

## **UM OLHAR SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA DE FORMAÇÃO CONTÍNUA EM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO**

**Ema Mamede**

CIEC – Universidade do Minho  
emamede@iec.uminho.pt

**Cláudio Cadeia**

AE de Pedome  
povcad@gmail.com

**Dores Ferreira**

CIEC – Universidade do Minho  
doesferreira@gmail.com

**Leonel Vieira**

CIEC – Universidade do Minho  
leonelv@gmail.com

### **Resumo**

Este artigo apresenta algumas considerações sobre o impacto do Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º ciclo do ensino básico. A análise aqui apresentada recai sobre o funcionamento desse programa entre 2007 e 2009, no distrito de Braga, Portugal. Tendo este sido um período de mudança, já que se pretendia colocar em prática um novo Programa de Matemática para o ensino básico, foi preocupação dos formadores preparar os professores do 1.º ciclo para o desenvolvimento de práticas de sala de aula concordantes com aquele documento. Assim, o programa de formação procurou promover o conhecimento matemático, didático e curricular do professor.

O *Programa de matemática do ensino básico* (Ponte et al., 2007) destaca como capacidades transversais a desenvolver a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Procura-se aqui caracterizar aspectos das práticas do professor no desenvolvimento das capacidades transversais. A nossa análise recai sobre episódios de sala de aula observados, que permitiram identificar



características no trabalho com a resolução de problemas, bem como sobre as ideias dos formandos, que se materializam nos relatos e reflexões escritas que integram os portefólios por eles produzidos.

Esta análise permite-nos concluir que o programa de formação desenvolvido conduziu a mudanças efectivas nas concepções e práticas dos professores do 1.º ciclo sobre a Matemática, merecendo especial destaque o aumento de expectativas dos professores relativamente aos seus alunos e a integração da resolução de problemas na sala de aula.

**Palavras-chave:** Formação Contínua de Professores; Ensino da Matemática.

### **Abstract**

This paper presents some considerations on the impact of an In-service Teaching Training Program in Mathematics for Primary teachers. The analysis made here focuses on the development of the Program between 2007 and 2009, in the district of Braga, Portugal. As this was a period of changes, because it was intended to introduce a new curriculum for elementary school mathematics, it was of major concern for the trainees to support primary school teachers on their development of classroom practices in agreement with that document. Thus, the Teacher training Program tried to promote teachers mathematical, didactical and curricular knowledge.

The new curriculum for elementary school mathematics refers as transversal abilities to develop the problem solving, mathematical reasoning and mathematical communication. Here we try to characterize issues on teaching practices when promoting such abilities. Our analysis focuses on observed classroom episodes that allowed us to identify main issues on the development of problem solving in the classroom, but also on teachers' beliefs that are expressed by their written opinions that comprise their portfolios.

From this analysis we conclude that the developed teacher training program had produced effective changes on primary teachers' beliefs and on their mathematical practices, with a special attention to an increase of teachers' expectations about their students and on the integration of problem solving in the classroom.

**Keywords:** In-service Teacher Training; teaching mathematics.

## O Conhecimento para Ensinar Matemática

O conhecimento matemático para o ensino, isto é, o conhecimento matemático que os professores precisam de utilizar para produzir aprendizagens significativas nos seus alunos é um dos aspectos determinantes da qualidade de ensino. Segundo Azcárate (1999), o professor com as suas concepções sobre a matemática e o seu ensino, mas também com o seu conhecimento matemático, determina o tipo de actividade matemática que proporciona aos seus alunos.

Durante o percurso escolar espera-se que os alunos adquiram aprendizagens da Matemática que sejam significativas (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999; DEB, 2001). Para tal, tais aprendizagens devem desenvolver nos alunos um conjunto de competências relacionadas com conteúdos, capacidades e atitudes, contribuindo assim para a criação de cidadãos dotados de literacia matemática adequada às suas necessidades pessoais e profissionais.

O ensino básico é o momento da escolaridade em que se espera que todas as crianças possam iniciar o processo de aceder a ideias matemáticas poderosas e significativas. Contudo, este acesso assume uma relação estreita com as oportunidades de aprendizagem que, de acordo com Langrall, Mooney, Nisbet e Jones (2008), são fortemente determinadas quer pelos currículos, quer pelas práticas de sala de aula, podendo muitas vezes existir uma discrepância entre as orientações curriculares e o currículo implementado na sala de aula. Esta discrepância atribui uma relevância especial ao conhecimento profissional do professor.

Sobre o conhecimento profissional do professor, Roldão (2005) defende a necessidade do professor dominar o saber do conteúdo da sua área de ensino, equilibrando-o com o modo como o usa e mobiliza para que possa ser apropriado pelos seus alunos. A este respeito, Shulman (1986) distinguia já o conhecimento do professor em três grandes categorias: 1) o conhecimento do conteúdo; 2) o conhecimento didáctico; e 3) o conhecimento curricular. Sobre o conhecimento do conteúdo, o autor refere a importância do professor atingir a compreensão da estrutura, além do conhecimento de factos ou conceitos. Compreender o porquê dos factos assume aqui relevância. O conhecimento do professor sobre os conteúdos deve ser tal que lhe permita ser capaz de distinguir o essencial do acessório na disciplina, para que lhe seja possível o desenvolvimento de uma boa gestão curricular. No que respeita ao conhecimento didáctico, ele é entendido pelo autor como uma forma particular do conhecimento de conteúdo que inclui os aspectos do conteúdo relativos



ao seu ensino. Este conhecimento didáctico deve ser tal que permita ao professor dominar diferentes formas de representação, analogias, exemplos, explicações e apresentações para que possa tornar o conteúdo compreensível para os seus alunos. Quanto ao conhecimento curricular, este diz respeito ao conhecimento de programas de ensino e sua articulação horizontal e vertical, bem como ao conhecimento de materiais adequados a determinado tópico.

Sobre o conhecimento matemático do professor, Azcárate (1999) reconhece a necessidade de distinguir o conhecimento matemático escolar do conhecimento matemático formal, identificando-lhes objectivos e propósitos distintos, recusando assim aceitar o primeiro apenas como uma simplificação do segundo. Para o autor, o professor não deve encarar o ensino da matemática como uma simples contextualização do conhecimento formal, mas como algo que exige a integração e a interacção adequadas do conhecimento do conteúdo com o conhecimento didáctico da matemática.

#### *Sobre o conhecimento de conteúdo*

Schulman (1986) alerta para a necessidade do professor conhecer bem os conteúdos a ensinar, já que tem de conhecer maneiras eficientes de os tornar compreensíveis e significativos para os seus alunos. Parece-nos não restar dúvidas de que o conhecimento matemático parece ser essencial para o ensino da Matemática. A este respeito Ponte (2000) argumenta que sem um bom conhecimento de Matemática não é possível ensinar bem esta disciplina. Segundo Ma (1999), para ensinar Matemática é indispensável que o professor possua uma compreensão profunda da matemática fundamental. É também nosso entender ser necessário um conhecimento matemático substancial para ensinar bem Matemática. Assim, dominar *o que ensinar* assume-se aqui como essencial.

#### *Sobre o conhecimento didáctico*

É necessário conhecimento matemático para ensinar matemática. Mas este conhecimento por si só não garante *boas práticas* em sala de aula. É importante que o professor possua uma visão do conhecimento matemático no contexto de ensino, dando resposta à questão '*Como ensinar?*'. A forma como o professor é capaz de usar o seu conhecimento matemático em sala de aula determina a qualidade das suas práticas. Perceber como ensinar é levar a cabo uma tarefa prévia e criteriosamente

definida com objectivos e finalidades claros; é determinar que situações e actividades de aprendizagem organizar, seleccionar e sequenciar (Serrazina, 2002), é saber o que, quando e como avaliar. O conhecimento didáctico deverá dar respostas às questões propostas por Azcárate (1999) de perceber 'Como regular o processo de ensino e aprendizagem no contexto singular da aula? Como trabalhar uma unidade didáctica? Que conteúdos seleccionar e porquê? Que metodologias e recursos utilizar? Como facilitar interacções entre alunos e alunos e professor?'. Nesta ordem de ideias, a qualidade das práticas de ensino facultadas aos alunos em sala de aula depende da capacidade de aplicação e concretização de uma interligação entre o conhecimento matemático e o conhecimento didáctico.

### *Sobre o conhecimento curricular*

No ensino da Matemática é importante que o professor possua um conhecimento curricular de todo o ensino básico possuindo um domínio do conjunto de conceitos que o aluno deve adquirir ao longo do seu percurso escolar. Pois só assim será possível desenvolver aulas com uma coerência longitudinal que contribuam, com oportunidades sérias de ajuda aos alunos, para a construção de alicerces adequados às aprendizagens futuras. Apesar do currículo da Matemática elementar incluir diferentes tópicos, em cada ano de escolaridade estes nem sempre são abordados pelo professor com o grau de complexidade preconizado nas orientações curriculares, o que de alguma forma compromete a aprendizagem dos alunos. Ou seja, existe um desfasamento entre o currículo prescrito pelos órgãos de administração e o currículo implementado em sala de aula.

De acordo com Pacheco (2001), o currículo pode ser definido como um projecto que implica unidade, continuidade e interdependência entre o que se decide ao nível do plano oficial e ao nível do plano de ensino e aprendizagem. Enquanto processo contínuo, o currículo é uma construção que contempla: 1) o *currículo prescrito* ou oficial, que é determinado pela administração central; 2) o *currículo apresentado*, que chega aos professores através de mediadores curriculares, nomeadamente através dos manuais escolares; 3) o *currículo moldado*, que é o organizado pelos professores quando planificam as suas aulas; 4) o *currículo em acção*, que resulta da execução ou operacionalização da planificação em sala de aula; e 5) o *currículo avaliado* que inclui não só a avaliação dos alunos mas também a avaliação dos planos curriculares, dos programas, dos manuais dos professores, entre outros.



No processo de desenvolvimento curricular, o professor assume-se como alguém que vai interpretar o currículo prescrito e, utilizando materiais curriculares diversificados, coloca o currículo em acção em sala de aula, procurando assim que os seus alunos aprendam. O currículo em acção é assim o resultado de uma interpretação do currículo prescrito e também do currículo apresentado, que depende fortemente da figura do professor. Ao depender fortemente do professor, o currículo em acção é vincadamente afectado por aspectos do conhecimento, mas também por aspectos de natureza afectiva como as emoções e crenças do professor relativamente ao ensino e aprendizagem da Matemática, que em muito determinam as suas atitudes (ver Pajares, 1992; Schoenfeld, 2008; Stein, Remilland, & Smith, 2007) perante o ensino e aprendizagem da Matemática enquanto manifestações das suas concepções e crenças.

### **Sobre a Formação Matemática do Professor do 1.º Ciclo**

Em Portugal, durante muito tempo houve pouca preocupação com a formação matemática do professor do 1.º ciclo. Terá certamente contribuído para este facto a ideia errada de que a matemática elementar é simples e, por conseguinte, fácil de ensinar, podendo este desígnio estar a cargo de qualquer professor generalista. Contudo, a aprendizagem da matemática elementar parece ser essencial para as aprendizagens matemáticas mais avançadas. Ma (1999) afirma que a matemática ensinada nos primeiros anos é fundamental para as aprendizagens matemáticas subsequentes, na medida em que constitui os alicerces das aprendizagens matemáticas futuras. Na realidade, esta matemática está repleta de conceitos essenciais que necessitam de ser bem ensinados aos nossos alunos do 1.º ciclo. Para tal, é relevante garantir que os professores deste nível de ensino sejam detentores de conhecimentos matemáticos sólidos.

Mais recentemente temos vindo a assistir a mudanças deste cenário, na medida em que a qualidade de ensino no 1.º ciclo tem vindo a receber crescente atenção da comunidade científica do nosso país, sendo vários os autores a preocuparem-se com as questões de ensino e aprendizagem da Matemática nos primeiros anos (ver Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999; Brocardo, Serrazina, & Rocha, 2008; Palhares, Gomes, & Mamede, 2002; Mamede, 2007; Monteiro & Pinto, 2007; Serrazina, 2002). Serrazina (2002) argumenta que ensinar matemática nos primeiros anos implica tomar uma série de decisões, de um modo consciente, sobre que conhecimentos

matemáticos ensinar, em que momento é conveniente ensiná-los e qual a forma mais adequada de o fazer. Assim, o professor do 1.º ciclo, apesar de ser um professor de carácter generalista na medida em que além de ser professor de Matemática é também professor de outras áreas de saber, precisa de ter uma boa formação nos domínios da Matemática e do seu ensino.

A qualidade de ensino é determinada, entre outros factores, pela qualidade dos currículos e da instrução (Langrall et al., 2008). Melhorar o ensino da Matemática pressupõe ajustar os objectivos curriculares a ideias matemáticas fundamentais que apoiem o crescimento matemático dos alunos, mas pressupõe também melhorar a qualidade do conhecimento do professor.

### **O Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico**

O *Programa de matemática do ensino básico* (Ponte et al., 2007), que se encontra em período experimental desde 2008, destaca claramente duas finalidades fundamentais para a Matemática do ensino básico: 1) promover a aquisição de informação, conhecimento e experiências em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados; 2) desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência. A estas finalidades associam-se nove objectivos gerais que devem ser atingidos pelo aluno do ensino básico, a saber: 1) conhecer factos e procedimentos básicos da Matemática; 2) desenvolver uma compreensão da Matemática; 3) ser capaz de lidar com ideias matemáticas em diversas representações; 4) ser capaz de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático; 5) ser capaz de raciocinar matematicamente usando conceitos, representações e procedimentos matemáticos; 6) ser capaz de resolver problemas; 7) ser capaz de estabelecer relações entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas; 8) ser capaz de fazer Matemática de modo autónomo; e 9) ser capaz de apreciar a Matemática.

O *Programa de matemática do ensino básico* (Ponte et al., 2007), na parte respeitante ao 1.º ciclo, estrutura-se em torno de quatro eixos fundamentais, sobre os quais se deve desenvolver todo o ensino e aprendizagem, e que são: Números e operações, Geometria e Medida, Organização e tratamento de dados, e ainda pensamento algébrico.

Aquele documento refere ainda três capacidades transversais a toda a



aprendizagem da Matemática – resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática – que devem estar sempre presentes nas práticas de ensino (Ponte et al., 2007). Sobre a resolução de problemas, procura-se que o aluno adquira desembaraço em lidar com problemas matemáticos, seja capaz de resolver e formular problemas, de analisar estratégias e os efeitos de alteração de um enunciado. Sobre o raciocínio matemático, procura-se que o aluno formule e teste conjecturas e, mais tarde, que efectue demonstrações. Procura-se aqui promover o desenvolvimento da capacidade de argumentar. Sobre a comunicação, procura-se que o aluno desenvolva a sua capacidade para comunicar oralmente e por escrito, incluindo o domínio progressivo da linguagem simbólica. Deseja-se ainda que o aluno seja capaz de expressar ideias, interpretar e compreender as ideias dos outros e participar, de forma construtiva, em discussões sobre ideias, processos e resultados.

Naquele documento figuram ainda orientações metodológicas gerais onde se sugere ao professor que proporcione aos seus alunos tarefas diversificadas, onde não devem faltar a resolução de problemas, as actividades de investigação, o desenvolvimento de projectos, os jogos e ainda exercícios que possibilitem uma prática compreensiva de procedimentos (Ponte et al., 2007). Nestas orientações metodológicas, o programa destaca, entre outros aspectos, a exploração de conexões entre ideias matemáticas, e entre ideias matemáticas e ideias referentes a outras áreas de conhecimento ou situações do dia-a-dia. Apresenta ainda secções sobre Gestão Curricular e Avaliação, visando assim apoiar o professor nas suas práticas de ensino. Este documento propõe-se assim ajudar os professores a melhorar as suas práticas, facultando a todos os alunos a possibilidade de se tornarem indivíduos matematicamente competentes.

Contudo, a existência de documentos oficiais que fornecem aos professores orientações claras sobre aspectos essenciais a ter em conta nas suas práticas de ensino, só por si, não garante a melhoria das práticas. Assim, torna-se fundamental saber como colocar em exercício tais orientações. Disponibilizar aos professores a frequência de formação direccionada para promover o conhecimento matemático, didáctico e curricular pareceu então ser necessária para melhorar o ensino da Matemática.

### **O Programa de Formação Contínua em Matemática**

Os alunos portugueses têm vindo a revelar resultados pouco satisfatórios em

Matemática, nos níveis do ensino básico. Documentos nacionais como as Provas de Aferição (GAVE, 2008) e internacionais (*Third International Math and Science Study – TIMSS*) têm vindo a evidenciar que os nossos alunos possuem fracos níveis de literacia matemática. Este pobre conhecimento matemático compromete todos os anos subsequentes da aprendizagem da Matemática dos alunos. Tal cenário alertou para a necessidade de melhorar o ensino da matemática elementar.

Procurando combater estes baixos níveis de literacia matemática no ensino elementar, o Governo criou dois programas para promover a qualidade do ensino da Matemática nos primeiros anos, os Programas de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º ciclos, respectivamente.

No Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores (PFCM) do 1.º ciclo procura-se actualizar o conhecimento matemático, didáctico e curricular dos professores do 1.º ciclo para que estes facultem aos nossos alunos melhores oportunidades de aprendizagem da Matemática, promovendo a qualidade do ensino da Matemática neste ciclo de escolaridade.

O PFCM do 1.º ciclo é um programa nacional e tem estado em funcionamento desde o ano lectivo de 2005/06, envolvendo milhares de professores deste ciclo de ensino. No distrito de Braga, este programa assumiu uma forte expressão desde o seu início, tendo facultado aos professores deste ciclo de ensino dois anos de formação contínua.

O PFCM rege-se por um conjunto de princípios orientadores (Ponte et al., 2007), que inclui: 1) a valorização do desenvolvimento profissional do professor; 2) a valorização de uma formação matemática de qualidade para o professor; 3) a valorização do desenvolvimento curricular em Matemática; 4) o reconhecimento das práticas lectivas dos professores como ponto de partida da formação; 5) as necessidades concretas dos professores relativamente às suas práticas curriculares em Matemática; 6) a valorização do trabalho colaborativo entre diferentes actores; e 7) a valorização de dinâmicas curriculares contínuas centradas na Matemática.

Este programa contempla formação, acompanhamento e supervisão dos professores que o frequentam, assumindo como finalidade última a melhoria das aprendizagens dos alunos deste ciclo de ensino, na área da Matemática, tendo como objectivos gerais: 1) Promover o conhecimento matemático, didáctico e curricular dos professores envolvidos, tendo em conta as actuais orientações curriculares neste domínio; 2) Favorecer a realização de experiências de desenvolvimento curricular em



Matemática que contemplem a planificação de aulas, a sua condução e reflexão; 3) Fomentar uma atitude positiva dos professores relativamente à Matemática e ao seu ensino, que inclua a criação de expectativas elevadas acerca do que os seus alunos podem aprender em Matemática; 4) Criar dinâmicas de trabalho em colaboração entre os professores do 1.º ciclo da mesma escola e também entre os professores do 1.º e do 2.º ciclos, com vista a um investimento continuado no ensino da Matemática ao nível do grupo de professores da escola/agrupamento; 5) Promover o trabalho em rede entre escolas e agrupamentos em articulação com as instituições de formação inicial de professores; e 6) Identificar o Dinamizador da Matemática do Agrupamento/Escola que será um consultor para o ensino da Matemática.

As linhas orientadoras do desenvolvimento do PFCM do 1.º ciclo centram-se na condução de actividades de formação que integrem as práticas dos professores e sejam concebidas de modo a interligar a vertente do saber matemático e a vertente dos saberes didáctico e curricular (Ponte et al., 2007).

Neste artigo debruçar-nos-emos apenas sobre o Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º ciclo, durante o período de funcionamento de 2007 a 2009, no distrito de Braga.

#### *A organização da formação*

A formação realizada no âmbito do PFCM do 1.º ciclo contemplou três componentes indissociáveis: 1) a selecção e preparação de temas matemáticos, com planificação de actividades lectivas relativas a esses mesmos temas; 2) a concretização das actividades lectivas planificadas, em aulas conduzidas pelo professor e acompanhadas/supervisionadas pelo formador; e 3) a reflexão sobre a prática realizada em sala de aula, individual e colectivamente.

A implementação do PFCM, além de atender ao *Programa de matemática do ensino básico* (Ponte et al., 2007), atendeu ainda às indicações do *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais* (DEB, 2001). Estes documentos assentam no pressuposto de que o desenvolvimento da competência matemática dos alunos se consegue através de experiências de aprendizagem diversificadas e significativas para o aluno, tais que: 1) promovam a autoconfiança e o gosto pela actividade matemática; 2) proporcionem uma aprendizagem baseada na compreensão dos conceitos e no desenvolvimento do raciocínio matemático; 3) desenvolvam uma compreensão progressiva da natureza da Matemática, através dos hábitos de trabalho

(ser persistente a resolver problemas, argumentar, formular e validar conjecturas, estabelecer relações); 4) proporcionem uma visão integrada da Matemática; e 5) ajudem a interpretar a aplicabilidade e relevância da Matemática no quotidiano dos alunos e na sociedade.

Estando certos de que as orientações curriculares oficiais ajudam o professor a clarificar aspectos essenciais a atender nas suas práticas de ensino, mas não garantem o exercício de boas práticas de ensino, o trabalho desenvolvido no PFCM do 1.º ciclo procurou facultar aos professores formação direccionada para promover o conhecimento matemático, didáctico e curricular destes agentes da educação, tendo em vista uma melhoria substancial da qualidade das suas práticas de ensino de modo a torná-los mais confiantes e competentes no exercício do ensino da Matemática, à luz daqueles documentos.

#### *Os conteúdos*

Relativamente aos conteúdos abordados neste programa de formação nos anos lectivos de 2007/09, no distrito de Braga, destacam-se os do *Programa de matemática do ensino básico* (Ponte et al., 2007). Assim, foram abordados os seguintes conteúdos: Número e operações, Geometria, Medida, Pensamento algébrico e Organização e tratamento de dados. A incidência e sequência de abordagem destes temas na Formação foi influenciada quer pelos resultados do desempenho dos alunos do 1.º ciclo nas Provas de Aferição, quer pelas necessidades expressas pelos formandos através de um inquérito individual e anónimo conduzido pela nossa equipa no início de cada ano de formação.

#### *A equipa de formação*

A equipa de formação da Universidade do Minho, responsável pelo desenvolvimento do PFCM no distrito de Braga, era constituída por 8 elementos entre coordenadores e formadores que asseguraram a realização do Programa junto de grupos de professores, sendo que cada grupo era constituído por 10 a 15 professores do 1.º ciclo.

#### *As sessões*

Ao longo do ano lectivo, cada grupo de professores teve formação orientada que



contemplou sessões conjuntas (realizadas em grupo e fora do contexto de sala de aula) e sessões acompanhadas (realizadas com acompanhamento em sala de aula). As sessões conjuntas realizaram-se quinzenalmente e nelas pretendia-se o desenvolvimento de propostas curriculares a experimentar na aula e o aprofundamento do conhecimento matemático, didáctico e curricular necessário para a sua concretização. Os grupos em formação pela primeira vez tiveram 15 sessões conjuntas e 4 aulas com acompanhamento. Os grupos que estavam no segundo ano de formação tiveram também 15 sessões, sendo 10 presenciais e 5 de trabalho autónomo, e 5 aulas de acompanhamento em sala. Nestas sessões conjuntas, os professores eram desafiados a questionar-se sobre a importância do seu papel na motivação e gestão da comunicação matemática, resolução de problemas e raciocínio matemático na sala de aula, e tiveram também oportunidade de reflectir sobre experiências de aprendizagem em sala de aula, para que pudessem ser melhoradas em aulas futuras.

Nas sessões de acompanhamento, os professores tiveram ainda a presença do formador em algumas aulas para a concretização e análise das experiências, que contribuíram para um aprofundamento no processo de reflexão individual e conjunta das práticas, criando desta forma dinâmicas de trabalho colaborativo. Assim, as sessões de acompanhamento constituíram um espaço privilegiado de contacto com a prática real dos professores no exercício das suas funções. Este contacto possibilitou a recolha de notas de campo por parte dos formadores, que depois de analisadas permitiram identificar alterações das práticas de ensino dos professores ao longo da formação.

#### *As tarefas*

As tarefas propostas aos formandos centraram-se na resolução de problemas, actividades de investigação/exploração e jogos. Estas diferentes propostas de tarefas visam essencialmente o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação, promovem a compreensão dos conceitos matemáticos e estimulam o estabelecimento de conexões entre os conceitos. Houve necessidade de os professores apresentarem aos seus alunos tarefas diversificadas para que eles compreendessem que existe uma variedade de representações para as ideias matemáticas, para que fosse possível: promover a autoconfiança e o gosto pela actividade matemática; proporcionar uma aprendizagem baseada na compreensão dos conceitos e no desenvolvimento do

raciocínio matemático; desenvolver uma compreensão progressiva da natureza da Matemática através dos hábitos de trabalho; e ajudar a interpretar a aplicabilidade e relevância da Matemática no quotidiano dos alunos e na sociedade.

### **Sobre a Qualidade das Práticas do Professor**

No distrito de Braga, entre 2007-09, o PFCM do 1.º ciclo possibilitou o acesso às práticas de ensino de cerca de 440 professores. Este contexto possibilitou uma análise que partiu do trabalho de 170 formandos, na tentativa de identificar dificuldades e facilidades dos professores quando procuram dinamizar aulas, atendendo às capacidades transversais preconizadas pelo *Programa de matemática do ensino básico* (Ponte et al., 2007).

A distribuição das sessões, ao longo do ano lectivo, e o acompanhamento em sala de aula, permitiram aos formadores uma melhor percepção do impacto do seu trabalho junto dos professores envolvidos neste programa de formação. A cultura de reflexão promovida no desenvolvimento deste programa terá sido, porventura, um dos aspectos que mais o definiu e enriqueceu, tendo-se mostrado essencial para a consciencialização e discussão dos professores de muitas questões actuais associadas ao processo ensino e aprendizagem da matemática. Os resultados destas reflexões, visíveis tanto nas tentativas de vários professores em alterar as suas práticas em contexto de sala de aula, como nas várias intervenções que iam fazendo nas sessões de formação conjunta, foram informalmente anotados ao longo do ano lectivo e materializam-se nos relatos e reflexões escritas que integram os portefólios produzidos pelos professores do 1.º ciclo que frequentaram a formação e em registos dos formadores.

Propomo-nos aqui apresentar algumas considerações sobre as alterações observadas na qualidade das práticas em sala de aula, centradas na promoção do desenvolvimento das capacidades transversais nos alunos preconizadas pelo *Programa de matemática do ensino básico* (Ponte et al., 2007). Estas considerações serão apresentadas destacando três grandes dimensões – concepções e atitudes, escolha de tarefas e desenvolvimento das práticas em sala de aula – por terem sido por nós identificados como aspectos de clara evolução no desenvolvimento do programa de formação.



### *As concepções e atitudes dos professores*

Um dos aspectos mais marcantes identificado pelos formadores durante o desenvolvimento do PFCM prende-se com alterações no âmbito das concepções dos professores ao nível da aprendizagem de conceitos matemáticos por parte dos seus alunos. Foram frequentes as manifestações de surpresa por parte dos professores perante o potencial dos seus alunos. Evidências destas ideias surgem-nos de extractos dos portefólios realizados pelos formandos, como os que abaixo se transcrevem:

*“Após este percurso, podemos olhar para trás e rever todo o caminho percorrido e concluir que aprendemos. Aprendemos sobretudo que podemos de diversas formas abordar um número extenso de conteúdos, de forma a que a Matemática, não seja vista como algo inexplicável. Que pode ser trabalhada pelos alunos com maior motivação e empenho, conseguindo assim, resultados melhores e até inesperados.”* (Professor Y, Portefólio, Junho 2008, p. 22)

Uma mudança de atitude perante as capacidades dos alunos, que se traduzia no início da formação por baixas expectativas, mas que durante o percurso surtiu resultados positivos, assentes numa mudança de expectativas em relação às capacidades dos alunos surge também do comentário de outros formandos:

*“As crianças surpreenderam-me pela positiva pois tinha a ideia que iriam ter grandes dificuldades na execução da actividade mas, de facto atingiram aquilo que era pretendido.”* (Professor V, Portefólio, Junho 2009, p. 30)

*“Agora que reflícto sobre esta aula, vejo que estava com baixas expectativas em relação a eles.”* (Professor V, Portefólio, Junho 2009, p.27)

Ainda no âmbito das concepções e atitudes dos professores foram identificadas mudanças de outra natureza. No início da formação, durante o acompanhamento em sala de aula, foi possível constatar que muitos professores apresentavam dificuldades conceptuais, na resolução de problemas. Por vezes, os problemas apresentados aos alunos não eram mais do que meros exercícios atendendo ao público-alvo. Sobre este assunto, apresentamos o comentário de um aluno de uma turma de um professor em formação, quando procurava explicar o que entendia por problema. “Uma coisa que se tem que resolver com contas e dá-se uma resposta”. Denota-se, nesta citação, uma certa ligação estreita (em demasia) entre algoritmos e problemas. Assim, muitas vezes verificava-se que os alunos antes de iniciarem um problema colocavam logo os dados,

indicação e operação, assumindo prematuramente que todos os problemas têm de ser resolvidos com operações.

*“O problema de nós, professores, é que desde o primeiro ano incutimos às crianças que em todos os problemas devem constar os dados, a indicação e a operação quando não é verdade e a prova está neste tipo de situação problemática.”* (Professor Z, Portefólio, 2009, p.28)

Contudo, no decorrer da formação foram-se verificando alterações conceptuais dos professores sobre o que é um problema. Essas novas concepções reflectem-se nos seus alunos, pois passou a ser frequente encontrar alunos de professores em formação para quem um problema é "Alguma coisa que se tem que pensar bem para ter uma resposta" (Aluno de um professor em formação, 2008/2009). Evidências como esta têm-nos levado a pensar que o PFCM promoveu claramente uma alteração conceptual dos professores a respeito da resolução de problemas. Verificou-se, nos professores envolvidos, uma clara distinção entre exercício e problema. Foi ainda identificada uma maior abertura à integração da resolução de problemas nas práticas de sala de aula.

*“A nossa motivação foi crescendo, procurando alargar os nossos horizontes, adquirindo mais valias no sentido de enriquecer a nossa prática pedagógica, visto que temos consciência de que as nossas práticas, na sala de aulas, recaíam, nesta matéria, em exercícios com procedimentos de cálculo mecanizado e recorrendo, muitas vezes, ao conhecimento memorizado e não havendo os enriquecedores momentos de reflexão.”* (Professor Z, Portefólio, 2009, p. 29)

Ao longo da formação, através do acompanhamento na sala de aula, constatou-se uma mudança acentuada nas práticas, denotando-se frequentemente a substituição de exercícios rotineiros por problemas estimulantes e motivadores. Esta mudança traduz, de algum modo, uma mudança no conceito de ensinar e aprender Matemática. Foi notório o empenho crescente por parte dos professores em colocar aos seus alunos problemas que constituíssem reais desafios para o desenvolvimento das capacidades dos seus alunos, como se pode depreender dos extractos dos portefólios dos professores que se seguem:

*“Ficámos surpreendidos positivamente pelo empenho e envolvimento demonstrados no decorrer da actividade. Ao longo do tempo, sentimos dificuldades em colocar questões que provocassem o raciocínio, fruto dos vícios da nossa prática pedagógica, muito*



*expositiva. Na ficha de trabalho solicitámos aos alunos que explicassem os seus raciocínios por escrito. Aqui houve dificuldades, visto não ser prática corrente nas nossas aulas de matemática. Concluimos que para futuras aulas, teremos que ter uma postura mais activa, pondo questões e dando sugestões, se necessário.”* (Professora Z, Portefólio, 2009, p. 8)

*“À medida que os alunos iam descobrindo as formas, colocávamo-nos numa atitude questionadora em relação aos resultados apresentados: “Porquê?”...”Tens a certeza?”.”* (Professora Z, Portefólio, 2009, p. 17)

*“Aqui, as crianças ainda hesitaram um pouco, pois não estavam habituados a esta atitude por parte da professora. Este é um aspecto novo na nossa prática pedagógica, adquirido na formação e que devemos manter no futuro.”* (Professora Z, Portefólio, 2009, p. 17)

No âmbito da resolução de problemas, em termos gerais, verificou-se por parte dos professores envolvidos no programa de formação uma mudança de atitude perante as potencialidades que a mesma possibilita.

#### *A escolha das tarefas*

Para as suas aulas os professores preocuparam-se em seleccionar tarefas de entre as que foram apresentadas e desenvolvidas no contexto da formação. As tarefas propostas aos formandos envolveram essencialmente a resolução de problemas, as actividades de exploração e os jogos por visarem o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação, promoverem a compreensão dos conceitos matemáticos e estimularem o estabelecimento de conexões entre conceitos. As tarefas de consolidação, muitas vezes designadas de rotineiras, não foram alvo de selecção, não porque não sejam consideradas importantes, mas pela convicção de eram já prática corrente em sala de aula.

Os professores preocuparam-se em apresentar aos seus alunos uma diversidade de tipos de tarefas, que possibilitassem o desenvolvimento de múltiplas representações. Estas tarefas procuravam promover a autoconfiança e o gosto pela actividade matemática, proporcionar uma aprendizagem baseada na compreensão dos conceitos e no desenvolvimento do raciocínio matemático, desenvolver uma compreensão progressiva da natureza da Matemática, ajudar a interpretar a aplicabilidade e relevância da Matemática no quotidiano dos alunos e na sociedade, possibilitar a elaboração de textos envolvendo o modo como pensaram e desenvolver

o hábito de que as afirmações produzidas devem ser fundamentadas. Todavia, a integração destas tarefas nas práticas constituiu para muitos professores uma novidade. O extracto de portefólio que se segue sustenta este nosso argumento.

*“Assim sendo, é fundamental, enquanto professores, sentirmo-nos à vontade na Matemática, dominarmos os conceitos e processos matemáticos, arriscarmos novos tipos de tarefas e novos modos de trabalho na sala de aula.”* (Professor W, Portefólio, 2009, p. 47)

Os professores manifestaram ainda uma progressiva consciencialização da necessidade de motivar os alunos para a aprendizagem com tarefas interessantes e desafiadoras, que estimulassem o raciocínio, como se pode ver no testemunho do professor que se segue:

*“É importante que essa actividade seja “simples” de perceber, mas que ao mesmo tempo estimule o raciocínio e os obrigue a pensar [...] foi importante rever conteúdos e noções que vão ficando guardadas com o tempo e que agora reaparecem, com novos formatos e estratégias de trabalho.”* (Professor A, Portefólio, 2009, p.29)

As tarefas a implementar em sala de aula eram escolhidas pelos respectivos professores, tendo em vista os conteúdos a leccionar, a idade dos seus alunos e o seu desenvolvimento. Frequentemente, as tarefas eram consideradas demasiado difíceis para aplicar em sala de aula, revelando assim fracas expectativas desses professores em relação aos seus alunos, como já referimos anteriormente. Contudo, foi também frequente a referência a alunos que excediam as expectativas em tarefas de exploração e na resolução de problemas, na medida em que sendo considerados alunos “fracos” pelos seus professores, era esperado que apresentassem dificuldades também neste tipo de tarefas, tendo deixado muitos professores surpresos. Estas vivências levam-nos a reflectir acerca da consistência da avaliação que os professores fazem dos seus alunos.

Em suma, ao longo da formação, foi notória a evolução de muitos professores na selecção de tarefas para as suas aulas, propondo tarefas mais desafiadoras de resolução de problemas, promotoras de raciocínio e da comunicação matemática. Arriscamos dizer que este progresso traduziu ainda um aumento das expectativas dos professores relativamente aos seus alunos.



### *O desenvolvimento de práticas de sala de aula*

Sobre o desenvolvimento de práticas de sala de aula, ao longo da formação assistimos a mudanças notáveis em vários aspectos. Destacaremos aqui os que se prendem com o desenvolvimento das capacidades transversais – capacidade de resolver problemas, capacidade de raciocinar matematicamente e capacidade de comunicar matematicamente.

Sobre a resolução de problemas na sala de aula, identificaram-se dificuldades e facilidades dos professores durante a sua implementação. Foram notáveis as melhorias nas aulas de muitos dos professores observados, mas foram também identificadas dificuldades de alguns professores em aspectos de concretização das mesmas.

Ao longo da formação, através do acompanhamento na sala de aula, constatou-se uma mudança acentuada nas práticas. A mudança de atitude dos professores envolvidos no programa de formação face à resolução de problemas resultou na alteração das práticas de sala de aula, substituindo mais frequentemente exercícios rotineiros e enfadonhos por problemas estimulantes e motivadores. Foi notório o empenho crescente por parte dos professores em colocar aos seus alunos problemas que desenvolvessem o seu raciocínio como o que a seguir se apresenta:

*“O Nico resolveu guardar os seus berlindes da seguinte maneira: pôs um berlinde na 1.<sup>a</sup> caixa, dois na 2.<sup>a</sup> caixa, quatro na 3.<sup>a</sup>, sete na 4.<sup>a</sup> e preparava-se para encher a 5.<sup>a</sup> quando o seu irmão Quico que o observava, exclamou: “Já sei quantos vais pôr nessa!”. O que é que o Quico descobriu?”*

Identificou-se também uma evolução na postura do professor face às estratégias de resolução apresentadas pelos seus alunos. A integração da resolução de problemas nas práticas de sala de aula promoveu uma maior abertura do professor à diversidade de estratégias apresentadas pelos alunos, procurando partilhá-las e discuti-las no grupo turma. Um exemplo destes aspectos de mudança é aqui apresentado, durante a resolução do problema que se segue na sala de aula.

*“O João e o André estão a observar animais numa cerca com coelhos e galinhas. Para saberem quantos animais estão na cerca, o João contou as patas e o André as cabeças. Os dois amigos contaram 7 cabeças e 22 patas. Quantos coelhos e galinhas estão na cerca?”*

Na sala de aula surgiram estratégias de resolução diversificadas (ver Figura 1). O professor da turma encarou esta diversidade de uma forma muito próxima àquela que os formadores do PFCM adoptaram, no trabalho com os seus formandos, durante a resolução de problemas.

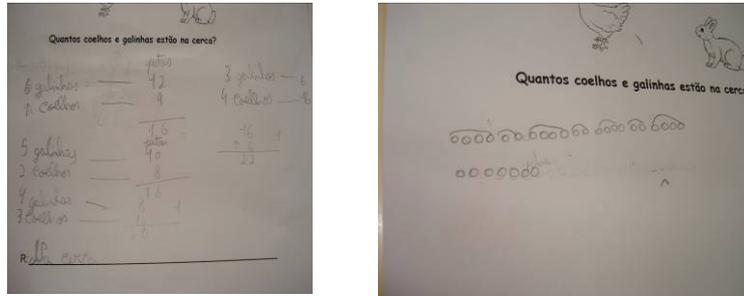


Figura 1: Resolução de problemas por diferentes alunos da mesma turma

Na formação, a partilha e exploração em grande grupo das diferentes estratégias de resolução foi uma prática corrente dos formandos. Analogamente, os formandos foram estimulados a promover nos seus alunos a partilha de resoluções. Assim, após terem resolvido o problema individualmente, a pares ou em grupo, os alunos apresentam para o resto da turma a solução encontrada e as estratégias utilizadas. Em seguida, o professor e os alunos levantaram questões acerca da forma como resolveram o problema, debatendo os aspectos positivos e os negativos.

A Figura 2 ilustra bem a preparação de transparências e a resolução no quadro da sala de aula do problema, para discutirem com os colegas da turma as suas estratégias de resolução. Nela são ainda fornecidos mais exemplos de partilha em grande grupo de estratégias de resolução.



Figura 2: Partilha em grande grupo de estratégias de resolução



Em alguns casos recorreu-se à projecção em tela, permitindo que os alunos tivessem uma atitude de maior rigor utilizando a linguagem matemática adequada, estimulando a comunicação matemática entre os alunos e entre alunos e professor.

Alguns professores alteraram as suas práticas de sala de aula estimulando a partilha de estratégias de resolução e aproveitando para discutir com os seus alunos estratégias inovadoras, permitindo assim que estes enriquecessem o seu leque de estratégias de resolução. A Figura 3 apresenta a resolução de um problema que envolve a multiplicação no sentido combinatório, em que os alunos elaboraram as suas resoluções e, no final, o professor apresenta uma nova estratégia de resolução (ver Figura 4) utilizando uma tabela de dupla entrada, solicitando a ajuda dos alunos para a preencher.



Figura 3: Resoluções dos alunos do problema dado



Figura 4: Aluno a concluir uma estratégia apresentada pelo professor

Esta evolução nas práticas foi marcada pela crescente valorização das produções dos alunos, pela promoção da capacidade de argumentação e do raciocínio dos alunos, e ainda pela valorização da comunicação matemática entre os alunos e entre os alunos e professor.

É ainda de salientar uma crescente preocupação dos professores em discutir

com os alunos as soluções incorrectas, embora esta discussão ocorra quase sempre entre professor e o aluno que cometeu o erro. Contudo, foram encontrados alguns casos de professores que estimularam a apresentação em grande grupo de soluções que estão incorrectas, de forma a detectar-se onde se cometeu o erro e a promover uma vez mais a partilha e a discussão entre todos os elementos da turma.

Todas estas mudanças progressivas de atitude dos professores nas suas aulas marcaram alterações de fundo do papel do professor na implementação das suas práticas. Assistiu-se aqui a uma alteração do papel do professor enquanto agente fortemente directivo do discurso e trabalho na sala de aula, dando lugar a um destaque cada vez mais acentuado da participação do aluno.

Os professores puderam evidenciar a atitude dos alunos na prossecução das tarefas, quer através do empenho demonstrado quer da atitude francamente positiva perante as mesmas e perante a Matemática. Na exploração de várias actividades foi visível a preocupação, por parte dos professores, de que os alunos fizessem o registo das suas descobertas. A Figura 5 dá-nos exemplos desta prática na resolução de actividades de Geometria. Em muitos casos estes registos revelaram-se essenciais para que os alunos tirassem conclusões acerca das tarefas que se encontravam a desenvolver e para comunicarem as suas descobertas matemáticas à turma.



Figura 5: Exploração de padrões e propriedades geométricas

A exploração destas tarefas resultou na promoção da comunicação matemática dos alunos, quer no que respeita à verbalização de raciocínios e apresentação de



argumentos quer na explicação de processos de resolução e estratégias adotadas.

A comunicação matemática em sala de aula pareceu-nos ter ganho nova importância, havendo por parte dos professores uma preocupação em desenvolver nos seus alunos não só a comunicação escrita, mas também oral. Pois, foi crescente a atribuição de momentos da aula dedicados a este propósito.

A respeito da integração de materiais manipuláveis nas práticas de sala de aula, os professores mostraram uma preocupação muito grande em incluir nas suas práticas materiais estruturados e não estruturados, que constituíram uma mais-valia para o enriquecimento das suas aulas e, conseqüentemente, para uma aprendizagem compreensiva por parte do aluno. Entre outros materiais salienta-se o georeflexor (Mira), já que o mesmo era desconhecido por uma boa parte dos professores. Note-se que é um material manipulável de grande interesse para o estudo das reflexões e de simetrias. No entanto, não se pode deixar de referir que houve implementação de outros materiais estruturados, como o geoplano e barras Cuisenaire (ver Figura 6) e não estruturados, em sala de aula. Em relação ao material não estruturado destacamos, a título de exemplo, diversos puzzles geométricos com potencialidades para a classificação de polígonos, bem como para a composição e decomposição de figuras.

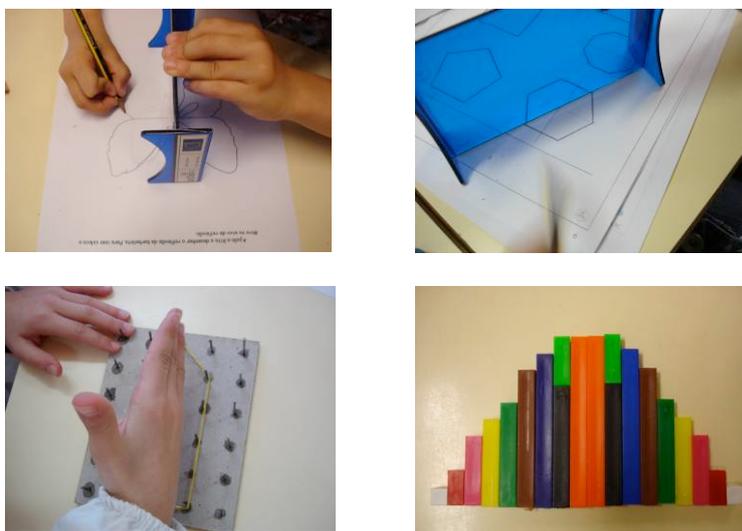


Figura 6: Exploração de reflexões

Particularmente no que respeita à geometria foi observada uma maior preocupação com o rigor das construções elaboradas por parte dos professores e,

consequentemente, por alguns dos alunos. Os professores puderam verificar a dupla importância deste aspecto: primeiro porque promovia o desenvolvimento da comunicação matemática e facilitava a apresentação dos raciocínios envolvidos, e também porque os alunos tinham a oportunidade de desenvolver competências e serem mais rigorosos nos diversos tipos de representações, facilitando o desenvolvimento do concreto para o abstracto.

Apesar de terem sido registados progressos nas práticas dos professores, foram também detectadas dificuldades diversas. Os professores revelaram dificuldades em gerir o tempo da aula, ao longo do desenvolvimento de uma actividade de resolução de problemas. A gestão da fase de apresentação e discussão dos resultados e de partilha de estratégias de resolução, apesar de ser reconhecidamente importante pelo professor, nem sempre se traduziu no equilíbrio desejado no que respeita à concretização. Muitos professores continuaram a manifestar dificuldade na gestão do tempo atribuído à fase de apresentação e discussão dos resultados.

Uma outra fragilidade muitas vezes encontrada prende-se com o desbloquear de situações de impasse que frequentemente surgiram ao longo da resolução de problemas na sala de aula. Para muitos professores pairou a dúvida sobre as questões orientadoras a colocar aos alunos, no sentido de os ajudar a ultrapassar as dificuldades surgidas.

Foram também identificadas algumas dificuldades nos domínios do conhecimento matemático, didáctico e curricular dos professores. Vários professores manifestaram dificuldades a nível dos conceitos matemáticos, particularmente no âmbito da geometria, (por exemplo, no reconhecimento de polígonos não convexos e no reconhecimento de polígonos não regulares). Note-se que, lacunas no âmbito do conhecimento matemático trazem também como consequência limitações na utilização de uma linguagem matemática adequada.

Também ao nível do conhecimento didáctico, os professores apresentaram dificuldades no que diz respeito à exploração adequada de alguns manipuláveis, (por exemplo, no geoplano de malha quadrada, muitos professores identificaram como igual a distância entre quaisquer dois pinos na preparação das tarefas). O frágil conhecimento didáctico foi também algumas vezes evidenciado na pobre diversidade de exemplos explorados com os alunos, condicionando a construção de conceitos. Por exemplo, quadrados e triângulos foram frequentemente explorados na mesma posição; a utilização de contra-exemplos no trabalho com os alunos foi parca; e



verificaram-se ainda algumas limitações ao nível da utilização de uma linguagem matemática adequada, nomeadamente no âmbito da geometria.

Ao nível do conhecimento curricular não foi difícil encontrar professores desconhecedores das orientações contidas no currículo e documentos oficiais, assumindo mesmo desenvolver a sua prática apenas de acordo com outras fontes, como o manual escolar. Este facto tem consequências na qualidade das práticas de ensino dos professores. Por exemplo, foi por nós observado que muitos professores não atendiam ao facto de um quadrado ser um caso particular do rectângulo, na exploração de polígonos em sala de aula. Este facto, entre outros aspectos, denota um deficiente conhecimento curricular, já que a este respeito, no *Programa de matemática do ensino básico* (Ponte et al., 2007) pode ler-se “[...] salientar que o quadrado pode ser visto como um caso particular do rectângulo.” (p.22).

### **Reflexões Finais**

O Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º ciclo parece ter ajudado muitos professores a melhorar as suas práticas de ensino da Matemática. Talvez o maior dos estímulos por ele fornecido tenha sido o de integrar actividades de resolução de problemas e de exploração na aula de Matemática, facultando aos professores oportunidades de promover o desenvolvimento das capacidades transversais de resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática.

Mudar as práticas de sala de aula é um desafio exigente e que demora o seu tempo a ser interiorizado e implementado. Os professores têm respondido bem a esse desafio, no entanto, há alguns aspectos que ainda necessitam de ser melhorados. O trabalho realizado junto dos professores envolvidos no PFCM do 1.º ciclo está muito longe de estar concluído. Pois, para os professores que o frequentaram, há ainda muitos aspectos que carecem de um trabalho continuado a nível do seu conhecimento matemático, curricular e didáctico.

As dificuldades e deficiências conceptuais destacadas neste artigo foram identificadas junto de professores que tiveram o privilégio de frequentar o PFCM do 1.º ciclo, durante pelo menos um ano. Algumas delas foram-se esbatendo com o decorrer da formação. O leitor mais atento não poderá deixar de pensar de como será a qualidade das práticas de muitos professores pelo nosso país fora, que não tiveram ainda a oportunidade de usufruir de tal apoio. As dificuldades identificadas nos

professores do 1.º ciclo talvez justifiquem a necessidade de dar continuidade à formação já desenvolvida neste ciclo de ensino, de forma a continuar a promover o conhecimento matemático, curricular e didático dos professores.

### Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação-Departamento da Educação Básica (ME-DEB).
- Azcárate, P. (1999). El conocimiento profesional: Naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Cuadrante*, 8, 111-138.
- Brocardo, J., Serrazina, M. L., & Rocha, I. (2008). *O sentido do número: Reflexões que se entrecruzam entre a teoria e a prática*. Lisboa: Escolar Editora.
- DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: ME.
- Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE) (2008). *Relatório sobre a prova de aferição de matemática do 1.º ciclo de 2008*. Recuperado em Abril 15, 2011, de [http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=7&fileName=Relat\\_rio\\_nacional\\_MAT4\\_08.pdf](http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=7&fileName=Relat_rio_nacional_MAT4_08.pdf)
- Langrall, C., Mooney, E., Nisbet, S., & Jones, G. (2008). Elementary students' access to powerful mathematical ideas. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp.109-135). Milton Park: Routledge.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. London: LEA.
- Mamede, E. (2007). *The effects of situations on children's understanding of fractions*. (PhD thesis, unpublished document). Oxford Brookes University, Oxford.
- Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido de número racional*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Pacheco, J. (2001). *Currículo: Teoria e praxis*. Porto: Porto Editora.
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- Palhares, P., Gomes, A., & Mamede, E. (2002). A formação para o ensino da matemática no pré-escolar e no 1.º ciclo. In L. Serrazina (Ed.), *A formação para o ensino da matemática na educação pré-escolar e no 1.º ciclo do ensino básico* (pp.21-36). Porto: Porto Editora.
- Ponte, J. P. (2000). A investigação sobre o professor de matemática. Problemas e perspectivas. *Educação Matemática em Revista*, 11, 10-13. Recuperado em Abril 24, 2011, de <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/00->



Ponte%20(DIF-Brasil).doc

- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Brenda, A., Guimarães, F., Sousa, H., ... Oliveira, P. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Recuperado em Janeiro 4, 2008, de <http://sitio.dgidc.min-edu.pt/PressReleases/Paginas/ProgramadeMatematicadoEnsinoBasico.aspx>
- Roldão, M. C. (2005). Formação de professores, construção do saber profissional e cultura da profissionalização: Que triangulação? In L. Alonso, & M. C. Roldão (Eds.), *Ser professor do 1.º ciclo: Construindo a profissão* (pp. 8-17). Coimbra: Almedina.
- Schoenfeld, A. H. (2008). On modeling teachers' in-the-moment decision making. In A. H. Schoenfeld, (Ed.) *A study of teaching: Multiple lenses, multiple views. Journal for Research in Mathematics Education* monograph series (Monograph No 14, pp. 45-96). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).
- Serrazina, M. L. (2002). A formação para o ensino da matemática. In L. Serrazina (Ed.), *A formação para o ensino da matemática na educação pré-escolar e no 1.º ciclo do ensino básico* (pp. 9-20). Porto: Porto Editora.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Stein, M. K., Remilland, J., & Smith, M. (2007). How curriculum influences students learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research in mathematics teaching and learning* (vol. 1, pp. 319-367). Reston: NCTM.