professora perguntou:

O que se pretende com a segunda parte da questão? Ou seja, tendo em conta que o modelo anterior se mantém válido, se não houver alterações para que valor tende a estabilizar o referido rendimento? O que queremos saber? O que está implícito nesta questão?

Pretendeu-se com estas questões da professora apelar ao espírito crítico, ao desenvolvimento do raciocínio e à relação entre o trabalho a desenvolver com a calculadora e o trabalho analítico, aspectos salientados pelos sujeitos nas categorias que integram a área das potencialidades que a calculadora desenvolve.

Apresenta-se de seguida a resposta quase imediata à formulação da pergunta de uma das alunas:

Maria: Estamos à procura da assíntota horizontal.

Raquel: “Stora”, aumentamos muito os valores de x , damos valores muito grandes a x e procuramos saber de que valor a função se aproxima. Neste caso, aproxima-se de 4.

Com o objectivo de aprofundar a questão a professora intervém com a seguinte pergunta:



Professora: *Mas como podemos garantir que a assíntota é $y = 4$?*

António: *Comecei por procurar a intersecção da recta $y = 4$ com a função e vi que nunca se intersectavam.*

Professora: *Sim é verdade, mas podemos garantir que a assíntota é $y = 4$?*

Teresa: *“Stora” se colocássemos a recta $y = 3,9$ provavelmente também não se intersectavam, não é?*

Professora: *A recta $y = 4$ é assíntota do gráfico da função, visto que a função para valores de x muito grandes toma valores muito próximos de quatro, no entanto nunca toma este valor. Mas pode tomar o 3,9. Já tínhamos falado por diversas vezes na definição de assíntota. A calculadora tem algumas limitações, não é? Não nos permite afirmar com certezas absolutas que de facto a assíntota é a recta $y = 4$. Como fazer para garantir que de facto a assíntota é a recta $y = 4$?*

Rita: *Fiz analiticamente.*

Professora: *Sim, Rita muito bem! Nalguns casos o trabalho gráfico tem que ser completado com a parte analítica. Como fez Rita?*

Rita: *Dividi os polinómios e escrevi a função de outra forma. A professora aproximou-se e verificou que a Rita tinha feito correctamente.*

O complemento do trabalho gráfico com o analítico foi bem visível neste excerto em que a professora procurou fazer essa ligação ao longo do seu discurso e das questões que formulou. Também o apelo ao desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico foram aspectos destacados nestas questões.

Noutro momento, alguns alunos revelaram dificuldades na interpretação da questão, como se pode observar no excerto seguinte:

Manuel: *“Stora” não conseguimos perceber o que se pretende com esta questão.*

Professora: *Já leram atentamente o enunciado?*

Como é frequente a professora alertou para a necessidade de uma leitura atenta dos enunciados dos problemas e das questões propostas.



Manuel: *Sim, “Stora”. Mas não percebemos bem como chegar à expressão da área.*

A professora, sem dar a resposta aos alunos, tenta alertar para a importância destes levantarem questões a si próprios, reflectindo sobre os problemas e sobre as possíveis estratégias de resolução.

Pretende-se, como os alunos referem nas suas entrevistas, que o professor não resolva, não indique as estratégias de resolução mas antes que encaminhe os alunos na procura dessas estratégias, aspecto que os alunos realçaram na resposta ao domínio das *atitudes e comportamentos dos professores* visando desenvolver competências nos alunos.

Neste sentido, a professora questiona: *Então vamos pensar, qual a fórmula que permite calcular a área de um rectângulo?*

David (par do Miguel): *“Stora” a área é dada pelo produto entre o comprimento e a largura. Mas o problema é esse o comprimento é $5 - x$, e a largura? Nem eu nem o Miguel conseguimos lá chegar...*

Professora: *Observando atentamente o gráfico qual a relação que se estabelece entre as coordenadas de P e a largura do rectângulo?*

Miguel.: *“Stora” é a ordenada, não é? Já vi que é.*

Professora: *David concorda com o Miguel?*

David: *“Stora” pois é, agora já percebi. Então trata-se do produto entre $(5 - x)f(x)$? Não é? Depois fazemos o gráfico desta função na calculadora e achamos o máximo.*

Após estes esclarecimentos os dois alunos começaram a resolver a questão a pares.

Como já foi anteriormente referido, é nesta interacção entre o par que se desenvolvem capacidades dos alunos e é nesta dialéctica entre questões e resposta que a aprendizagem acontece (César, 1994, 2003; Doise & Mugny, 1981; Papert, 1991; Piaget, 1998; Perret-Clermont, 1976/1978; Schubauer-Leoni, & Perret-Clermont, 1997; Vigotsky, 2003).

Os alunos são levados nomeadamente à descentralização dos seus pontos de vista e a reflectirem sobre os pontos de vista dos outros (César, et al. 2001).



Após uma descrição e análise pormenorizada de alguns dos aspectos observados merece a pena sintetizar, as principais características da prática lectiva da professora e do desempenho dos alunos.

Partilhando da opinião de Ponte et al., (1998), a fase de introdução de uma tarefa constitui um dos principais momentos onde o professor tem de evidenciar a sua capacidade de colocar boas questões. Assim sendo, esta é uma das preocupações da professora, o que pode ser feito usando uma variedade de linguagens, incluindo a escrita e a oral. As tarefas propostas foram apresentadas sobre a forma de enunciado escrito, porque um enunciado escrito tem a vantagem de fixar a situação de partida, permitindo aos alunos regressar a ela sempre que o entenderem. Após a apresentação das tarefas aos alunos, a professora concedeu algum tempo para que os alunos, apenas com a ajuda do seu par, tentassem resolver as tarefas.

A professora considera que “fazer boas perguntas” é essencial para saber o que os alunos estão a pensar e com base nas informações que recolhe, adoptar diversas estratégias, pode não interferir no trabalho dos alunos, pode interferir de forma discreta e ligeira ou pode ainda dedicar uma atenção considerável a um dado aluno ou grupo de alunos, o que se encontra em conformidade com o defendido por Ponte et al, (1998).

Em todas as fichas de trabalho, uma das principais preocupações foi explorar a escolha de uma janela de visualização adequada ao problema, aspecto salientado no decurso das entrevistas como sendo a maior dificuldade que enfrentam.

A professora detectou ainda algumas falhas pelo que alertou novamente para a necessidade de reflectirem sobre a escolha de uma janela de visualização no contexto do problema. A transcrição de um excerto da conversação mantida parece ser esclarecedora:

Professora: É preciso pensar na janela de visualização. Qual é uma janela de visualização que se adapta ao problema?

Esta questão permitiu explorar após alguns esclarecimentos individuais nalgumas mesas a escolha adequada da janela de visualização que permitisse dar resposta à questão formulada. Na verdade, o diálogo extraído da transcrição da aula é esclarecedor da interacção gerada entre os alunos e a professora. Pois vejamos:

Teresa: “Stora” uma janela adequada será: $0 \leq x \leq 10$ e $-5 \leq y \leq 10$.



Professora: *Porquê?*

Pedro: *x não tem sentido ser negativo e o y pode ser porque se trata de prejuízo que é o que se passa no início de 2002.*

Os outros alunos concordaram com as conclusões referentes à escolha da janela de visualização adequada ao problema em questão.

Da observação realizada confirma-se a pertinência de se salientar este aspecto como extremamente importante na utilização da calculadora. Em concordância com a análise dos resultados obtidos nas entrevistas, este é um dos aspectos essenciais a ter presente na planificação do trabalho a realizar. Contudo, apesar de melhorias significativas nos desempenhos dos alunos quanto a este aspecto, destaca-se ainda nos resultados das entrevistas (referida por catorze dos vinte e dois alunos), como a principal dificuldade que os alunos enfrentam na resolução de problemas que envolvem a utilização da calculadora gráfica, o que se veio a confirmar também na resolução deste primeiro problema.

Durante as aulas, a professora observou o desenvolvimento do trabalho de cada par ajudando sempre que surgiam dúvidas ou que os alunos levantavam questões. Deste modo, procurou fomentar e gerir a discussão em pares clarificando as ideias através de questões: “Porquê?” “Como chegaram a essa conclusão?” “Concordam um com o outro?”. Tentou encaminhar os alunos na procura das respostas de forma a levá-los a chegar aos resultados pretendidos e ao progresso da sua aprendizagem. Quando os alunos colocavam questões, muitas vezes estas surgiram no sentido de validar respostas; sempre que isto aconteceu procurou conduzir os alunos a pensar e a justificar as suas ideias. A discussão oral de questões no grupo turma ocorreu no final de cada tarefa proposta e posteriormente, todas as questões foram resolvidas no quadro para que não restassem quaisquer dúvidas.

Houve sempre uma preocupação de que todas as tarefas fossem resolvidas pelos alunos, bem como a fundamentação de todas as respostas e a indicação e descrição de todos os passos necessários à obtenção da resposta. Igualmente, foi sempre requerida a indicação da janela de visualização adequada ao problema, ainda que essa indicação tivesse sido feita apenas no gráfico. Todos os procedimentos utilizados na calculadora com vista à obtenção da resposta ao problema foram solicitados.

De acordo com Doerr e Zangor (2000) a calculadora pode assumir diferentes



papéis, o que se procurou nas aulas observadas. Foi utilizada como ferramenta computacional, nomeadamente no cálculo numérico e como ferramenta de visualização, nos problemas cuja representação gráfica foi necessária ou na determinação de coordenadas de pontos.

Conclusões e Recomendações

No que se refere às competências desenvolvidas com a utilização da calculadora verificou-se, através da análise das entrevistas e da observação das aulas, que o seu uso favoreceu, na maioria dos alunos, o desenvolvimento de competências de argumentação, do espírito crítico, de pesquisa e de autonomia, ainda que com níveis de competência diversificados, o que ilumina a importância de se implementarem actividades que promovam a discussão nas aulas de Matemática. Designadamente, a utilização da calculadora:

- Beneficiou atitudes de persistência por parte dos alunos na resolução de situações problemáticas, por exemplo na última actividade, quando confrontaram com resultados analíticos e tiveram que procurar os dois pontos de intersecção, desenvolvendo o espírito crítico;
- Desenvolveu o espírito de equipa, cooperação e a auto-confiança na resolução de todas as actividades dado que os alunos recorriam essencialmente ao seu par para ultrapassar as dificuldades que surgiam;
- Facilitou e favoreceu a emergência de conceitos matemáticos. Deste modo, como referem alguns autores, o uso das novas tecnologias (a) torna desnecessário o ensino de alguns conteúdos, (b) facilita a aprendizagem de outros e (c) permite ensinar tópicos que nunca foram ensinados (Bratton, 1999; Fernandes & Neves, 1997a, 1997b);
- Facilitou a exploração rápida de várias condições com vista a obter a solução de situações problemáticas, que por via analítica seriam impossíveis de realizar por manifesta falta de tempo para fazer os gráficos à mão, ou por não possuírem conhecimentos que lhes permitissem recorrer apenas à resolução analítica;
- Possibilitou o acesso fácil a representações de funções facilitando o esboço dos gráficos e interligando com o *menu* das tabelas;
- Favoreceu atitudes mais positivas dos alunos em relação à Matemática, motivando todos os alunos e tornando o ambiente de sala de aula mais



activo, mais dinâmico e mais estimulante;

- Revelou ser uma poderosa forma de auxiliar a aprendizagem de todos os alunos.

No âmbito do trabalho planeado pelos alunos na resolução de questões, os alunos foram habituados ao longo do ano a fazer uma análise prévia das questões e, caso necessário, a elaborarem esquemas ou indicarem tópicos que devem seguir na resolução das mesmas. É igualmente importante recordar que os alunos são estimulados a fazerem uma interpretação correcta dos problemas nomeadamente no esboço dos gráficos e na janela subjacente a este esboço, pois, o gráfico adequado à resolução de um certo problema depende do próprio problema.

A escolha do rectângulo (ou janela) de visualização onde se pode observar o comportamento global e/ou local da função foi uma das etapas mais importantes a ter em consideração, pois esta depende do que se deseja que o gráfico mostre ou o que se pretende com ele realizar. Efectivamente esta questão já vem sendo preocupação de diversos autores como Hodges e Kissane (1994) que fazem referência às dificuldades dos alunos na escolha de uma janela de visualização adequada, ao apontar a realização de *zooms* como a origem de dificuldades substanciais.

Sendo assim, a utilização da calculadora gráfica promove o desenvolvimento de competências essenciais de forma a uma plena integração nas sociedades dos nossos dias e simultaneamente permitem um maior envolvimento e descoberta por parte dos alunos, o que está em consonância com muitos documentos da política educativa que têm realçado a necessidade da escola preparar cidadãos críticos e participativos (César & Carvalho, 2001; Oliveira & César, 1999).

Relativamente às dificuldades na utilização da calculadora salienta-se que a maioria dos alunos, ao longo do ano lectivo, adquiriu maior sensibilidade para a sua utilização e evidenciam destreza e desenvoltura na resolução dos problemas. Salienta-se ainda que a maioria utiliza adequadamente a linguagem e os termos técnicos associados à utilização da calculadora. Contudo, alguns alunos ainda revelam dificuldades na escolha de janela de visualização adequada ao problema e na interpretação de resultados, aspectos salientados no decurso das suas entrevistas e observados no decorrer das aulas.

A estratégia de trabalho de pares, revelou que através de interacções que favorecem a partilha, a negociação de significados, a inter-relação e a mobilização de saberes, permite explorar melhor as questões e problemas. Constatou-



se que a decisão dos alunos sobre o acordo ou desacordo de uma proposta de solução promove o desenvolvimento de competências. Quando são confrontados com a necessidade de discutir e apresentar os seus argumentos ou contra-argumentos porque não existe uma convergência, em termos de opinião, sobre uma solução proposta, pode levar os alunos a um confronto entre diferentes pontos de vista. Os alunos foram criticando e aceitando posições diferentes das suas, argumentando sobre as soluções propostas por outros colegas, ou defenderam das suas perspectivas. Deste modo contribuíram, em conjunto, para a construção do conhecimento científico que era necessário apropriar, com vista a fundamentar posições mas igualmente e, num sentido mais académico, conseguem atingir melhores desempenhos e resultados e a sua auto-estima académica positiva foi desenvolvida.

Segundo as perspectivas de diversos autores e a análise dos resultados desta investigação, concluímos igualmente que o trabalho colaborativo, em díade, contribui para uma maior dinâmica de aula e para estimular e incentivar os alunos na resolução dos problemas, dado que a necessidade de explicar ao seu par as suas ideias e raciocínios, obriga cada um a tomar consciência desses mesmos raciocínios.

A forma como se conduz a aula, incluindo as estratégias utilizadas pelo professor, reveste-se de extrema importância. Guin e Trouche (1999) referem que os alunos tendem a utilizar os métodos ilustrados e preferidos pelos professores. Em consonância com estes autores está a perspectiva de Ruthven (1992) ao salientar que os alunos podem adoptar uma determinada abordagem só pelo facto de esta lhes ter sido explicitamente ensinada. No presente estudo, a professora demonstrou preocupação de, na resolução dos problemas, diversificar as estratégias a utilizar e não demonstrar preferência pela via analítica ou gráfica. Nas aulas utilizou-se com bastante frequência os dois métodos, respeitando sempre o que é pedido nos enunciados das questões. A professora alertou com frequência os alunos para a necessidade de ler convenientemente o enunciado dos problemas e para a exigência do respeito pelas condições requeridas. A calculadora, assim como o caderno diário, foram essenciais em todas as aulas.

É de extrema importância a postura do professor num contexto de sala de aula no que se refere à utilização da calculadora, pois uma incorrecta intervenção do professor poderá prejudicar o trabalho do aluno na sua investigação matemática.

Torna-se necessário que o professor conheça as características da máquina



que o aluno utiliza, planeie cuidadosamente cada actividade e esteja preparado para ajudar e demonstrar aos seus alunos a necessidade de se ser crítico perante a utilização desta ferramenta.

Como salientam Burril et al. (2002) os professores devem preocupar-se em ensinar os alunos a usar as calculadoras com profundo conhecimento das suas capacidades e limites, pois só assim podem levar a uma melhor compreensão da Matemática. Neste âmbito, torna-se importante reflectir sobre as questões que são propostas aos alunos, devendo as actividades a propor permitir explorar um vasto conjunto de conceitos matemáticos. Como refere Rocha (2001) *“As grandes questões que a utilização da calculadora gráfica coloca aos alunos, dizem precisamente respeito à interpretação da informação disponibilizada por esta e, especificamente, a uma adequada interpretação dos gráficos apresentados.”* (p. 7).

Urge criar situações em que os professores despertem o interesse dos alunos no que se refere à utilização da calculadora, escolhendo, cuidadosamente e criteriosamente, tarefas que enquadrem a utilização da calculadora de forma vantajosa e que motivem os alunos para a sua utilização. Como refere Ponte *“Se se pretende que os alunos desenvolvam plenamente as suas competências matemáticas e assumam uma visão alargada da natureza desta ciência, então as tarefas de exploração e investigação têm de ter um papel importante na sala de aula.”* (2003, p. 12).

O programa de Matemática do Ensino Secundário aponta alguns dos papéis a desempenhar pela tecnologia, indicando enfaticamente que *“não se trata aqui de substituir o cálculo de papel e lápis pelo cálculo com apoio da tecnologia, mas, uma vez compreendidos os processos de cálculo envolvidos, os alunos devem saber tirar partido da tecnologia para os cálculos mais laboriosos”* (p. 12). Neste sentido, o matemático Guzmán (1993), defende que os alunos devem ser preparados para fazer diálogos inteligentes com as ferramentas que existem. A calculadora apresenta os resultados mais rapidamente do que os obtidos no caderno com o uso do papel e lápis, agilizando assim o processo de análise e compreensão dos conteúdos, permite uma melhor e mais detalhada visualização dos gráficos e pode-se dizer que os conteúdos são trabalhados de forma mais criativa, favorecendo alunos e professores na procura de novas estratégias que permitam levar ao conhecimento.

Assim, é urgente descobrir metodologias que *“levem os alunos a encarar as tarefas matemáticas como algo desafiante, as aulas como um local de aprendizagem,*



mas onde se está com prazer, em que as práticas de socialização não sejam esquecidas em nome do cumprimento de conteúdos.” (César, Loureiro & Rijo, 2002, p. 6).

A forma como a Matemática é encarada e a sobrevalorização da mecanização em detrimento de outras estratégias, têm conduzido ao derradeiro lugar em que esta disciplina se encontra no currículo dos alunos. Confirmou-se, pelos resultados obtidos, a convicção da investigadora sobre a grande importância do uso das calculadoras gráficas em sala de aula, numa sociedade cada vez mais tecnológica. Assim sendo, importa reflectir, não só sobre as vantagens da utilização da calculadora em sala de aula, mas perceber também qual a melhor forma de tirar proveito da sua utilização, aspectos que já foram salientados nas respostas às questões de investigação. Desta forma, apresenta-se hoje um grande desafio à disciplina de Matemática que consiste em saber se, esta disciplina conseguirá contribuir de forma significativa para a emergência de um novo papel da escola ou se continuará a ser a parte mais detestável do percurso escolar de grande parte dos alunos.

Embora não fosse objectivo desta investigação analisar a evolução das competências matemáticas promovidas pela utilização da calculadora, pensa-se que este aspecto terá todo o interesse em ser aprofundado em estudos futuros numa perspectiva evolutiva, através de uma investigação mais prolongada e longitudinal, desenvolvendo um estudo com os mesmos alunos ao longo dos três anos do Ensino Secundário, iniciando-se no 10º ano no momento de introdução da calculadora no estudo das funções. A observação continuada durante várias aulas dos diversos anos escolares da utilização calculadora, permitirá aprofundar a compreensão dos problemas analisados e perceber como os alunos desenvolveriam as competências desejadas e se teriam implicações no contexto de sala de aula e nas restantes áreas de aprendizagem.

Desde o início do trabalho a investigadora teve consciência de que o objectivo não era obter resultados generalizáveis mas sim, identificar aspectos importantes da utilização educativa da calculadora, que poderão melhorar as práticas lectivas na disciplina de Matemática. Consequentemente, os objectivos deste estudo foram produzir conhecimentos sobre uma situação concreta e não fazer generalizações. No entanto, segundo Yin (1994) o estudo permitiu uma generalização não em extensão para um universo, mas para a teoria, na medida em que contribuiu para a confirmação das teorias existentes e fez surgir outras. Assim sendo, a generalização de certos



aspectos, não para o universo, mas para a teoria ficará a cargo do leitor.

Referências Bibliográficas

- Abelló, F. U. (1997). *Aritmética y calculadoras*. Madrid: Síntesis.
- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1998). *Matemática 2001 – Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.
- Almeida, P. & César, M. (2006). Um contrato didático inovador em aulas de Ciências do 10º ano de escolaridade. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 5(2), 356-377. [On-line] Disponível em: http://cie.fc.ul.pt/membrosCIE/mcesar/textos_m_c/papel-da-intersubjectividadePA.pdf (consultado a 29/3/2009).
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM.
- Bardin, L. (2007). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Boers, M. & Jones, P. (1994). Students use of graphics calculators under examination conditions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25, 491-516.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Bratton, G. N. (1999). The role of technology in introductory statistics classes. *Mathematics Teacher*, 92 (8), 666-669.
- Brunheira, L., & Fonseca, H.(1996). Investigações matemáticas na sala de aula, In P. Abrantes; L. Leal, & J. Ponte, *Investigar para aprender Matemática, matemática para todos – Investigação em sala de aula*, Lisboa 1996: Faculdade de Ciência Universidade de Lisboa.
- Burriel, G. (1992). The graphing calculator: a tool for change. In J. Fey e C. Hirsch (Eds.), *Calculators in Mathematics Education*, (pp. 14-22). Reston, Va: NCTM.
- Burriel, G., Allison, J., Breaux, G., Kastberg, S., Leatham, K. & Sanchez, W. (2002). *Handheld graphing technology in secondary mathematics: Research findings and implications for classroom practice*. Michigan: Michigan State University.
- Castelhano, A. & César, M. (2000). Os grandes também interagem. In J. F. Matos, & E. Fernandes (Eds.), *Investigação em educação matemática: Perspectivas e problemas* (pp. 121-131.) Funchal: APM.
- César, M. (1994). *O papel da interacção entre pares na resolução de tarefas matemáticas: trabalho em díade vs. trabalho individual em contexto escolar*.



- Tese de doutoramento, apresentada à Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- César, M. (2000a). Interacções sociais e Matemática: Ventos de mudança nas práticas de sala de aula. In C. Monteiro et al. (Org.) *Interacções na aula de Matemática. Actas do VI Encontro Nacional*, Viseu: SPCE, 47-84.
- César, M. (2000b). Interacções sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: A investigação contextualizada. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Org.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália – Actas da Escola de Verão em Educação Matemática – 1999*, (pp. 5-46). Lisboa: SPCE – Secção de Educação Matemática.
- César, M. (2003). A escola inclusiva enquanto espaço-tempo de diálogo de todos e para todos. In D. Rodrigues (Eds.), *Perspectivas sobre inclusão: da educação à sociedade* (pp.117-149). Porto: Porto Editora.
- César, M., & Carvalho, C. (2001). Novas orientações curriculares: da matemática para alguns à matemática para todos. In I. Lopes, & M.C. Costa (Eds.), *Actas do XII seminário de investigação em educação matemática* (pp.131-149). Vila Real: APM.
- César, M., Loureiro, M. & Rijo, C. (2000). Matemática e Interacções Sociais: Para ouvir e ser ouvido! *Actas do ProfMat 2000* (pp.189-197). Funchal: APM.
- César, M., Oliveira, A., Teles, L., Palheira, S., Santos, C., Gomes, N. & Azeiteiro, A. (2001). Tou numa nice contigo! In I. Lopes, J. Silva, & P. Figueiredo (Eds.), *Actas do ProfMat2001* (pp. 245-250). Vila Real: APM.
- Correia, H., César, M., & Reis, P. (2003). Interagir para aprender nas aulas de ciências. In A. Neto, J. Nico, J. C. Chouriço, P. Costa, & P. Mendes (Eds), *Didácticas e metodologias de educação: Percursos e desafios*. Vol. II (pp. 1147-1154.). Évora: Universidade de Évora, Departamento de Pedagogia e Educação.
- Departamento do Ensino Básico (2007). *Novo programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Departamento do Ensino Secundário (2001). *Programa de Matemática A, 10º ano*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário.
- Doerr, H. & Zangor, R. (2000). The graphics calculators. *Mathematics Teachers*, 87(6), 440-445.
- Doise, W. & Mugny, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence*. Paris: Interéditions.



- Erduran, S. & Osborne, J. (2005). Developing arguments. In S. Alsop, L. Bencze, & E. Pedretti (Eds.), *Analysing exemplary science teaching* (pp. 106-115.) London: Open University Press.
- Fernandes, J. A. & Neves, M. A. (1997a). Tecnologia gráfica no ensino da Matemática. In Comissão Organizadora do ProfMat 97 (Eds.), *Actas do ProfMat 97* (pp.173-178). Figueira da Foz: Associação de Professores de Matemática.
- Fernandes, J. A. & Neves, M. A. (1997b). *A importância da representação gráfica na aprendizagem da Matemática*. In L Leite, M. C. Duarte, R. V. Castro, J. Silva, A. P. Mourão & J. Precioso (Orgs.), *Didácticas/Metodologias da Educação* (pp. 687-697). Braga: Departamento de Metodologias da Educação da Universidade do Minho.
- Gardete, C., Oliveira, I. & César, M. (2006). Fino, C. N. (2008). Inovação Pedagógica: Significado e Campo (de investigação). In A. Mendonça & A. V. Bento (Org.) *Educação em Tempo de Mudança* (pp. 277-287). Funchal: Grafimadeira.
- As díades no futuro... realidade ou ficção? In A. F. Moreira, J. A. Pacheco, S. C. Cardoso, & Silva (Eds.), *Actas do VII Colóquio sobre questões curriculares (III colóquio luso-brasileiro)* (pp.3034-3046). Braga: Universidade do Minho. [On-line] Disponível em: http://cie.fc.ul.pt/membrosCIE/mcesar/textos_m_c/diadesnofuturo.pdf (consultado a 29/3/2009).
- Guin, D. & Trouche, L. (1999). The Complex process of converting tools into Mathematical instruments: *The case of calculators*. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3 (3), 195-227.
- Guzmán, M. (1993). Tendencias innovadoras en la educación matemática. *Boletim da S.P.M.*, 25, 9-34.
- Hector, J. (1992). Graphical insight into elementary functions. In J. Fey & C.Hirsch (Eds.), *Calculators in Mathematics Education* (pp.131-137). Reston, VA: NCTM.
- Hodges, A. & Kissane, B. (1994). Learning about functions and graphs using a graphics calculator. In Andrews & Kissane (Eds.), *Graphics calculators in the classroom* (pp. 39-48.) Adelaide: AAMT.
- Hooper, J. (1993). Issues of Mathematics classroom use of graphing calculators. *The Mathematics Educator*, 4 (2), 45-50.
- Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-B.
- Morgado, J. C.& Carvalho, A. A. A. (2004). Usufruir das Mudanças Curriculares para uma integração das Tecnologias da Informação e Comunicação. Braga:



- Revista de Estudos Curriculares*, Universidade do Minho, 2 (1), 85-120.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e avaliação em matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- NCTM (2008). *Princípios e Normas para a Matemática escolar – tradução dos Principles and standards for school mathematics do NCTM*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação educacional.
- OCDE (2008). *Organisation for Economic Co-operation and Development Global Science Forum Report on Mathematics in Industry*. [On-line] Disponível em: http://www.presidencia.pt/archive/doc/OCDE-Mathematics_in_Industry.pdf (consultado em 05/02009).
- Oliveira, O., & César, M. (1999). O professor do ano 2000: a importância das interações na sala de aula de matemática. In APM (Ed.), *Actas do ProfMat 99*, 323-328. Portimão: APM.
- Papert, S. (1991). Ensinar crianças a serem matemáticos versus ensinar Matemática. In J. P. Ponte (org.), *O computador na Educação Matemática*. Lisboa: APM.
- Penglase, M. & Arnold, S. (1996). The graphics calculator in mathematics Education: A critical review of recent research. *Mathematic Education Research journal*, 8(1), 58-59.
- Perret-Clermont, A-N. (1976/1978). *Desenvolvimento da inteligência e interacção social*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Piaget, J. (1998). *Pedagogia*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Ponte, J. P. (1992). Problemas de matemática e situações da vida real. *Revista de Educação*, 2 (2), 95-108.
- Ponte, J. P. (1995). Novas tecnologias na aula de Matemática. *Educação e Matemática*, 34, 2-7.
- Ponte, J. P. (2002b). Investigar a prática (documento de trabalho).
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*, 11-34. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M.E. & Oliveira, P.A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação. Direcção-Geral de Inovação e de



- desenvolvimento Curricular. [On-line] Disponível em: http://sitio.dgidc.minedu.pt/matematica/Paginas/Reajustamento_matematica.aspx (consultado em 01/06/2008).
- Rocha, H.(2001). Calculadoras gráficas: Que utilização? *Texto publicado nas Actas do XIII Seminário de investigação em Educação Matemática*, Lisboa: APM, 2001, 233-252.
- Ruthven, K. (1992). Personal technology and classroom change. A. British perspective. In J. Fey & C. Hirsch (Eds.), *Calculators in Mathematics Education* (pp. 91-100). Lisboa: APM.
- Schubauer-Leoni, M.L., & Perret-Clermont, A.-N. (1997). Social interactions and mathematics learning. In T. Nunes, &P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective*, (pp. 265- 283.) Hove: Psychology Press.
- Semião, M. J. (2007). *A utilização da calculadora gráfica na aula de Matemática: Um estudo com alunos do 12.º ano no âmbito das funções*. Tese de Mestrado apresentada à Universidade de Évora, Évora.
- Silva, J. (2003). *Educação e Matemática* nº 71, Janeiro/Fevereiro de 2003.
- Sousa, J. M. & Fino, C. (2001). As TIC abrindo caminhos a um novo paradigma educacional. In B. D. Silva, & L. S. Almeida (Orgs.). *Actas do VI Congresso Galaico – Português de Psicopedagogia*. Vol. I. (pp. 371-381). Braga: Centro de estudos em Educação e Psicologia. Universidade do Minho.
- Tavares, J. (1996). *Uma sociedade que aprende e se desenvolve Relações interpessoais*. Porto: Porto Editora.
- Tuckman, B. W. (2002). *Manual de Investigação em Educação*. Fundação Calouste Gulbenkian.
- Veloso, G. (1990). Calculadoras gráficas – mais um desafio para renovar os currículos de Matemática. *Educação e Matemática*, 16, 3-7.
- Ventura, C., Branco, N., Matos, A. & César, M. (2002). Uma Aventura Fantástica: Contributos do trabalho em díade para o sucesso de uma actividade de investigação. In *Actas do ProfMat2002*. Viseu: APM. Publicadas em CD- ROM.
- Vigotski, L.S. (2003). *A Formação Social da Mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. S. Paulo: Martins Fontes.
- Zanchet, B. M.A., Leal, E. A., Islabão, V. & Larroque, S. F. (2007). Prática Pedagógica no ensino médio: o processo de construção da inovação na palavra dos professores. *Revista Ibero – Americana de Educação*, 11 (2).