TRABALHO COLABORATIVO E REPRESENTAÇÕES SOCIAIS: CONTRIBUTOS PARA A PROMOÇÃO DO SUCESSO ESCOLAR EM MATEMÁTICA

Ricardo Machado
Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Unidade de Investigação Educação e Desenvolvimento
ricardojrmachado@gmail.com

Margarida César
Universidade de Lisboa, Instituto de Educação
macesar@ie.ul.pt

Resumo

Numa sociedade tecnológica e global, como a actual, são exigidas, aos cidadãos, capacidades e competências que lhes permitam ultrapassar os desafios. A matemática assume-se como uma forma de conhecimento, culturalmente situado, importante na mediação e resolução desses desafios. Enquanto disciplina associada a elevadas taxas de insucesso académico e a representações sociais negativas, é, muitas vezes, responsável por abandonos escolares precoces. O trabalho colaborativo, em díade ou pequenos grupos, actua como ferramenta mediadora no acesso ao sucesso académico e como facilitador no desenvolvimento de capacidades e competências (matemáticas), promovendo a literacia matemática. Este trabalho insere-se no projecto *Interacção e Conhecimento*. Assume um paradigma interpretativo e um *design* de investigação-acção. Os participantes são os alunos duma turma de 8.º ano de escolaridade, o professor/investigador e outros dois observadores. Os instrumentos de recolha de dados são um instrumento de avaliação de capacidades e competências (matemáticas), tarefas de inspiração projectiva, questionários, observação, recolha documental e protocolos dos alunos. Os dados foram tratados através de uma análise de conteúdo narrativa, sucessiva e aprofundada, de onde emergiram categorias indutivas. Analisamos as trajectórias de participação de uma aluna (Carolina, nome fictício), enquanto exemplo paradigmático. Discutimos estas trajectórias de participação em matemática, nomeadamente as três tarefas de inspiração projectiva e algumas tarefas matemáticas, realizadas em aula e em díade. Esta investigação ilumina as potencialidades que o trabalho colaborativo tem na apropriação de conhecimentos (matemáticos), na mobilização e/ou desenvolvimento de capacidades e competências (matemáticas), na mudança das representações sociais relativas à matemática e nos processos de socialização dos alunos.

Palavras-chave: Matemática; Trabalho colaborativo; Interacções dialógicas; Representações sociais.

Abstract

In a technological and global society citizens are demanded to use diverse abilities and competencies, allowing them to overcome societal challenges. Mathematics is a very important cultural tool to mediate and solve these challenges. This subject is associated with high academic failure, to the development of negative social representations, and is often responsible for some of the early school dropouts. Collaborative work, particularly peer interactions and small groups work, can be used as a mediating tool promoting students' access to the academic achievement. It also facilitates the development of (mathematical) abilities and competencies contributing to the promotion of a mathematical literacy. This work is part of the *Interaction and Knowledge* project. It assumed an interpretative approach and an action-research design. The participants were the 8th grade students, the teacher/researcher and two other observers. Data was collected through an instrument to evaluate students' (mathematical) abilities and competencies, tasks inspired in projective techniques, questionnaires, observation, documents and students' protocols. Data was treated and analysed through a narrative content analysis performed in a successive and in-depth way, from which inductive categories emerged. We analyse one student's trajectory (Carolina, pseudonym), a paradigmatic example. We discuss this student's life trajectories of participation, particularly in mathematics, namely the three tasks inspired in projective techniques and some mathematical tasks solved in dyads. This research illuminates the potential of collaborative work in the appropriation of (mathematical) knowledge, in the mobilization and/or development of (mathematical) abilities and competencies, in the change of social representations and in students' socialization process.

Keywords: Mathematics; Collaborative work; Dialogical interactions; Social representations.

Introdução

A sociedade dita ocidental está em mudança, pelo que cada vez mais são exigidas aos cidadãos capacidades e competências que lhes permitam ser capazes de gerir os vários conflitos (identitários), configurados por essas mesmas mudanças. Desta forma, é pedido à Escola e aos professores que preparem os alunos enquanto cidadãos críticos e interventivos, com capacidade de contribuírem para a sociedade, tornando-a mais inclusiva. A matemática assume-se como uma ferramenta fundamental no desenvolvimento de capacidades e competências necessárias a essa intervenção social (Cobb, 1995; Gellert & Jablonka, 2007) e, por isso mesmo, ter acesso às ferramentas culturais da matemática é uma das formas de evitar a exclusão escolar e social (César, in press; César & Kumpulainen, 2009; César & Santos, 2006). Neste contexto, é necessário que os alunos desenvolvam uma elevada literacia matemática, que lhes possibilite resolver os vários problemas que se lhes apresentam, ao longo da vida. Contudo, a disciplina de matemática está frequentemente associada a representações sociais negativas, que configuram os desempenhos académicos dos alunos (Abrantes, 1994; Gorgorió & Planas, 2005; Machado, 2008), bem como a um fenómeno de bipolarização: os alunos ou a citam como sendo das disciplinas que mais gostam, ou como das que menos gostam (Matos, 2010; Piscarreta, 2002), mas raramente indicam que a matemática lhes é indiferente. Assim, torna-se necessário ter acesso a essas representações sociais, para podermos agir, através das práticas, contribuindo para a sua mudança, construindo outras mais positivas (César, 2009).

A aprendizagem deve ser encarada como um processo de construção activa, não só de conhecimentos mas, também, de competências (Ponte, Matos & Abrantes, 1998; Ventura, 2011), de valores e de práticas sociais (Apple, 1995; Cobb & Hodge, 2007; Gellert & Jablonka, 2007), através dos quais os alunos atribuem sentido às suas palavras e acções, bem como às dos outros, com quem interagem, tendo como referência aquilo que sabem, de experiências e vivências anteriores. Como afirmam Maasz e Schloeglmann (2006), "(...) a matemática é um resultado de um processo cultural e, por conseguinte, a aprendizagem da matemática é também influenciada pelos desenvolvimentos culturais." (p. 3). Deste modo, torna-se necessário intervir ao nível das práticas, em aula, de forma a promover cenários de educação formal onde se facilite a apropriação de conhecimentos aos quais os alunos atribuam sentidos (Bakhtin, 1929/1981; César, 2009, in press; Roth & Radford, 2011). Porém, este processo é dificultado pelas características do sistema de ensino português pois, como afirma Matos (2010), "a estrutura educativa portuguesa era (e ainda é) o exemplo de um sistema educativo centralizado" (p. 139) e, para que as escolas adaptem as práticas aos públicos que as frequentam, um sistema menos centralizado, com mais possibilidades de autonomia e maior grau de responsabilização, possibilita, habitualmente, operacionalizações do currículo prescrito mais adequadas.

As práticas colaborativas, quer em cenários de educação formal, como é o caso da sala de aula, quer noutros cenários de aprendizagem não-formal, ou mesmo informal, constituem uma forma de mediação poderosa na mudança e/ou manutenção, das representações sociais dos alunos sobre a matemática, do acesso ao sucesso académico nesta disciplina e ao desenvolvimento de capacidades e competências (matemáticas) essenciais no exercício de uma cidadania crítica e participativa (Branco, Matos, Ventura, & Santos, 2004; Carvalho, 2001; César, 2009; César & Santos, 2006; Maasz & Schloeglmann, 2006; Roth & Radford, 2011; Stith & Roth, 2008; Teles & César, 2007; Ventura, Branco, Matos, & César, 2002).

Assim, o problema que deu origem a esta investigação é a construção de representações sociais negativas, em relação à matemática, por parte de muitos alunos, configurando a falta de empenho nas actividades matemáticas, em aula, e o (in)sucesso nesta disciplina. Deste problema, emergiram as seguintes questões de investigação: (1) Quais as representações sociais da matemática, no início do ano lectivo, dos alunos de uma turma de 8.º ano de escolaridade de uma escola pública do ensino regular diurno? (2) Que mudanças se observam nessas representações sociais, ao longo do ano lectivo? (3) De acordo com os relatos dos alunos, como se explica a existência, ou inexistência, de mudanças nas representações sociais acerca da matemática? e (4) Quais os impactes destas representações sociais para a apropriação de conhecimentos matemáticos e mobilização/desenvolvimento de capacidades e competências desses mesmos alunos?

Para responder a estas questões, desenvolvemos um projecto de investigação-acção, numa turma de 8.º ano de escolaridade, de uma escola dos arredores de Lisboa, situada num meio sócio-cultural e económico desfavorecido, onde co-existiam diversas culturas minoritárias, socialmente pouco valorizadas, com o objectivo de perceber as potencialidades que o trabalho colaborativo assume na apropriação de conhecimentos (matemáticos), no desenvolvimento e/ou mobilização de capacidades e competências, na mudança ou manutenção das representações sociais que os alunos constroem sobre a matemática e nos processos de socialização dos mesmos.

Quadro de Referência Teórico

O papel da Escola tem vindo a sofrer algumas alterações configuradas pelas mudanças sociais e políticas, nomeadamente pelo que a sociedade espera dos cidadãos que nela participam (Matos, 2010). Actualmente, é pedido à Escola e, em especial, aos professores, que preparem os alunos, não só a nível académico (apropriação de conhecimentos dos vários domínios científicos), mas também ao nível de capacidades e competências, tais como o sentido crítico, a autonomia, a capacidade de argumentação sustentada, entre outras, para que eles se possam tornar cidadãos mais participativos e críticos. Como sustenta Hamido (2007), cabe à Escola a "(...) responsabilidade de *produzir* cidadãos para uma *sociedade aprendente*, isto é, desenvolvidos dos pontos de vista intelectual e social, e predispostos à confrontação com a mudança e a complexidade" (p. 142, itálico no original).

Esta (nova) exigência que é feita à Escola acontece ao mesmo tempo que um outro fenómeno importante: a existência de uma grande diversidade cultural. Assim, aos professores é-lhes pedido para terem em consideração as diversas culturas em que os alunos participam, por forma a que, através das práticas lectivas, promovam uma educação intercultural, isto é, valorizem e aproveitem os diversos contributos de cada cultura que co-existe na aula, fomentando uma educação que promova a equidade no acesso aos artefactos culturais e ao sucesso escolar (César, 2009, in press, submetido; Cobb & Hodge, 2002; NCTM, 2007).

Educação matemática

No actual contexto multicultural que se encontram as escolas portuguesas, a educação e, em particular, a educação matemática, enfrenta (novos) desafios no ensino e na aprendizagem da mesma. Nos documentos de política educativa nacionais e internacionais (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999; NCTM, 2007; Ponte, et al., 2007) é realçado a necessidade de os alunos atribuírem sentidos (Bakhtin, 1929/1981) às aprendizagens matemáticas para que estes, no futuro, quando confrontados com novas situações, sejam capazes de as resolver. Como é afirmado por Ponte e seus colaboradores no *programa de matemática do ensino básico* (2007):

> *"(...) a disciplina de Matemática no ensino básico deve contribuir para o desenvolvimento pessoal do aluno, deve proporcionar a formação matemática necessária a outras disciplinas e ao prosseguimento de estudos – em outras áreas e na própria Matemática – e deve contribuir, também, para a sua plena realização na participação e desempenho sociais e na aprendizagem ao longo da vida."* (p. 3)

Outro aspecto associado à importância de os alunos atribuírem sentidos (Bakhtin, 1929/1981) às aprendizagens matemáticas realizadas, que é salientado, também, na citação anterior, é o desenvolvimento de uma elevada literacia matemática – "(...) plena realização na participação e desempenho sociais e na aprendizagem ao longo da vida" (Ponte et al., 2007, p. 3). No estudo internacional PISA, realizado em 2003, esta é entendida como sendo

> *"(...) a capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo."* (ME/GAVE, 2004, p. 7)

Desta forma, a literacia matemática é um conceito que acentua a pluralidade dos vários contextos, cenários e/ou situações onde pode ocorrer a utilização da matemática, como forma de conhecimento, na resolução de problemas, nomeadamente de problemas matemáticos. Portanto, não se adquire, apropria-se e desenvolve-se ao longo da vida. Como afirma Matos (2008),

> *"Tal como aconteceu noutros países, a proposta da adopção da resolução de problemas como eixo organizador do currículo de matemática desempenhou um papel importante no ideário de renovação do ensino da matemática desde o princípio dos anos 80 do século passado em Portugal."* (p. 141)

Para que os alunos, futuros cidadãos, se tornem "(...) construtivo[s], preocupado[s] e reflexivo[s]" (ME/GAVE, 2004, p. 7), é necessário que a Escola, enquanto espaço/tempo dialógico (César, 2009, submetido), configure espaços de pensamento (Perret-Clermont, 2004), nos quais se possam tornar mais interventivos e participantes, mais críticos e reflexivos, nomeadamente quanto aos processos de ensino e de aprendizagem.

Apesar do que é pretendido, teoricamente, e está expresso, enquanto ideal, nos documentos de política educativa, quanto ao ensino e aprendizagem da matemática, continuamos a assistir a uma forte rejeição da matemática, por parte dos alunos. Este fenómeno traduz-se, por exemplo, nos desempenhos dos alunos nas provas de avaliação externa, quer do 9.º quer do 12.º anos de escolaridade. Esta evidência ilumina o papel selectivo que a matemática assume no prosseguimento de estudos, quer em cursos profissionais, quer na entrada no ensino superior, configurando sentimentos de incapacidade e frustração nos alunos, podendo levar a abandonos escolares precoces (César, 2009), aspecto particularmente importante em Portugal, nomeadamente quando comparado com outros países da Europa (Strecht, 2008).

Quando se pretende modificar este fenómeno existem alguns aspectos a ter em consideração, nomeadamente a gestão do currículo, as práticas desenvolvidas em aula, ou as tarefas matemáticas propostas e as instruções de trabalho que lhes estão subjacentes. O currículo, tal como o concebemos, é uma prática que se constrói a partir de um processo de decisão, que não pode ser separado dos contextos em que ocorre e das pessoas que nele intervêm. Portanto, gerir o currículo é decidir caminhos, recursos e prioridades, proporcionando aos alunos uma aprendizagem com sentido(s) (Bakhtin, 1929/1981). Assim, cabe ao professor decidir o caminho a percorrer, e fazer do currículo aquilo que entender (Roldão, 1999). Como sustenta Rose (2002) "o currículo não deve ser encarado como um fim em si, mas como uma estrutura através da qual proporcionamos um veículo para a aprendizagem" (p. 29). Assim, um currículo não deve ser encarado como a soma dos conteúdos abordados num determinado ano de escolaridade, mas num sentido mais lato, abrangendo as capacidades e competências a desenvolver, as experiências diversificadas de aprendizagem e o uso de recursos diversos. Como afirma Ponte (2005), a gestão curricular, realizada pelo professor, implica uma interpretação e (re)construção do currículo tendo em conta os alunos e os contextos sociais emergentes. Desse processo faz parte a escolha de tarefas matemáticas adaptadas às necessidades, características e interesses dos alunos, bem como a negociação de um contrato didáctico que permita aproveitar as diversas potencialidades dos mesmos, permitindo-lhes formas de participação legítimas e que sustente a capacidade de autonomia dos alunos (Branco et al., 2004; César, 2000, 2009, in press; Machado, 2008).

As tarefas matemáticas devem promover a atribuição de sentidos (matemáticos), por parte dos alunos, sendo estes capazes de estabelecer conexões entre a cultura académica e as outras em que participam, configurando o que Abreu, Bishop e Presmeg (2002) ou Zittoun (2006) designam por transições de conhecimentos entre diferentes contextos, cenários e situações. Mas o ensino e a aprendizagem da matemática devem, também, assumir uma perspectiva sócio-crítica (Alrø, Ravn, &

Valero, 2010), ou seja, as situações de aprendizagem, em aula, devem levar os alunos a reflectirem sobre a sua actuação (matemática), enquanto cidadãos. Assim, não é suficiente seleccionar determinada tarefa e respectivas instruções de trabalho e esperar que os objectivos da mesma sejam atingidos. Como afirma Ponte (2005), para além da escolha das tarefas, é importante o modo de as propor; bem a forma como são realizadas, em aula. Para César (2009, submetido), a estes aspectos juntam-se a necessidade de ter em atenção os implícitos, de implementar dinâmicas regulatórias (César, in press) e mecanismos de *inter*- e *intra-empowerment*, que dêem voz(es) aos alunos (César, submetido). Para esta autora, por melhores que sejam as tarefas matemáticas, se os professores não forem capazes por em jogo formas de distribuir o poder e de, assim, dar voz(es) aos alunos, as participações destes, em aula, serão meros ecos do que os professores dizem, sem que os alunos atribuam sentidos às aprendizagens.

O professor deverá elaborar, seleccionar e/ou adaptar tarefas de naturezas diversas – exercícios, problemas, investigações/explorações, trabalhos de projecto, composições matemáticas – mas que também tenham em consideração as várias culturas em que os alunos participam, valorizando-as e realçando os diversos conhecimentos e artefactos culturais que permitem aprender matemática através das manifestações culturais dessas mesmas culturas (Favilli, César & Oliveras, 2004). Esse aspecto assume particular importância em contextos multiculturais (Cobb & Hogde, 2002), como é o caso da maior parte das salas de aula portuguesas, nomeadamente, quando se trata de minorias culturais vulneráveis, que vivenciam diversas barreiras quanto ao acesso ao sucesso escolar e às formas de participação e inclusão social (César, 2007, 2009). Nestes casos, a implementação, desenvolvimento e negociação de dinâmicas regulatórias (César, in press), que possibilitem o *empowerment* destes alunos e respectivas famílias constitui-se como um aspecto essencial de promoção da participação social, incluindo a que se refere à Escola. Desta forma, são importantes as instruções de trabalho que se planificam e renegoceiam, bem como o próprio desenvolvimento das actividades matemáticas em aula, que devem ser concebidas e concretizadas em função do currículo mas, também, a partir das formas de participação dos alunos, de modo a aproveitarmos os diversos contributos que as suas intervenções trazem para a construção do conhecimento matemático, bem como para o desenvolvimento de competências (César, 2009, submetido; Machado, 2008). Assim, as formas de actuação dos professores devem evitar constituir uma barreira ao envolvimento dos alunos nas actividades matemáticas e devem permitir potencializar as suas formas de actuação e reacção, não só nas aulas de matemática mas, também, em contexto, cenários e situações extra-aulas, que fazem parte das suas vivências, enquanto cidadãos (César, 2003, 2009, in press).

Trabalho colaborativo

Numa sociedade caracterizada por diversas mudanças, saber trabalhar colaborativamente assume-se como um aspecto fundamental no exercício de uma cidadania participativa e crítica (César, 2003, 2007; Courela, 2007; Oliveira, 2006). Para se implementar o trabalho colaborativo, em cenários de educação formal, como é o caso da sala de aula, é necessário ter em consideração dois aspectos importantes: o contrato didáctico negociado e o tipo de interacções que se estabelecem.

O contrato didáctico corresponde ao conjunto de regras, implícitas e explícitas, que sustentam as relações e expectativas mútuas entre professor/aluno, aluno/aluno e aluno/saber, em cenários de educação formal. Configura os sentidos produzidos pelos intervenientes na relação triádica: professor, aluno e saber (Schubauer-Leoni, 1986, Schubauer-Leoni & Perret-Clermont, 1997). Hamido (2005) acrescenta, de forma explicita, à noção de contrato didáctico, a noção de poder. Como esta autora afirma,

> *"O conceito de contrato didáctico realça, portanto, o saber enquanto mediador da relação social que se estabelece, assumindo que ele também se sustenta num sistema de papéis e posições sociais de agentes em interacção, dos quais o poder não está ausente."* (p. 187)

O poder (Apple, 1995; César, submetido) e a voz (Bakhtin, 1929/1981), são dois constructos que estão interrelacionados quando se fala em contrato didáctico, uma vez que em qualquer relação, em particular na relação triádica professor/aluno/ saber, existem elementos que assumem mais poder e expressam mais as suas vozes, enquanto as de outros são (habitualmente) silenciadas (Apple, 1995; César, 2010, in press). Assim, para que se promova uma educação (matemática) com equidade de acesso ao sucesso escolar (Cobb & Hodge, 2002, 2007) e inclusiva (César, 2003; 2009) é necessário que o contrato didáctico permita (re)distribuir, de forma equilibrada, o poder entre os elementos que participam nesse contexto, cenário e/ou situação. Mas, para que isso não seja considerado uma utopia, há que efectuar uma ruptura com a crença difundida, em muitos discursos sociais, utilizada como padrão habitual de práticas, em aula, de que o professor ensina e os alunos aprendem, de forma passiva. Como afirma Ponte (2009),

> *"Os alunos podem ser parte muito mais activa do processo de construção do novo conhecimento, desde que lhes sejam propostas tarefas apropriadas: ao seu alcance mas com um elemento desafiante. Assim, em vez de começar por apresentar a "matéria nova", o professor pode começar por apresentar uma tarefa que utilize os conhecimentos dos alunos, ao mesmo tempo que permite o desenvolvimento de novos conceitos ou processos."* (p. 101)

Neste contexto, as interacções sociais e dialógicas (Renshaw, 2004) assumem especial importância. Alguns autores realçam a importância das interacções sociais no desenvolvimento sócio-cognitivo e emocional, facilitando a apropriação de conhecimentos, bem como a mobilização e desenvolvimento de capacidades e competências (César, in press; César & Kumpulainen, 2009; César & Oliveira, 2005; Kumpulainen & Mutanen, 1999; Machado, 2008; Machado & César, in press). Trabalhar colaborativamente, em cenários de educação formal, como é o caso da sala de aula, permite a criação de espaços de pensamento (Perret-Clermont, 2004), nos quais os alunos se sentem seguros para reflectir sobre os seus processos de aprendizagem e sobre o seu raciocínio, desocultando vozes, gerindo posições identitárias diferentes (*I-positions*), tornando-se participantes legítimos naquela comunidade de aprendizagem (César, 2007, 2009; Lave & Wenger, 1991).

Para que ocorra essa partilha de sentidos (matemáticos) pelos alunos e sejam colocadas em prática as orientações curriculares (NCTM, 2007; Ponte et al., 2007), é necessário que o professor trabalhe o mais possível na zona de desenvolvimento proximal (ZDP) de cada aluno, promovendo a aprendizagem e o desenvolvimento (Vygotsky, 1934/1962). No entanto, segundo César (2003, 2009, submetido), os alunos devem alternar, na mesma díade, o papel de par mais competente, e menos competente, consoante as tarefas que lhes são propostas. Esta alternância permite assumir diferentes vozes e posições identitárias (Hermans, 2001, 2003), evitando situações de dependência do par menos competente em relação ao par mais competente e possibilitando, além disso, desenvolver as diversas potencialidades de cada aluno. Assim, é importante que o professor seleccione, adapte e/ou elabore tarefas matemáticas que promovam interacções dialógicas entre os alunos, explorando diversas estratégias de resolução e diferentes argumentações sustentadas, promovendo uma autonomia crescente e uma auto-estima positiva.

Representações sociais

Como afirma Moscovici (2000), as representações sociais podem ser vistas como um reflexo do mundo exterior, configurando representações mentais do mundo e das pessoas que participam nesse mundo. Assim, segundo este autor, as representações sociais são:

> *"um sistema de valores, ideias e práticas que desempenham uma dupla função: primeiro, estabelecer uma ordem que irá permitir aos indivíduos orientarem-se eles próprios no seu mundo material e social e governá-los; e em segundo proporcionar que a comunicação exista entre os membros de uma comunidade fornecendo-lhes um código para permuta social e um código para nomear e classificar claramente os vários aspectos do seu mundo e a sua história individual e do grupo."* (p. 12)

Assim, concebemos as representações sociais como dinâmicas e multi-facetadas. As representações sociais são configuradas pelas interacções sociais que estabelecemos, podendo, ou não, mudar a partir das experiências que vivenciamos e das interacções, com outros. Para além do carácter dinâmico das representações sociais, realçado por Moscovici (2000), Marková (2005, 2007) acrescenta que estas, também, são dialógicas. Segundo esta autora, a dialogicidade é "(...) a capacidade para conceber, criar e comunicar acerca das realidades sociais em termos das suas diversidades" (2005, p. 91). Desta forma, ter acesso às representações sociais dos alunos sobre a matemática assume grande importância quando se pretende desenvolver práticas que promovam o acesso ao sucesso escolar nessa disciplina, através de uma educação intercultural e inclusiva (Abreu & Gorgorió, 2007).

Ao longo das trajectórias de participação ao longo da vida, de cada aluno, existe uma multiplicidade de experiências de aprendizagem com que este se depara e que pode gerar conflitos identitários (Hermans, 2001, 2003), pelo carácter dialógico das várias posições identitárias assumidas (César, 2009, in press, submetido). Conhecer as representações sociais dos alunos permite-nos ter acesso a esses conflitos, levando os alunos a saberem gerir essa conflitualidade. As práticas, em aula, configuram os desempenhos dos alunos, as representações sociais que estes constroem e o sucesso a que podem ter acesso, ou não, em matemática. Assim, assumimos que as representações sociais sobre a matemática podem influenciar os desempenhos dos alunos e que a sua mudança, para outras mais positivas, pode ser um elemento decisivo no acesso ao sucesso escolar, bem como na sua inclusão escolar e social. Sendo as representações sociais dinâmicas, as decisões que os professores tomam quanto às tarefas propostas, às instruções de trabalho, à gestão do espaço/tempo da aula, bem como quanto ao tipo de relações que estabelecem, são elementos fundamentais para evitar formas, ainda que subtis, de exclusão, das quais o abandono escolar precoce é a face mais visível e penalizante, em termos de trajectórias de participação, ao longo da vida (César, submetido).

Metodologia

Esta investigação faz parte do projecto *Interacção e Conhecimento* (IC), cujo principal objectivo era estudar e promover o trabalho colaborativo, nomeadamente em díade e pequenos grupos, em cenários de educação formal. Este projecto, também, pretendia (1) melhorar os desempenhos escolares dos alunos e mobilizar/desenvolver competências sócio-cognitivas e emocionais (César, 2003, 2009; Machado, 2008); e (2) promover ambientes de aprendizagem mais inclusivos (César, 2003, 2007; César & Santos, 2006), nomeadamente através de uma educação intercultural (César, 2009; Teles, 2005). O projecto IC teve a duração formal de 12 anos (1994/95 a 2005/06) e abrangeu três *designs* de investigação: (1) estudos *quasi* experimentais; (2) projectos de investigação-acção; e (3) estudos de caso (para mais detalhes ver César, 2009; Hamido & César, 2009). É no *Design* 2 que se centra este trabalho.

A heterogeneidade da equipa do projecto IC, em termos de domínios científicos e habilitações literárias, possibilitou contextos de discussão bastante ricos, do ponto de vista científico e pedagógico, estando, também, subjacente a este projecto a preocupação em recorrer ao trabalho colaborativo, entre professores/investigadores e académicos, bem como à própria investigação, como mediadores do desenvolvimento pessoal e profissional dos professores/investigadores, investigadores e estudantes (Bárrios, César, & Cristo, 2009; César, 2007, 2009; César, Bárrios, & Cristo, 2008; Hamido & César, 2009; Ventura, 2011).

Diversas investigações realizadas em Portugal (Machado, 2008; Piscarreta, 2002; Ramos, 2003) e no estrangeiro (Abreu, 1996; Abreu & Gorgorió, 2007; Gorgorió & Planas, 2005) realçam que as representações sociais que os alunos constroem sobre a matemática configuram os desempenhos académicos nesta disciplina. Uma vez que muitos alunos revelam representações sociais negativas sobre a matemática, torna-se necessário estudar as representações sociais que os alunos constroem sobre a disciplina e a forma como as práticas dos professores podem contribuir para as modificar ou validar. Este foi o foco escolhido para esta investigação.

Como pretendíamos perceber as representações sociais que os alunos construíram sobre a matemática, dando voz(es) a esses mesmos alunos, compreendendo as suas interpretações sobre os fenómenos em estudo, esta investigação situa-se no paradigma interpretativo (Denzin, 2002). Assumimos, ainda, que este estudo tem uma inspiração etnográfica (Hamido & César, 2009), pela imersão prolongada do investigador no campo, bem como por pretender dar voz(es) aos diversos participantes, que interagem em cenários de educação formal, sendo respeitadas as diversas culturas em que estes participam e que configuram as estratégias de resolução a que recorrem, bem como o pensamento matemático que desenvolvem (César, 2009). Uma vez que pretendíamos, também, intervir ao nível das representações sociais dos alunos, tornando-as mais positivas, optámos por um projecto de investigação-acção (Mason, 2002; McNiff & Whitehead, 2002). Para além disso, pretendia-se reflectir sobre as práticas, analisando-as, avaliando-as, com vista à sua melhoria e à promoção do desenvolvimento pessoal e profissional do professor/investigador, que é também uma das características da investigação-acção.

Participantes

Esta investigação decorreu durante um ano lectivo completo, durante o qual o professor/investigador realizou a prática pedagógica supervisionada (vulgo estágio pedagógico), que foi desenvolvida numa turma de 8.º ano de escolaridade do ensino regular diurno. Assim, constituem-se, também, como participantes outros dois observadores: o orientador de estágio da escola e a colega de estágio, que assistiram e comentaram uma grande parte das aulas.

A escola onde foi realizada esta investigação situa-se no concelho de Sintra, distrito de Lisboa, numa zona de fracos recursos económicos. Diversos alunos recorriam ao SASE e/ou tinham encarregados de educação desempregados. Muitos dos alunos desta turma já tinham vivenciado situações de insucesso escolar e alguns estavam em risco de abandono escolar precoce. Muitos participavam em minorias culturais vulneráveis, socialmente pouco valorizadas, pelo que as expectativas que tinham em relação à Escola, bem como as que a maioria dos professores tinha em relação aos seus desempenhos académicos, eram muito baixas. Os projectos de vida da maioria destes alunos não passavam pela frequência de cursos longos, havendo uma elevada percentagem que apenas pretendia concluir o 9.º ano de escolaridade antes de abandonar a Escola. Muitos deles afirmavam que, caso voltassem a ficar retidos, como já tinham completado os 15 anos de idade, a que correspondia a escolaridade mínima obrigatória (AR, 1986), iriam começar a trabalhar (Machado, 2008). Assim, as expectativas eram baixas e, para além disso, a auto-estima académica positiva, também, era pouco elevada.

No início do ano lectivo, a turma era composta por 28 alunos, sendo 18 do género feminino e 10 do masculino. As idades variavam entre os 12 e os 16 anos, sendo a média de idades 13,6 e desvio-padrão 1,05, num ano de escolaridade em que as idades esperadas são de 12/13 anos, no início do ano lectivo. Por motivos de mudança de turma e país (N=3), bem como por motivos de exclusão por faltas, nos 1.º e 2.º períodos (N=4), considerámos como participantes deste estudo os 21 alunos que participaram nesta turma até ao final do ano lectivo. Destes 21 alunos, nove tinham ficado retidos e estavam a repetir o 8.º ano de escolaridade. Para além disso, 13 já tinham ficado retidos uma vez e dois já tinham duas ou mais retenções.

Os nomes utilizados são fictícios, para protegermos o anonimato dos participantes, de acordo com os princípios éticos que devem ser respeitados em estudos do domínio da educação e na investigação que assume o paradigma interpretativo (César, 2009, submetido; Hamido & César, 2009).

Instrumentos

Os dados foram recolhidos através de um instrumento de avaliação de capacidades e competências (IACC), respondido na primeira semana de aulas do 1.º período, questionários (Q), realizados no início (Q1) e final (Q2) do ano lectivo, tarefas de inspiração projectiva (TIP), realizadas no início do 1.º (TIP 1) e 2.º períodos (TIP 2), bem como no final do 3.º período (TIP 3), de recolha documental (D), da observação, enquanto participante observador (Merriam, 1988), sendo esta registada em diário de bordo do professor/investigador (DB), de relatórios escritos dos outros dois observadores (R) e de protocolos de alunos (PA), sendo estes três últimos instrumentos recolhidos ao longo de todo o ano lectivo. A diversidade de fontes (informantes) e de instrumentos de recolha de dados permitiu a sua triangulação, um dos critérios de qualidade da investigação interpretativa (Tobin & Kincheloe, 2006).

Relativamente ao IACC, este foi elaborado no âmbito do projecto IC e é constituído por cinco tarefas que avaliam se os alunos conseguem, ou não, mobilizar determinadas capacidades e competências, tais como, sentido crítico, intuição matemática, persistência na tarefa, criatividade, se têm acesso ao raciocínio concreto ou abstracto, se têm preferência por raciocínios analíticos ou geométricos quando resolvem uma tarefa matemática e o tipo de abordagem, global ou passo-a-passo, que os alunos utilizam, preferencialmente, na resolução de um problema ou situação problemática. Para tal, é necessário que os alunos percebam que é importante explicarem detalhadamente as estratégias de resolução adoptadas, seja através de palavras, esquemas e/ou desenhos. Esta tarefa não tinha limite de tempo. Os alunos ocuparam entre 30 a 40 minutos a resolverem o IACC. Era-lhes dito que este instrumento servia para os conhecer melhor e podermos adaptar as práticas, em aula, às suas características, interesses e necessidades. Por isso mesmo, não contava para a avaliação e eles tinham todas as vantagens em não copiar, pois era o desempenho naquela tarefa que permitiria escolher pares e tarefas matemáticas.

Neste estudo foi aplicado um conjunto de três tarefas de inspiração projectiva (TIP 1, TIP 2 e TIP 3) com o intuito de percebemos o processo de mudança das representações sociais de cada aluno, em relação à matemática. No projecto IC, para cada TIP, cada aluno recebe uma folha branca A4. É-lhe dito, e escrito no quadro, *Desenha ou escreve o que é para ti a matemática*. As tarefas de inspiração projectiva estão bastante bem adaptadas para conhecer as representações sociais pois, sendo pouco estruturadas, facilitam a projecção de sentimentos, tal como salientam Carvalho e César (1996). Este instrumento, também, não tinha tempo limite de resposta. Os alunos ocuparam cerca de 10 minutos com cada uma das TIPs.

O primeiro questionário (Q1) tinha como finalidade conhecer alguns dados pessoais do aluno (idade, data de nascimento, composição do agregado familiar, entre outras), bem como informações respeitantes às trajectórias de participação, na escola e tempos livres. No segundo questionário (Q2), pretendíamos conhecer a avaliação que os alunos faziam sobre o trabalho desenvolvido na disciplina de matemática, bem como sobre o trabalho de projecto que tinham realizado nesse ano lectivo, em parceria com a professora da área curricular não disciplinar de estudo acompanhado. Assim, este questionário pretendia ser um balanço do trabalho desenvolvido ao longo do ano lectivo. Os questionários não tinham tempo limite de resposta. Os alunos levaram cerca de 10 minutos a preenchê-los.

A recolha documental permitiu-nos ter acesso a documentos produzidos na escola, como o projecto de escola, bem como a relatórios sobre alunos desta turma, ou às pautas que eram elaboradas no final de cada período lectivo. Na recolha documental, também, incluímos a consulta de diversos documentos de política educativa que regem o meta-contrato institucional (Schubauer-Leoni & Perret-Clermont, 1997) e que, por isso mesmo, configuram algumas das decisões profissionais que os docentes tomam.

Sendo considerado um instrumento que permite registar a observação realizada, no diário de bordo (DB) relatámos situações ocorridas em cada aula, nomeadamente episódios críticos, comentários reflexivos sobre as práticas, conversas informais e algumas avaliações preliminares do trabalho que estava ser realizado. Também registámos aspectos inerentes ao desenvolvimento pessoal e profissional do próprio professor/investigador, nomeadamente as expectativas que tinha antes de cada aula, aspectos conseguidos e a melhorar, as frustrações e desânimos próprios do exercício da profissão, bem como as vezes em que fomos surpreendidos pela positiva, entre outros aspectos. Assim, o DB constitui um dos principais instrumentos desta investigação. Este instrumento é complementado pelas informações recolhidas através dos relatórios escritos dos outros dois observadores, uma vez que constituem registos de observação de aulas e pelos protocolos dos alunos, onde recolhemos as suas resoluções, diversas respostas aos instrumentos de avaliação desta disciplina, bem como alguns comentários que foram produzindo, por escrito.

Procedimentos

Tratando-se de uma investigação-acção, assumimos um duplo papel: de professor e de investigador (Mason, 2002; McNiff & Whitehead, 2002). Desta forma, existem procedimentos de recolha de dados que sempre realizaríamos, enquanto professor, bem como outros que apenas existiram porque estávamos a fazer uma investigação. Por exemplo, os dados recolhidos através do IACC e das TIPs fazem parte dos procedimentos habituais dos professores que trabalham colaborativamente, seguindo os princípios do projecto IC. Assim, mesmo quando as turmas que leccionam não estão a ser objecto de nenhum estudo – por exemplo, após o *terminus* formal do projecto – estes procedimentos continuam a ter lugar. Como são essenciais para a formação das primeiras díades, são realizados independentemente de haver a pretensão de fazer uma investigação-acção, ou não. Alguns dos procedimentos de tratamento e análise de dados também fazem parte dos procedimentos habituais de quem trabalha colaborativamente, com base nos conhecimentos do projecto IC, enquanto outros foram específicos desta investigação-acção. Há, assim, uma profunda relação entre o que se pode designar como procedimentos pedagógicos e procedimentos investigativos, como Oliveira (2006) e César (2009) realçam acontecer nos projectos de investigação-acção.

Relativamente aos procedimentos de recolha de dados, foram realizados na 1.ª semana de aulas do início do ano lectivo, um conjunto de tarefas que visavam dar acesso a um conhecimento mais aprofundado e sustentado sobre os alunos. Foram aplicadas a 1.ª tarefa de inspiração projectiva (TIP 1), um questionário (Q1) e um instrumento de avaliação de capacidades e competências (IACC), complementados com os dados da observação realizada nessa semana e registada em DB.

Posteriormente, sempre que se formavam novas díades (geralmente, após um elemento de avaliação individual, como um teste escrito), essa constituição era alvo de reflexão e discussão conjunta, entre o professor/investigador e os orientadores de estágio e alguns elementos do projecto IC. Ainda fazem parte dos procedimentos de recolha de dados, os mini-testes em díade, as tarefas matemáticas realizadas em díades e/ou em pequenos grupos, as 2.ª e 3.ª tarefas de inspiração projectiva (TIP 2 e 3), o questionário realizado no final do ano lectivo (Q2) e a recolha dos relatórios dos outros dois observadores. Pretendia-se, com esta diversidade de instrumentos, fazer uma triangulação de fontes (participantes) e de instrumentos de recolha de dados, confrontando os diversos participantes, sobretudo os alunos, com formas diversas em que se exprimirem, para que pudéssemos confrontar esses diversos registos, orais e escritos, dando-lhes oportunidades de expressarem voz(es) e contribuindo para o seu *inter-* e *intra-empowerment* (César, submetido).

O tratamento e análise dos dados baseou-se numa análise de conteúdo narrativa (Clandinin & Connelly, 1998), reconstruindo trajectórias de participação ao longo da vida (César, submetido), trilhadas por cada aluno. Assim, este tipo de análise possibilita contar uma história, pessoal e única, mas que, em muitos casos, é também paradigmática, ou seja, ilumina o que de semelhante aconteceu com outros alunos, da mesma turma. Este processo de análise de dados está particularmente bem adaptado quando se assume uma perspectiva histórico-cultural, de aprendizagem situada, que valoriza particularmente os sentidos e significados atribuídos às vivências, por cada participante (César, 2009, in press, submetido). Assim, este tipo de análise contribui para caracterizar a abordagem interpretativa e a inspiração etnográfica, assumidas nesta investigação, onde desocultar as vozes, sentimentos e vivências é um aspecto essencial do trabalho realizado (Hamido & César, 2009).

Para produzir esta análise narrativa de conteúdo, que se pretende que seja sucessiva e aprofundada (César, 2009), começámos por uma leitura flutuante, seguida de outras leituras mais finas e focalizadas, das quais emergiram categorias indutivas de análise (César, 2009, submetido; Hamido & César, 2009). Deste modo, a análise apresentada e discutida nos resultados não resulta de categorias previamente definidas, que poderiam silenciar ou distorcer as vozes dos participantes. Antes resultam das suas narrativas do vivido, bem como dos sentimentos que expressam, permitindo responder às questões de estudo se os critérios de selecção dos participantes, instrumentos e procedimentos tiverem sido explicitados de forma clara e sustentada, como se pretende que aconteça numa investigação de qualidade.

Resultados

Quando se implementam práticas baseadas no trabalho colaborativo, nomeadamente em díade e/ou em pequenos grupos, assumindo os princípios epistemológicos e pedagógicos do projecto IC, a 1.ª semana de aulas é bastante importante, especialmente em turmas sem continuidade pedagógica, ou seja, naquelas que um determinado professor, ou professor/investigador, lecciona pela primeira vez. Nessa semana, o professor não lecciona quaisquer conteúdos programáticos. Preocupa-se em conhecer as características, interesses e necessidades dos alunos, para poder adaptar, de forma adequada, as práticas às características daquela turma. Procura, ainda, criar um clima e uma cultura de aula dialógicos, nomeadamente através das mensagens implícitas, que favoreçam a adesão e envolvimento dos alunos nas actividades da 1.ª semana e, posteriormente, nas actividades matemáticas previstas. Para isso, aplica um conjunto de tarefas – uma tarefa de inspiração projectiva (TIP 1), um questionário (Q1) e um instrumento de avaliação de capacidades e competências (matemáticas) (IACC) – de modo a ter acesso a um conhecimento mais aprofundado e sustentado dos alunos. As informações recolhidas na 1.ª semana são essenciais para a formação das primeiras díades e planificação das aulas, incluindo não só as tarefas matemáticas e respectivas instruções de trabalho, mas também o tipo de apoio que cada aluno necessita e que se tenta que lhe seja dado através de questões, sugestões de trabalho e outras formas subtis de incentivo ao desenvolvimento de capacidades e competências, matemáticas e transversais.

Analisamos as trajectórias de participação da Carolina (nome fictício), escolhida enquanto exemplo paradigmático, que ilumina as trajectórias de participação, ao longo da vida (César, submetido), de diversos outros alunos desta turma. Essas trajectórias de participação irão ser ilustradas através de informações recolhidas nas tarefas da 1.ª semana, das respostas às TIPs 2 e 3 e de exemplos de tarefas matemáticas que a aluna resolveu, em díade e em grupo, durante este ano lectivo.

Caracterização da Carolina

No início do ano lectivo (Setembro de 2006), a Carolina tinha 13 anos, era uma aluna que apresentava alguma timidez quando abordada por terceiros (professores, colegas, funcionários) e não gostava de interagir com os colegas que não pertenciam ao núcleo de amigos (DB, 19 de Setembro, 2006). Apresentava um desempenho médio a matemática (Nível 3) pois, como afirmou no primeiro questionário, era uma aluna média "porque nunca tive negativa a matemática" (Q1, Setembro, 2006). Contudo, afirmou que gostava de matemática "Mais ou menos, porque acho alguma matéria difícil, e a turma e os professores não ajudam muito" (Q1, 19 de Setembro, 2006). Esta resposta evidencia algum descontentamento em relação à matemática e, também, em relação à própria turma e aos professores, que considera não facilitarem o acesso a melhores desempenhos matemáticos. Assim, esta frase tem implícitas algumas formas (subtis) de exclusão.

Através da análise do IACC, apercebemo-nos de que esta aluna não tinha mobilizado nenhuma das capacidades e competências em análise nesse instrumento. Por isso, considerámos que era um caso a que deveríamos dar particular atenção. Pretendíamos perceber se tinha existido algum bloqueio momentâneo que a levasse a ter aquele desempenho, ou se se tratava de uma aluna com dificuldades de aprendizagem. Para além disso, também pretendíamos, durante esse ano lectivo, que esta aluna desenvolvesse algumas dessas capacidades e competências, nomeadamente através do trabalho em díade, pelo que escolhemos pares que fossem adequados às suas características, registadas em DB, aquando da observação de aulas da 1.ª semana daquele ano lectivo. O ideal seria encontrar um par em que as características de cada um dos elementos fossem complementares, facilitando que ambos assumissem o papel de par mais competente (César, 2009) e ambos conseguissem trabalhar na sua ZDP (Vygotsky, 1934/1962).

Representações sociais da Carolina em relação à matemática

A primeira tarefa de inspiração projectiva (TIP 1) foi realizada no início do ano lectivo, durante a 1.ª semana de aulas. Foi a 1.ª tarefa com que os alunos foram confrontados, pois pretendíamos evitar formas de rejeição das tarefas e esta, habitualmente, não é rejeitada por nenhum aluno, pelas suas características pouco estruturadas. Pretendíamos ter acesso à representação social que os alunos tinham construído sobre a matemática. Na TIP 1, a Carolina respondeu:

> *"Para mim a matemática é uma disciplina muito importante, hoje em dia, para conseguirmos tirar um curso. Porque em quase todos os empregos é necessário aprender e saber matemática."* (Carolina, TIP 1, 19 de Setembro, 2006)

Analisando a produção escrita desta aluna, ela reconhece a importância que a matemática assume para o futuro profissional. Esta argumentação é frequentemente transmitido pelos *media*, pela família, e pela sociedade, em geral (Graça, 2005; Machado, 2008; Piscarreta, 2002; Ramos, 2003). Portanto, também, é frequentemente repetida pelos alunos, o que constitui uma marca da sua socialização. Também é realçada, pela aluna, a distinção entre o *aprender* e o *saber* matemática, pois a sua frase tem implícita que se pode *aprender*, no sentido de ter estudado, na escola, mas *não saber*, ou seja, não ser capaz de mobilizar esses conhecimentos noutros contextos, cenários e/ou situações, ou não ter compreendido aquilo que se aprendeu o que corresponderia, segundo Skemp (1978) a ter apenas acesso a um conhecimento instrumental. Isto significa que a Carolina reconhece que nem sempre se conseguem fazer transições dos conhecimentos aprendidos para novos contextos, cenários, situações e/ou problemas, algo que autores como César (2009) ou Zittoun (2006) consideram essencial que seja fomentado, na escola.

Na segunda tarefa de inspiração projectiva (TIP 2), realizada no início do 2.º período, a Carolina opta por desenhar o que representa, para ela, a matemática, conforme podemos observar na Figura 1.

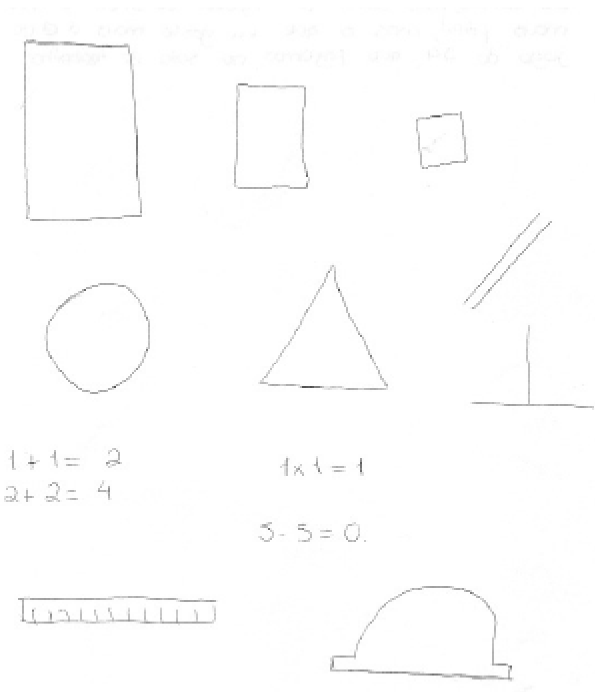


Figura 1 – Desenho da Carolina na TIP 2 (4 de Janeiro, 2007)

A Carolina desenhou vários elementos relacionados com a disciplina de matemática: figuras geométricas, como o quadrado ou os rectângulos, rectas paralelas e rectas perpendiculares; cálculo de operações básicas, como a adição, a subtracção e a multiplicação, bem como objectos relacionados com a aprendizagem escolar da matemática, tais como a régua e o transferidor. Segundo Bédard (2005), as formas quadradas simbolizam determinação, poder de decisão, característica que identificámos nesta aluna. No verso da folha, esta aluna escreveu:

> *"Para mim a Matemática é muito divertida, ajuda-nos a testar os nossos conhecimentos, por vezes é um pouco complicado entender as coisas, mas com a ajuda do stôr é tudo mais fácil, mas o que eu gosto mais é do jogo do 24, que fazemos na sala de trabalho."* (Carolina, TIP 2, 4 de Janeiro, 2007, maiúsculas no original)

A argumentação utilizada por esta aluna ilumina quatro aspectos essenciais, para ela já gostar de matemática: ser divertida; permitir testar os conhecimentos; compreender o que estuda; e a importância do papel do professor. Como afirmam César (2009), Machado (2008) e Moscovici (2000), a construção das representações sociais, em particular da matemática, é influenciada por aqueles com quem interagimos, pelas culturas em que participamos, e pelo(s) tempo(s) e espaço(s) que se vive(m) determinado(s) acontecimento(s). Desta forma, o papel do professor e as práticas, em aula, são elementos que influenciam a construção das representações sociais dos alunos, quer elas sejam negativas quer positivas. Estes aspectos estão patentes na resposta da Carolina, pois ela salienta como gosta quando compreende e como o professor desempenha um papel essencial para que isso possa acontecer.

A Carolina, também, refere a existência e importância da sala de trabalho. Este espaço/tempo (meio bloco/semana) foi criado pelo professor/investigador, em conjunto com a colega do núcleo de estágio, a partir de Outubro de 2006. Pretendia-se que os alunos, de uma forma lúdica, pudessem desenvolver capacidades e competências, matemáticas e transversais. Nesse espaço/tempo, os alunos podiam esclarecer dúvidas, resolver problemas e/ou participarem em jogos matemáticos, como o jogo do 24, que a Carolina refere. Em cada sessão, criaram-se dois grupos que partilhavam o mesmo espaço/tempo. Havia alunos que preferiam esclarecer dúvidas e resolver tarefas matemáticas que os ajudassem a apropriar e atribuir sentidos a determinados conteúdos programáticos. Mas, também, havia alunos que preferiam resolver problemas, quebra-cabeças ou jogos, fomentando o gosto pela matemática, enquanto ciência. A escolha do grupo em que participavam era da exclusiva responsabilidade dos alunos, pois pretendia-se fomentar a auto-responsabilização e a autonomia.

Na TIP 3, realizada na última aula do ano lectivo (Junho 2007), a Carolina começou por desenhar o que representava, para ela, a matemática. Preencheu toda a folha com símbolos, designações matemáticas alusivas a alguns conteúdos abordados, bem como a referência ao jogo do 24, no qual participava na sala de trabalho e que já tinha surgido na TIP 2. No entanto, é de salientar o recurso a representações gráficas mais complexas que as da TIP 2, como os sólidos geométricos (cubo), teorema de Pitágoras, ou uma construção geométrica para determinar a mediatriz de um segmento de recta.

Depois de desenhar, também, escreve o que representa a matemática, no final do ano lectivo:

> *"A matemática é uma ciência que nos vai ajudar no futuro, no nosso emprego. Sem ela, não conseguimos fazer o que fazemos no dia-a-dia."* (Carolina, TIP 3, 15 de Junho, 2007)

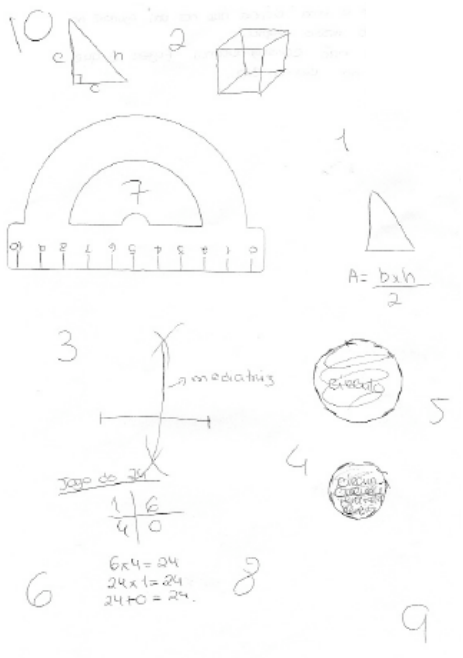


Figura 2 – Desenho da Carolina na TIP 3 (15 de Junho, 2007)

Da análise da produção escrita da aluna, constatamos que, ainda, está presente a importância da matemática no dia-a-dia e no futuro (profissional), que também tinha aparecido na TIP 1. No entanto, a matemática já não é uma disciplina, mas sim uma ciência, o que revela uma mudança na representação social que a Carolina desenvolveu sobre a matemática. Esta extravasa já o contexto escolar e as aprendizagens académicas. O contacto com o jogo do 24, com enigmas matemáticos e as práticas, em aula, parecem ter contribuído para esta mudança.

A aula de matemática e o trabalho colaborativo

De acordo com os princípios epistemológicos e pedagógicos do projecto IC, as práticas, em aula, recorrem ao trabalho colaborativo, em díade ou em pequenos grupos (4 a 5 alunos). O trabalho em díade é um recurso usado na maioria das aulas. Porém, quando se desenvolvem trabalhos de projecto, por exemplo, opta-se pelo trabalho em pequenos grupos. Assim, a opção pelo trabalho em díade ou em pequenos grupos relaciona-se directamente com a natureza das tarefas propostas mas, também, com o momento do ano lectivo em que nos encontramos, pois é mais fácil os alunos aprenderem a interagir em díade do que em grupos maiores. Deste modo, quando se formam os grupos de quatro alunos, juntam-se duas díades, cujas capacidades, competências, conhecimentos e características pessoais são complementares, permitindo que os diversos alunos assumam, alternadamente, o papel de par mais competente, ao longo da resolução das tarefas propostas em aula.

A maior parte do trabalho proposto, em cada aula, é sustentada pela resolução de tarefas de diversas naturezas (investigação/exploração, problemas, exercícios) que constam de fichas de trabalho. Essas fichas têm como objectivo envolver e motivar os alunos quanto às actividades matemáticas, permitir-lhes ter acesso a um registo escrito e facilmente organizável do que foi realizado em aula (por exemplo, cada ficha tem a respectiva data de resolução), que todos possuam os materiais necessários, independentemente das suas possibilidades económicas, bem como promover o desenvolvimento de capacidades e competências, de acordo com os documentos de política educativa (DEB, 2001; NCTM, 2007; Ponte et al., 2007). No início do ano lectivo, para promover a adesão ao trabalho colaborativo, as fichas são realizadas em díade e cada díade só tem um enunciado. Isso facilita que os alunos tenham de partilhar as resoluções, algo a que, geralmente, não estão habituados. Posteriormente, o professor encarrega-se de fotocopiar as fichas de trabalho, ficando cada elemento da díade com original, em aulas alternadas.

Após o trabalho em díade, é realizada uma discussão geral, em grande grupo (turma), na qual se exploram diversas estratégias de resolução de uma mesma tarefa, bem como argumentos diferentes que as sustentam. Esta discussão geral é, inicialmente, dinamizada pelo professor, que actua como orientador. Ao longo do ano lectivo, essa responsabilidade, esse poder, vai sendo progressivamente passado para os alunos, que começam a conseguir colocar questões ao aluno que está no quadro a explicar a sua estratégia de resolução. Este aluno, por sua vez, responde às questões dos colegas e, além disso, pede contributos a outros colegas, quando não sabe responder ou levanta ele próprio questões, para se certificar de que os colegas estão a compreender o seu processo de resolução da tarefa. Assim, a discussão geral torna-se, progressivamente, mais dialógica, contribuindo para o processo de auto-responsabilização e autonomia que se pretende promover nos alunos.

Um terceiro e último momento, é caracterizado pela sistematização dos conteúdos abordados naquela aula. Inicialmente, essa sistematização é da responsabilidade do professor que a realiza, com a colaboração dos alunos, tentando que sejam eles a terem um papel cada vez mais activo. Desta forma, pretende-se que, à medida que os alunos vão interiorizando as regras do contrato didáctico, vão sendo eles a realizá-la, assumindo o professor um papel de mediador, de questionador, que faz a sistematização, a formalização e o rigor atingirem os níveis de qualidade desejados. Assim, pretende-se dar voz (Bakhtin, 1929/1981) aos alunos, tornando-os participantes legítimos de uma comunidade de aprendizagem (César, 2007; Lave & Wenger, 1991). Para além disso, pretende-se que os alunos consigam gerir as várias posições identitárias (Hermans, 2001) que vão assumindo em diversos cenários e ao longo do ano lectivo, uma vez que, atendendo às trajectórias de participação, na escola, destes alunos, nomeadamente em matemática, essa transição de uma posição identitária para outra nem sempre é isenta de conflitos, que se podem traduzir em formas de actuação e reacção disruptivas, como as ilustradas por César (2009).

No final da aula, cada díade entrega o enunciado da ficha de trabalho com a(s) respectiva(s) resolução(ões), para que se possa fotocopiar para o outro elemento. Quando os alunos já tiverem aderido ao trabalho colaborativo, passam-se a distribuir duas fichas por díade, embora se mantenha a co-resolução das tarefas. Assim, quando, com duas fichas por díade, vemos existir trabalho colaborativo, isso constitui uma evidência empírica da adesão dos alunos ao contrato didáctico proposto pelo professor/investigador, no início do ano lectivo e (re)negociado, em cada aula.

Equações do 1.º grau

A tarefa que se segue surge como introdução do tema equações. Por ser um conteúdo programático em que os alunos revelam bastantes dificuldades e de que muitos afirmam não gostar, nem conseguir compreender (Attorps, 2006; Booth, 1984; César, 1994; Kieran, 2006), pretendíamos que a primeira tarefa levasse os alunos a envolverem-se na actividade matemática e, também, que actuasse como desbloqueadora das representações sociais que os alunos tinham construído sobre este tema. Assim, tendo como base um problema bastante familiar para os alunos – a votação do delegado de turma – estes tinham que determinar, com base em alguns dados, o número de alunos dessa turma. Os alunos poderiam resolver a tarefa sem recorrer às equações, desde que fundamentassem as estratégias de resolução que tinham adoptado, um aspecto que já foi referido por outros autores que analisaram tarefas referentes a este conteúdo programático (César, 1994, 2003, 2009; Kieran & Chalouh, 1993). Assim, pretendia-se partir dos conhecimentos apropriados pelos alunos, desenvolver os procedimentos e/ou conteúdos específicos deste tema, o que se enquadra com as actuais orientações curriculares (Ponte, 2009; Ponte et al., 2007).

A Paula, o outro elemento da primeira díade da Carolina, encontrava-se a repetir o 8.º ano de escolaridade pela segunda vez, tendo obtido, no ano lectivo anterior, nível negativo à disciplina de matemática (Nível 2). Era uma aluna que não gostava de matemática, pois "(...) é a disciplina que tenho mais dificuldade e que axo menos interessante" (Q1, 19 de Setembro, 2006, grafia da aluna). Assim, quando iniciaram a resolução desta tarefa, a Paula desistiu porque "para variar não estou a perceber nada disto" (DB, 3 Novembro, 2006). Porém a Carolina, incentivando a colega, propôs que escrevem-se os dados do problema, como podemos observar na Figura 3. Nesta situação, a Carolina assume a liderança da díade e revela-se, naquele momento, o par mais competente (Vygotsky, 1934/1962).

Pelo que registámos no DB, estas alunas optaram por não recorrer à escrita de uma equação que traduzisse o problema (lado esquerdo da folha de respostas, assinalado com 1.º). A estratégia de resolução adoptada foi somar as partes, pois isso iria dar o todo que, nesta tarefa, seria o número total de alunos na turma. Para tal, foram determinar o mínimo múltiplo comum entre os denominadores e esse resultado seria a resposta ao problema. No entanto, segundo os registos do DB do professor/investigador, por forma a entender a estratégia da Carolina, a Paula questionou-a sobre esta não estar a fazer uma equação. Na sua opinião, isso tornaria a resolução delas incorrecta. Este episódio ilumina uma forte resistência a estratégias de resolução diversificadas e que não sigam os padrões habituais, ou seja, que não correspondam ao que os alunos consideram ser matemática. Este aspecto, também referido por César (2009), é comum a muitos alunos. Por um lado, porque muitos destes alunos, devido ao seu fraco aproveitamento académico, em anos lectivos anteriores, mecanizavam alguns procedimentos, ou seja, recorriam ao que Skemp (1978) designa por conhecimento instrumental, sem atingirem o conhecimento relacional, que pretendíamos que desenvolvessem. Por outro lado, porque a representação social que construíram da matemática é bastante estática e tradicional, no início do ano, considerando que matemática é apenas o que envolve números, contas, cálculos e fórmulas. Por isso, formas mais criativas de resolver as tarefas, ainda que permitam chegar à solução, são, frequentemente, consideradas como não aceitáveis em aula, quando os alunos expressam as suas expectativas quanto às reacções do professor.

Ainda podemos observar, na estratégia de resolução adoptada pela díade, que, após terem obtido o valor correspondente à solução do problema, foram fazer a verificação do resultado, atendendo aos dados iniciais do problema. Na folha de respostas aparece, também, uma segunda estratégia de resolução – resolução de uma equação – que emergiu na discussão geral, em grande grupo, por ter sido adoptada por algumas díades. É nítido como os alunos aproveitam as estratégias de resolução de outras díades para aprenderem estratégias de resolução alternativas, enriquecendo o leque de estratégias de resolução que são capazes de mobilizar, posteriormente, nos mini-testes e testes individuais (Vygotsky, 1934/1962).

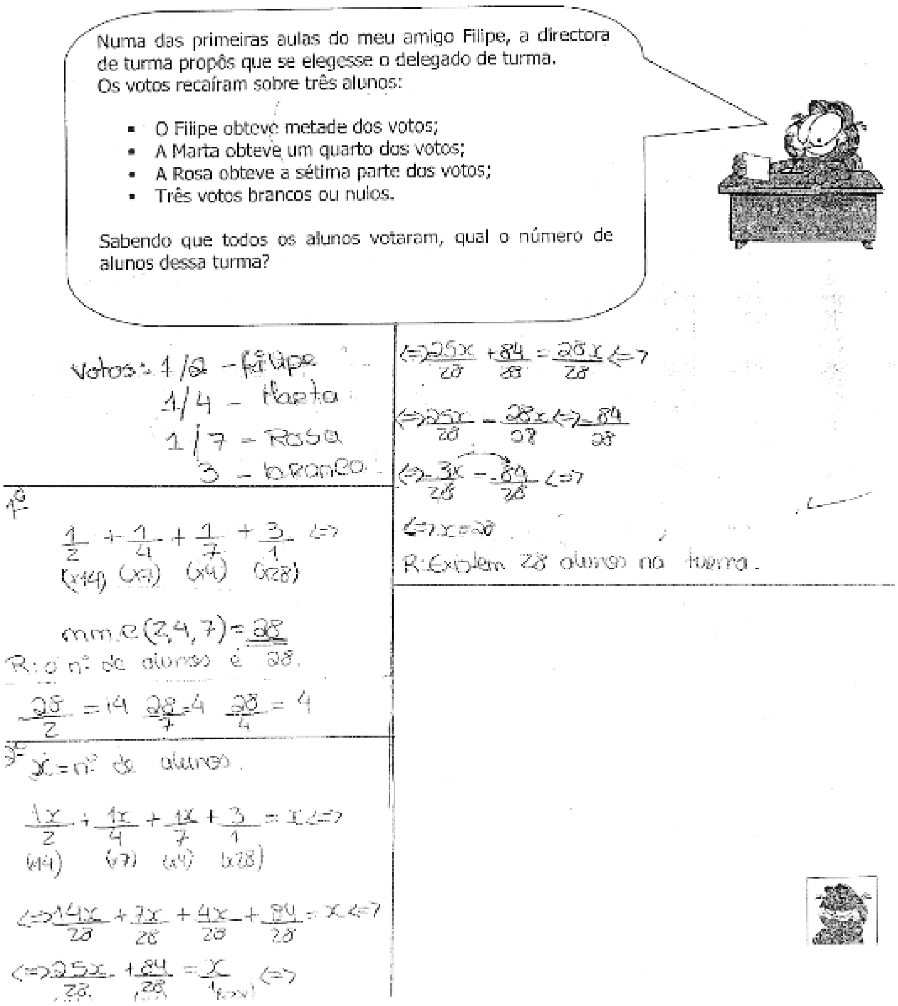


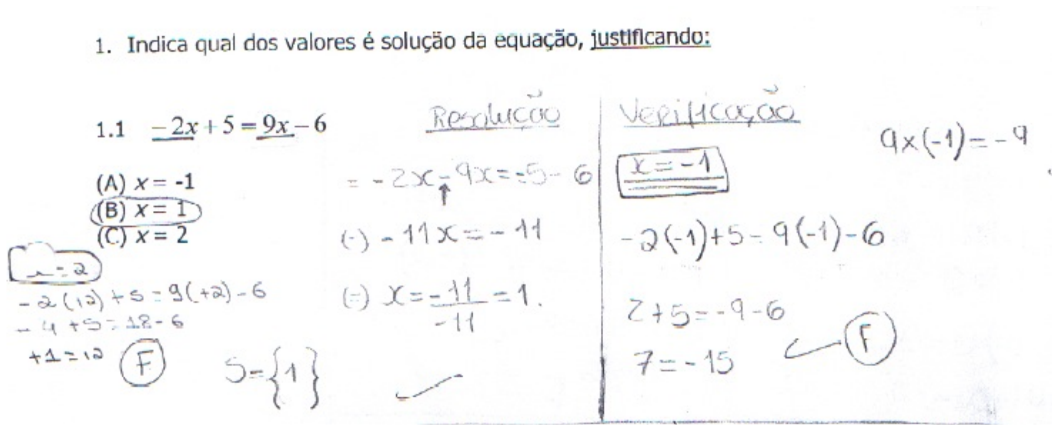
Figura 3 – Resolução da díade Carolina/Paula (3 de Novembro, 2006)

A tarefa que se segue surge na aula seguinte. Tinha como finalidade a aplicação e a apropriação dos princípios de equivalência e da noção de solução de uma equação. A tarefa consistia em que cada díade indicasse qual dos valores era solução da equação, de entre três possibilidades, justificando a escolha. Os alunos poderiam resolver a equação e chegar à solução ou, então, verificar, para cada valor dado, se este era solução da equação.

Nessa tarefa, a díade opta por resolver, em primeiro lugar, a equação. No entanto, dado que a Paula não percebe a resolução, a Carolina utiliza uma simbologia muito próxima da que o professor/investigador costuma recorrer para indicar os vários passos, de modo a que a Paula perceba aquela estratégia de resolução. Pelas regras do contrato didáctico, na discussão geral pode ser a Paula a ir ao quadro representar o trabalho realizado por esta díade e tem que conseguir explicar a(s) estratégia(s) de resolução a que recorreram. Este aspecto ilumina a importância que a distribuição de poder tem numa cultura de sala de aula que recorre ao trabalho colaborativo. O professor, que à partida detém mais poder e conhecimentos, pretende distribuir esse poder e que os alunos apropriem conhecimentos. Assim, os alunos são chamados a participar na discussão geral, explicitando as estratégias de resolução adoptadas, os vários argumentos, mas também gerindo as várias contribuições dos colegas, entre outros aspectos. Para facilitar este processo de distribuição do poder, na discussão geral o professor coloca-se ao fundo da sala, ou seja, deixa o palco e o quadro para os alunos, numa clara mensagem espacial, implícita, de que eles vão assumir o poder naquela situação. Paralelamente, as intervenções do professor fomentam que o poder vá sendo progressivamente assumido pelos alunos, ao mesmo tempo que estes se tornam mais sensíveis e atentos às questões do rigor matemático – incluindo a linguagem matemática – bem como à importância da sistematização e formalização. Estes aspectos aparecem focados em diversos relatórios dos dois observadores, bem como em diversas entradas do DB do professor/investigador.

Queremos salientar a existência da segunda possibilidade anteriormente descrita na resolução da questão, que foi fruto da discussão geral, pois houve díades que optaram por essa estratégia de resolução. Por último, é de realçar que, na folha de respostas, existem partes escritas pela Carolina e outras pela Paula, não sendo, portanto, a escrita exclusiva de um dos elementos da díade, o que ilumina o empenho mútuo na resolução da tarefa, independentemente de quem desempenhava, naquele momento, o papel de par mais competente (Vygotsky, 1934/1962).

Este exemplo, ilumina que a formação das díades assume um papel muito importante na promoção e qualidade das interacções sociais (horizontais), assim como das aprendizagens que os elementos da díade realizam. As diferenças, quer em termos de competências matemáticas, quer em termos de características sociais, entre os elementos de cada díade não devem ser muito acentuadas nem demasiado pequenas, por forma a que os alunos consigam estabelecer interacções dialógicas. Pretende-se, também, que ambos se empenhem na resolução das tarefas propostas, trabalhando na ZDP de cada um deles e promovendo, deste modo, o desenvolvimento real, uma vez que o que é hoje desenvolvimento potencial será, por acção de um par mais competente e de trabalho realizado na ZDP, transformado em desenvolvimento real, posteriormente (Vygotsky, 1934/1962).


1. Indica qual dos valores é solução da equação, justificando:

1.1 $-2x+5=9x-6$

(A) $x=-1$
(B) $x=1$
(C) $x=2$

Resolução

$-2x-9x=-5-6$
$(=)\ -11x=-11$
$(=)\ x=\frac{-11}{-11}=1$

$S=\{1\}$

Verificação

$\boxed{x=-1}$

$9\times(-1)=-9$

$-2(-1)+5=9(-1)-6$
$2+5=-9-6$
$7=-15$
F

$x=2$
$-2(+2)+5=9(+2)-6$
$-4+5=18-6$
$+1=12$
F

Figura 4 – Resolução da díade Carolina/Paula (21 de Novembro, 2006)

O mini-teste que se segue foi realizado, em díade, após os alunos terem concluído um conjunto de tarefas matemáticas, entre as quais as duas anteriormente apresentadas. O mini-teste era constituído por uma única questão, composta por duas alíneas. Os mini-testes eram realizados em díade, semanalmente, durante 10 minutos, no início da aula. Os alunos realizavam cinco mini-testes, cada um deles valendo um máximo de 20%. Como tal, a sua soma tinha o peso relativo equivalente ao de um teste individual. Na aula seguinte, quando os alunos recebiam o mini-teste, era feita a respectiva correcção, no quadro, que era, também, objecto de avaliação, podendo a díade manter, descer ou subir a classificação que tinha obtido na resolução escrita (para mais detalhes, ver César, 2009; Machado, 2008).

Neste mini-teste, os alunos tinham uma equação do 1.º grau e, na primeira alínea, teriam que, sem resolverem a equação, verificar se um dado valor era solução da equação. Na segunda alínea tinham que resolver a equação. Desta forma, pretendia-se que os alunos aplicassem os conhecimentos apropriados durante as aulas anteriores, mobilizando-os na realização deste mini-teste, uma vez que os mini-testes pretendem regular o ritmo de estudo, tornando-o semanal, bem como promover a responsabilização de ambos os elementos da díade pelo trabalho que produzido.


1. Considerem a seguinte equação:

$$3(x-1)+4=x-2(x+1)$$

1.1 Sem resolverem, verifiquem se $x=-1$ é solução da equação.

1.2 Resolvam a equação

Pergunta	1.1	1.2
Cotação	8	12

Figura 5 – Resolução da díade Carolina/Paula (23 de Novembro, 2006)

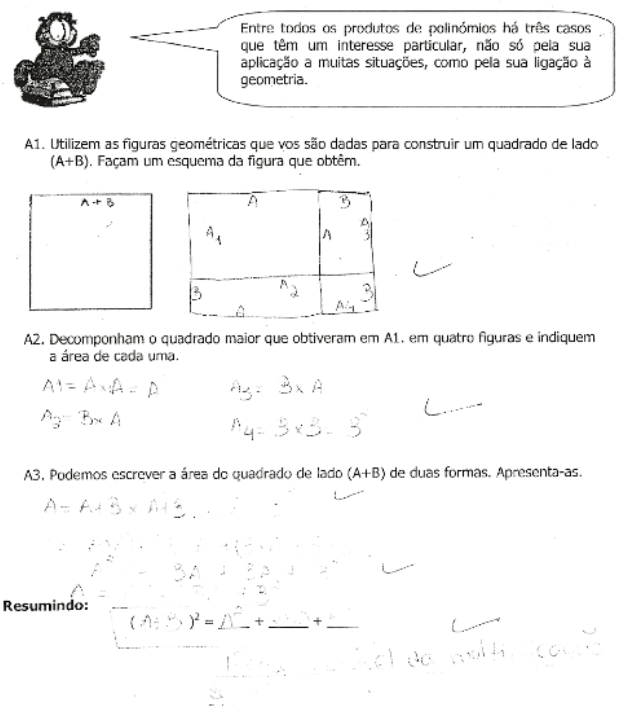
Como podemos observar, na folha de resposta da díade, existem partes escritas pela Carolina e outras pela Paula, à semelhança do que acontece nas aulas. Nesta situação, Paula toma a liderança da díade e começam por resolver a Questão 1.2., o que ilumina que já conseguem perceber, num momento de avaliação como este, quais as questões por que devem começar, atendendo às que consideram constituírem um grau de dificuldade inferior e que se sintam mais capaz de resolver, com sucesso. Esse aspecto é importante quando se pretende que os alunos desenvolvam uma auto-estima académica positiva e a persistência na realização das tarefas. Queremos salientar que, inicialmente, a Paula não tomava a iniciativa na resolução de qualquer tarefa matemática, desistia de tentar perceber o que era pretendido e considerava que nem valia a pena tentar, conforme nos confidenciou em diversas conversas informais, que registámos no BD. O que assistimos, neste caso, foi a uma mudança na forma de actuação desta aluna, em aula, o que ilumina a importância de um contrato didáctico que dê poder aos alunos, bem como à criação de espaços/tempos dialógicos, incluindo espaços de pensamento (Perret-Clermont, 2004), onde se sintam confiantes e capazes de se envolverem nas actividades matemáticas.

Os casos notáveis da multiplicação de binómios

Como era do conhecimento dos alunos, as díades iriam sendo alteradas consoante os desempenhos dos elementos, bem como de acordo com as capacidades e competências que já conseguissem mobilizar e as que precisassem de desenvolver. Geralmente, as mudanças dos elementos das díades ocorriam após a realização de um momento de avaliação individual. No entanto, para alguns pares, essa mudança só teve lugar no 2.º período, por ser o mais vantajoso para aquele par e para a turma. Isso acontecia porque ambos os alunos ainda estavam a progredir quanto aos desenvolvimentos matemáticos, as interacções que estabeleciam se eram progressivamente mais dialógicas, contribuindo de forma visível para a apropriação de conhecimentos e ainda existiam capacidades e competências que podiam desenvolver ao trabalharem colaborativamente e na sua ZDP. Paralelamente, era preciso que estes dois elementos não fizessem muita falta a outros pares, para permitir que a turma estivesse o mais equilibrada possível. Nestas circunstâncias, a manutenção do mesmo par afigurava-se como a melhor escolha para aqueles alunos e turma. A Carolina foi uma das alunas que só mudou de par no 2.º período, passando a trabalhar com a Celestina. Esta aluna estava a frequentar o 8.º ano pela primeira vez, mas já tinha tido experiência de insucesso académico, ou seja, já tinha reprovado um ano.

Quando planificámos e preparámos este conteúdo programático, sabíamos, pela leitura de literatura da especialidade e de investigação sobre este tema, que seria um conteúdo bastante complicado para estes alunos e que, para muitos, poderia não ser um tema aliciante. Assim, antevendo algum desânimo e possível desistência de participarem nas actividades matemáticas, em aula, por parte de alguns alunos, optámos por realizar, previamente, um trabalho de grupo, com o intuito de serem os alunos a encontrarem e a darem sentido aos casos notáveis da multiplicação de binómios. Desta forma, pretendia-se, também, ir ao encontro das recomendações expressas nos documentos de política educativa, no que respeita à utilização de material manipulável, quando se aborda conceitos considerados mais abstractos para os alunos (Abrantes et al., 1999; NCTM, 2007; Ponte et al., 2007).

Este trabalho de grupo foi realizado em grupos de quatro ou cinco alunos. Cada grupo teria que escrever as expressões dos casos notáveis da multiplicação de binómios, partindo de construções geométricas. Este caminho foi pensado deliberadamente. Por um lado, como os alunos já tinham interiorizado as regras do contrato didáctico que regem o trabalho colaborativo, trabalharem com mais elementos numa mesma tarefa constituía uma mais valia, pois podiam confrontar mais pontos de vista, terem acesso a estratégias de resolução mais diversificadas e a argumentações mais elaboradas e sustentadas, antes de passarem para a discussão em grande grupo. Por outro lado, usar construções geométricas apelava ao trabalho que estes alunos já tinham realizado no início do ano lectivo, quando utilizaram o *tangram* e quando abordaram o conteúdo programático do teorema de Pitágoras. Por último, havendo muitos alunos na turma cuja língua materna era o crioulo, e que, como documentaram outros autores (César, 2009, submetido; Favilli et al., 2004), tinham uma preferência por utilizarem raciocínios geométricos quando abordavam problemas, pareceu-nos que esta forma de iniciar este conteúdo poderia facilitar a apropriação do mesmo, atribuindo sentidos aos conhecimentos e podendo, assim, de acordo com Skemp (1978), atingirem formas de conhecimento relacional e não apenas instrumental, como tantas vezes acontece quando se aborda estes conteúdos.

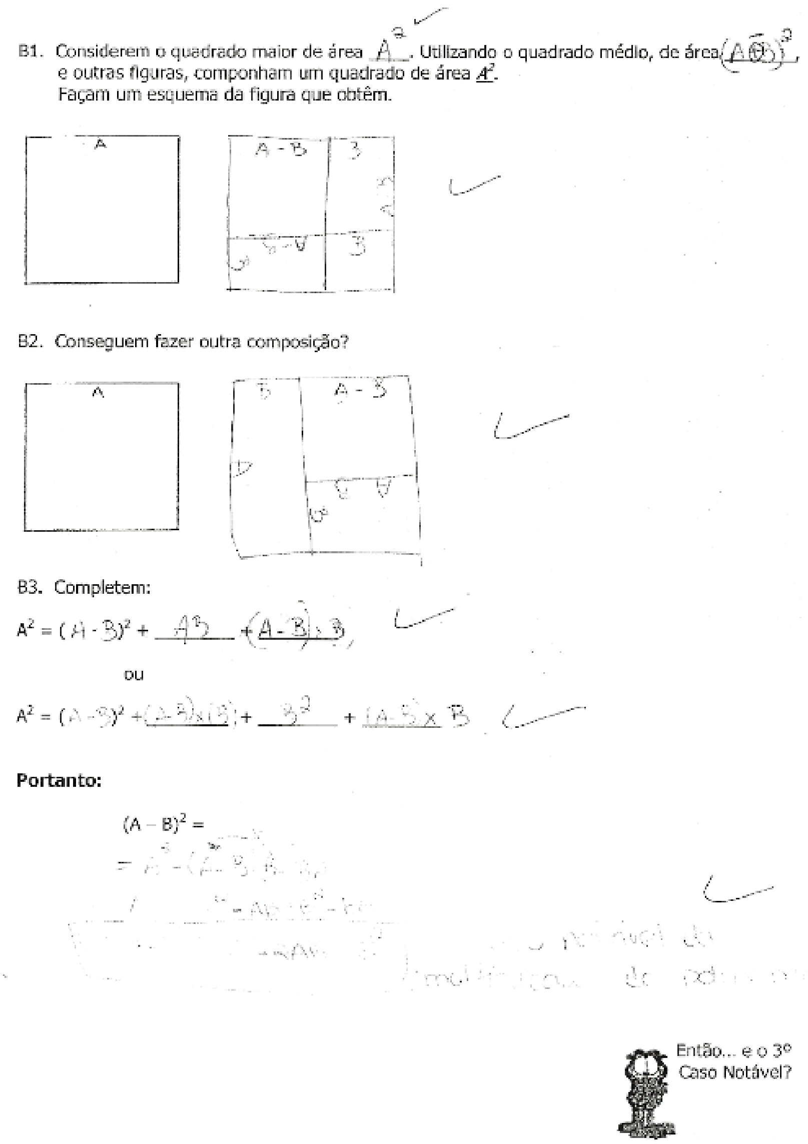

Entre todos os produtos de polinómios há três casos que têm um interesse particular, não só pela sua aplicação a muitas situações, como pela sua ligação à geometria.

A1. Utilizem as figuras geométricas que vos são dadas para construir um quadrado de lado (A+B). Façam um esquema da figura que obtêm.

A2. Decomponham o quadrado maior que obtiveram em A1. em quatro figuras e indiquem a área de cada uma.

A3. Podemos escrever a área do quadrado de lado (A+B) de duas formas. Apresenta-as.

Resumindo: $(\quad)^2 = \_\_ + \_\_ + \_\_$


B1. Considerem o quadrado maior de área A^2. Utilizando o quadrado médio, de área $(A-B)^2$, e outras figuras, componham um quadrado de área A^2.
Façam um esquema da figura que obtêm.

B2. Conseguem fazer outra composição?

B3. Completem:

$A^2 = (A-B)^2 + AB + (A-B)\times B$

ou

$A^2 = (A-B)^2 + (A-B)\times B + B^2 + (A-B)\times B$

Portanto:

$(A-B)^2 =$

Então... e o 3º Caso Notável?

Figura 6 – Resolução da grupo Carolina/Celestina/Paula/Cristina (27 de Fevereiro, 2006)

Quando os alunos tomaram contacto com o enunciado desta tarefa, a primeira reacção foi afirmarem que era muito semelhante a uma outra que tinham resolvido no início do ano lectivo (DB, 27 de Fevereiro, 2006). Esta evidência ilumina a importância que aquela tarefa – construção de um *tangram* – teve para os alunos, na medida em que actuou como uma ferramenta mediadora entre os alunos e a apropriação de conhecimentos matemáticos, facilitando que os alunos se envolvessem nas actividades. Assim, um conteúdo programático que, à partida, é frequentemente rejeitado pelos alunos, permitiu-lhes vivenciarem experiências de aprendizagem que fizeram com que aderissem mais facilmente a esta tarefa.

Nesta situação, Carolina e Paula tomam a liderança do grupo, incentivando a Celestina e a Cristina a tentarem construir o quadrado de lado *A+B*. Esta evidência ilumina que, apesar de já não pertencerem à mesma díade, continuam a mobilizar capacidades e competências que aprenderam a desenvolver enquanto trabalhavam em conjunto. Após algumas tentativas, conseguem construir o quadrado com as dimensões pedidas e respondem, com algum sucesso, às Questões A2 e A3. Contudo, quando iniciam a resolução da Questão B1, Celestina lidera o grupo, organizando as várias tentativas para a construção do quadrado com as dimensões pedidas, o que ilumina, mais uma vez, a importância das interacções dialógicas na promoção dos desempenhos matemáticos dos alunos, bem como a configuração de espaços/tempos onde os alunos se sintam confortáveis para expressarem as suas argumentações, desenvolvendo, assim, a comunicação (matemática).

Após esse trabalho de grupo, as tarefas seguintes – como é o caso desta que vos apresentamos – deveriam, por uma questão de motivação e de coerência pedagógica, ser baseadas nesse mesmo trabalho de grupo, para que os alunos conseguissem, mais facilmente, realizar transições entre o que tinham apropriado naquele trabalho de grupo e as próximas tarefas propostas. Assim, a tarefa seguinte tinha duas finalidades principais. A primeira consistia na aplicação dos casos notáveis da multiplicação de binómios, mas recorrendo, desta vez, a formas analíticas de abordagem. A segunda prendia-se com sistematizar, uma vez mais, os casos notáveis da multiplicação de binómios e transitar para processos de formalização destes conteúdos, ou seja, para uma resolução algébrica dos mesmos, num contexto matemático mais formal, mas estabelecendo conexões entre a geometria e álgebra. Procurava-se, assim, atribuir sentidos a essas transições para que, futuramente, os alunos, em outras situações matemáticas formais, pudessem mobilizar essas mesmas conexões, ou conhecimentos relacionados com esta situação de aprendizagem.

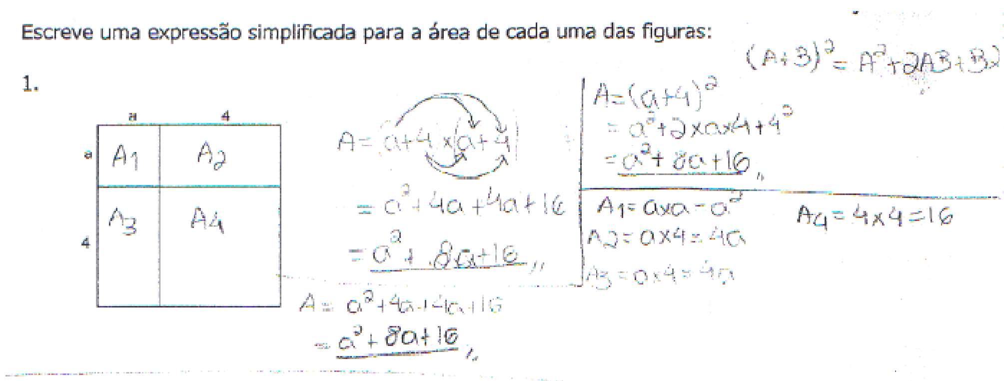


Figura 7 – Resolução da díade Carolina/Celestina (2 de Março, 2007)

Analisando a estratégia de resolução que esta díade utilizou, observamos que optaram por uma abordagem global do problema, em que consideram o quadrado com lado igual a *a + 4* e determinam a sua área, como era pedido. Segundo os registos do DB do professor/investigador, a Celestina não percebe, imediatamente, a estratégia de resolução da Carolina, a que ela recorre para chegar à expressão da área do quadrado. Nessa altura, a Carolina opta por desenhar setas [ver parte central da resolução] de forma a explicar, à colega, a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Podemos, ainda, observar que, na folha de respostas da díade, existem outras duas estratégias de resolução que emergiram da discussão geral. Todas as díades sabem que têm que reproduzir para as folhas de respostas as diversas estratégias de resolução que emergem da discussão geral, com o intuito de perceberem que existem várias estratégias de resolução possíveis para o mesmo problema, passarem a conseguir mobilizar mais estratégias de resolução e, como tal, optarem, em resoluções e/ou situações futuras, por aquela com que mais se identificam, que achem mais acessível ou, até, que seja a estratégia pedida naquele documento ou situação. Pretende-se, também, que os alunos aprendam a respeitar e valorizar formas de resolução, argumentações sustentadas e raciocínios diferentes dos seus, trabalhando aspectos que se relacionam com o exercício de cidadania, a inclusão e a educação intercultural (César, 2009; Teles & César, 2007).

Parece-nos importante realçar dois aspectos. O primeiro prende-se com o contributo do trabalho de grupo, realizado na aula anterior, uma vez que algumas díades ainda resolveram as tarefas do modo muito análogo – decomposição de figuras. Dividiram a figura inicial em figuras mais pequenas, visto que a soma da área do quadrado de lado *a + 4* é igual às somas das áreas dos dois quadrados e dos dois rectângulos, como era sugerido pela própria figura. Assim, alunos com mais dificuldade de formalização e que ainda não acediam ao raciocínio abstracto, como sabíamos pelos resultados do IACC e pelos registos da observação, anotada no DB do professor/investigador, conseguiram manter-se empenhados nesta tarefa, o que facilitou a sua transição do raciocínio concreto para o abstracto e, ainda, a apropriação destes conteúdos, mesmo no que se refere a uma resolução mais formal dos mesmos. O segundo aspecto tem a ver com o recurso à expressão geral dos casos notáveis de multiplicação de binómios, como é observado no lado direito da folha de respostas.

Essa estratégia de resolução foi utilizada por uma única díade, mas foi essencial para o enriquecimento da discussão geral, uma vez que se coaduna com um dos propósitos desta tarefa, de acordo com os documentos de política educativa portugueses (Abrantes et al., 1999; Ponte et al., 2007).

Trajectórias de participação ao longo do ano lectivo

As trajectórias de participação da Carolina, durante o ano lectivo em que decorreu este projecto de investigação-acção é, precisamente, um exemplo de acesso ao sucesso escolar. Esta aluna melhorou significativamente os desempenhos académicos na disciplina de matemática, uma vez que finalizou o 8.º ano de escolaridade com Nível 5, iniciando-o com Nível 3, nível que também costumava obter em anos anteriores. Embora a Carolina, inicialmente, gostasse da disciplina de matemática, foi notória a evolução que ocorreu na representação social que construiu sobre a matemática, bem como a confiança que passou a ter nos seus desempenhos matemáticos, registados em diário de bordo do professor/investigador, sobretudo a partir do 2.º período. Essa mudança deveu-se às experiências diversificadas que participou, ao longo do ano lectivo (tarefas de natureza diversificadas, sala de trabalho, trabalho de projecto, entre outras), o ter trabalhado colaborativamente e com diversos elementos e o ter percebido que a sala de aula era um tempo/espaço de confiança e partilha, que proporcionaram um alargamento da representação social da matemática, tornando-a mais positiva e menos tradicional.

Como esta aluna realça, em diversos momentos, a importância que trabalhar colaborativamente teve para os seus desempenhos matemáticos. Afirma que gostou de trabalhar em díade, porque “assim temos métodos de trabalho diferente e conseguimos trabalhar com várias pessoas” (Q2, Junho, 2007). Esta evidência ilumina a não existência de fortes conflitos identitários ao trabalhar com pessoas que não pertenciam ao seu núcleo de amigos. De salientar que, nos momentos em que as díades eram mudadas, ao longo do ano lectivo, esta aluna já sugeria com quem deveria ficar, justificando que deveria ser com aquele colega porque ele precisa de ajuda e ela queria ajudá-lo, revelando espírito de entreajuda e sentido de responsabilidade, mas também o que ela poderia aprender com ele, ainda que fossem aspectos de socialização, a ser mais criativa, ou algo que ela reconhecia estar mais saliente naquele colega do que nela própria.

Considerações Finais

A implementação do trabalho colaborativo, nomeadamente em díade, em cenários de educação formal, actua como um facilitador na construção de ambientes securizantes (César, 2003, 2007, 2009, submetido; César & Oliveira, 2005, Ventura et al., 2002). Em espaços/tempos de trabalho colaborativo os alunos podem interagir dialogicamente, construindo representações sociais mais dinâmicas e positivas em relação à matemática, passando a vê-la como uma forma de conhecimento e não apenas com uma disciplina. Assim, as práticas desenvolvidas em aula podem contribuir – ou não! – para que os alunos ganhem voz(es) e para que interiorizem mecanismos de *inter-empowerment*, transformando-os em mecanismos de *intra-empowerment* e criando, eles próprios, outros mecanismos de *intra-empowerment*, como refere César (submetido). Cabe ao professor ser capaz de seleccionar, adaptar e/ou elaborar tarefas e respectivas instruções de trabalho que, por um lado, tenham em conta as características, necessidades e interesses dos alunos e que, por outro, sejam facilitadoras da promoção de interacções dialógicas e com sentido, que facilitem a apropriação de conhecimentos, bem como a mobilização e o desenvolvimento de capacidades e competências. A configuração de cenários educativos que promovam as interacções sociais dialógicas constitui, por isso mesmo, uma mais valia na construção de uma identidade própria e, como tal, permite que os alunos sejam capazes de gerir as várias posições identitárias que assumem ao longo da vida, nos diferentes contextos, cenários e/ou situações.

Agradecimentos

O projecto *Interacção e Conhecimento* foi parcialmente subsidiado pelo IIE, em 1996/97 e em 1997/98, medida SIQE 2 (projecto n.º 7/96), e pelo CIEFCUL, desde 1996. Agradecemos a todos os participantes que tornaram este trabalho possível, principalmente aos alunos, professores/investigadores e investigadores, aqueles que mais horas de trabalho colaborativo e reflexão dedicaram ao projecto IC, que consideramos património de todos os participantes.

Referências Bibliográficas

Abrantes, P. (1994). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a matemática: A experiência do projecto MAT789*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM). [Tese de doutoramento, apresentada na Universidade de Lisboa (UL)]

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica.* Lisboa: Ministério da Educação-Departamento da Educação Básica (ME-DEB).

Abreu, G. (1996). Contextos socio-culturais e aprendizagem matemática pelas crianças. *Quadrante, 5*(2), 7-21.

Abreu, G., Bishop, A., & Presmeg, N. C. (2002). *Transitions between contexts of mathematical practices*. Cambridge: Kluwer Academic Publishers.

Abreu, G., & Gorgorió, N. (2007). Social representations and multicultural mathematics teaching and learning. In D. Pitta-Pantazi, & G. Philippou (Eds.), *CERME 5 proceedings*. Larnaca: University of Cyprus. [On line: http://ermeweb.free.fr/CERME5b/]

Alrø, H., Ravn, O., & Valero, P. (Eds.) (2010). *Critical matematics education: Past, present and future. Festschrift for Ole Skivsmose*. Rotterdam: Sense Publishers.

Apple, M. (1995). Taking power seriously: New directions in equity in mathematics education and beyond. In W. Secada, E. Fennema, & L. Adajian (Eds.), *New directions for equity in mathematics education* (pp. 329-348). Cambridge: Cambridge University Press.

Assembleia da República (AR) (1986). Lei N.º 46/86, de 14 de Outubro: Lei de bases do sistema educativo. *Diário da República,* I Série, N.º 237. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda (INCM).

Attorps, L. (2006). *Mathematics teacher's conceptions about equation* (Tese de doutoramento, documento policopiado). Faculty of Behavioural Sciences, Department of Applied Sciences of Education, Helsinky.

Bakhtin, M. (1929/1981). *The dialogical imagination* (M. Holquist, Ed.) (M. Holquist, & C. Emerson, Trads.). Austin: University of Texas Press. [Trabalho original publicado em russo, em 1929]

Bárrios, J., César, M., & Cristo, I. (2009). As interacções sociais enquanto ferramenta de mediação das aprendizagens. In A. Estrela, L. Marmoz, R. Canário, J. Ferreira, A. M. Simão, P. Pinto, ... P. Figueiredo (Eds.), *Actas do XVI Colóquio da Association Francophone Internationale de Recherche Scientific en Education (AFIRSE). Tutoria e mediação em educação: Novos desafios à investigação educacional.* Lisboa: Secção Portuguesa da AFIRSE. [Suporte CdRom]

Bédard, N. (2005). *Como interpretar os desenhos das crianças* (2.ª ed.) (C. A. Santos, Trad.). Mem Martins: Edições CETOP.

Booth, L. (1984). *Algebra: Children's strategies and errors. A report of the strategies and errors in secondary mathematics project.* Windsor: Nfer-Nelson

Branco, N., Matos, A., Ventura, C., & Santos, N. (2004). Investigando o significado de um movimento… Poderei (re)descobrir as funções?. In APM (Eds.), *Actas do ProfMat 2004* (pp. 143-149). Covilhã: APM. [Suporte CdRom]

Carvalho, C. (2001). *Interacções entre pares: Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM. [Tese de doutoramento, apresentada na UL]

Carvalho, C., & César, M. (1996). Concepções de futuros professores sobre os professores, os alunos e a matemática: Um estudo exploratório. *Revista de Educação*, *VI*(1), 63-70.

César, M. (1994). *O papel da interacção entre pares na resolução de tarefas matemáticas: Trabalho em díade vs. trabalho individual em contexto escolar* (Tese de doutoramento, documento policopiado). DEFCUL, Lisboa.

César, M. (2000). Interacções sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: A investigação contextualizada. In J. P. Ponte, & L. Serrazina (Eds.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália: Actas da escola de verão em educação em matemática – 1999* (pp. 5-46). Lisboa: Sociedade Portguesa de Ciências da Educação-Secção da Educação Matemática (SPCE-SEM).

César, M. (2003). A escola inclusiva enquanto espaço-tempo de diálogo de todos e para todos. In D. Rodrigues (Ed.), *Perspectivas sobre a inclusão: Da educação à sociedade* (pp. 117-149). Porto: Porto Editora.

César, M. (2007). Dialogical identities in students from cultural minorities or students categorised as presenting SEN: How do they shape learning, namely in mathematics?. In ScTIG Group (Eds.), *2nd socio-cultural theory in educational research & practice conference proceedings*. Manchester: University of Manchester. [On line: www.lta.education.manchester.ac.uk/ScTIG/index.htm]

César, M. (2009). Listening to different voices: Collaborative work in multicultural maths classes. In M. César, & K. Kumpulainen (Eds.), *Social interactions in multicultural settings*. (pp. 203-233). Rotterdam: Sense Publishers.

César, M. (2010). Comment to Paola's conference: Dialogism in action. In V. Durand-Guerrier, S., Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of CERME 6* (pp. LXXXVII-XCIII). Lyon: INRP – Institut National de Recherche Pédagogique. [On line, desde Julho 16, 2010: http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/plenary-2]

César, M. (in press). Cultural diversity and regulatory dynamics of participation between schools and families. In P. Marsico, K. Komatzu, & A. Iannaccone (Eds.), *Crossing boundaries: Intercontextual dynamics between family and school*. Charlotte, NC: Information Age Publication.

César, M. (submetido). Collaborative work, dialogical self and inter-/intra-empowerment mechanisms: (Re)constructing life trajectories of participation. In M. B. Ligorio, & M. César (Eds.), *The interplays between dialogical learning and dialogical self*. Charlotte, NC: Information Age Publishing (Book Series – Advances in Cultural Psychology, edited by Jann Valsiner).

César, M., Bárrios, J., & Cristo, I. (2008). Investigar para aprender: Análises de protocolos no desenvolvimento do professor. In J. Ferreira, A. R. Simões, & P. Figueiredo (Eds.), *Complexidade: Um novo paradigma para investigar e intervir em educação?. Actas do XV Colóquio da AFIRSE*. Lisboa: SPCE, Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação (FPCEUL) & AFIRSE. [Suporte CdRom]

César, M., & Kumpulainen, K. (Eds.) (2009). *Social interactions in multicultural settings*. Rotterdam: Sense Publishers.

César, M., & Oliveira, I. (2005). The curriculum as a mediating tool for inclusive participation: A case study in a Portuguese multicultural school. *European Journal of Psychology of Education, XX*(1), 29-43.

César, M., & Santos, N. (2006). From exclusion into inclusion: Collaborative work contributions to more inclusive learning settings. *European Journal of Psychology of Education, XXI*(3), 333-346.

Clandinin, D. J., & Connelly, F. M. (1998). Personal experience methods. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Collecting and interpreting qualitative materials* (pp. 150-178). Thousand Oaks, CA: Sage.

Cobb, P. (1995). Mathematical learning and small-group interactions: Four case studies. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 25-130). New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Cobb, P., & Hodge, L. L. (2002). A relational perspective on issues of cultural diversity and equity as they play out in mathematics classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, *4*(2&3), 249-284.

Cobb, P., & Hodge, L. L. (2007). Culture, identity, and equity in the mathematics classroom. In N. Nasir, & P. Cobb (Eds.), *Diversity, equity, and access to mathematical ideas* (pp. 159-171). New York: Teachers College Press.

Courela, C. (2007). *Começar de novo: Contributos de um currículo em alternativa para percursos de vida inclusivos, de estudantes adultos. A mediação dos trabalhos de projecto colaborativos desenvolvidos em Educação Ambiental* (Tese de doutoramento, CdRom). DEFCUL, Lisboa.

Denzin, N. K. (2002). The interpretative process. In A. Haberman, & M. Miles (Eds.), *The qualitative researchers companion* (pp. 349-366). Thousand Oaks, CA: Sage.

DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: DEB.

Favilli, F., César, M., & Oliveras, M. L. (2004). *Projecto IDMAMIM: Matemática e intercultura*. Pisa: Universidade de Pisa. [3 CdRoms: La Zampoña, Os Batiques e Las Alfombras]

Gellert, U., & Jablonka, E. (Eds.) (2007). *Mathematisation and demathematisation: Social, philosophical and educational ramifications.* Rotterdam: Sense Publishers.

Graça, M. (2005). *Representações sociais de professores de matemática: Um estudo com professores de matemática do ensino secundário* (Tese de doutoramento, documento policopiado). Universidad de Burgos, Burgos.

Gorgorió, N., & Planas, N. (2005). Social representations as mediators of mathematics learning in multiethnic classrooms. *European Journal of Psychology of Education*, *XX*(1), 91-104.

Hamido, G. (2005). *Meta-análise do processo de (re)construção colectiva de um projecto curricular de formação de professores* (Tese de doutoramento, CdRom). DEFCUL, Lisboa.

Hamido, G. (2007). A escola, ecologia viva e reflexiva: O poder de mudar. *Interacções*, *3*(7), 141-178. [On line: http://nonio.eses.pt/interaccoes/]

Hamido, G., & César, M. (2009). Surviving within complexity: A meta-systemic approach to research on social interactions in formal educational scenarios. In K. Kumpulainen, C. Hmelo-Silver, & M. César (Eds.), *Investigating classroom interactions: Methodologies in action* (pp. 229-262). Rotterdam: Sense Publishers.

Hermans, H. (2001). The dialogical self: Toward a theory of personal and cultural positioning. *Culture and Psychology, 7*(3), 323-366.

Hermans, H. (2003). The construction and reconstruction of a dialogical self. *Journal of Constructivist Psychology, 16*, 89-130.

Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. In A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 11-49). Rotterdam: Sense Publishers.

Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Pre algebra: The transition from arithmetic to algebra. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 179-198). Reston: NCTM.

Kumpulainen, K., & Mutaen, M. (1999). The situated dynamics of peer group interaction: An introduction to an analytic framework. *Learning and Instruction, 9*(5), 449-473.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation.* Cambridge, USA: Cambridge University Press.

Maasz, J., & Schloeglmann, W. (Eds.) (2006). *New mathematics education research and practice*. Rotterdam: Sense Publishers.

Machado, R. (2008). *Brócolos e matemática: Representações sociais da matemática de alunos do 8.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM. [Dissertação de mestrado, apresentada no DEFCUL]

Machado, R., & César, M. (in press). Social representation and mathematical learning. In *CIEAEM 62 site*. London: CIEAEM.

Marková, I. (2005). *Dialogicality and social representations: The dynamics of mind*. Cambridge: Cambridge University Press.

Marková, I. (2007). Knowledge and interaction through diverse lenses. *Interacções*, *3*(7), 163-196. [On line: http://nonio.eses.pt/interaccoes/]

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing.* London: Rand Falmer.

Matos, J. M. (2008). A resolução de problemas e a identidade da educação matemática em Portugal. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín, & L. J. Nieto (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 141-158). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Matos, J. M. (2010). Elementos sobre o ensino e a aprendizagem da matemática moderna em Portugal no final dos anos 70. In J. M. Matos, & W. R. Valente (Eds.), *A reforma da* *matemática moderna em contextos ibero-americanos* (pp. 137-174). Lisboa: Unidade de Investigação Educação e Desenvolvimento (UIED).

McNiff, J., & Whitehead, J. (2002). *Action research: Principles and practice* (2.ª ed.). London: Routledge.

Merriam, S. (1988). *Case study research in education: A qualitative appro*ach. S. Francisco: Jossey-Bass Publishers.

ME/Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE) (2004). *PISA 2003: Conceitos fundamentais em jogo na avaliação da literacia matemática*. Lisboa: ME/GAVE.

Moscovici, S. (2000). *Social representations: Explorations in social psychology*. Oxford: Polity Press.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar* (M. Melo, Trad.). Lisboa: APM.

Oliveira, I. (2006). *Uma alternativa curricular no 2.º ciclo do ensino básico: Vivências e reflexões* (Tese de doutoramento, documento CdRom). DEFCUL, Lisboa.

Perret-Clermont, A.-N. (2004). Thinking spaces of the young. In A.-N. Perret-Clermont, C. Pontecorvo, L. Resnick, T. Zittoun, & B. Burge (Eds.), *Joining society: Social interaction and learning in adolescence and youth* (pp. 3-10). Cambridge: Cambridge University Press.

Piscarreta, S. (2002). *Malmequer, bem-me-quer, muito, pouco ou nada: Representações sociais da Matemática em alunos do 9.º ano de escolaridade.* Lisboa: APM. [Dissertação de mestrado, apresentada na Universidade Aberta de Lisboa]

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2009). O novo programa de matemática como oportunidade de mudança para os professores do ensino básico. *Interacções*, *5*(12), 96-114. [On line: http://nonio.eses.pt/interaccoes/]

Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Investigação Educacional (IIE).

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães. H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., ... Oliveira, P. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: ME/Direcção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC).

Ramos, M. (2003). *Matemática: A bela ou o monstro? Contributos para uma análise das representações sociais da matemática dos alunos do 9.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM. [Tese de doutoramento, apresentada na UL]

Renshaw, P. (2004). Introduction. Dialogic teaching, learning and instruction: Theoretical roots and analytical frameworks. In J. van der Linden, & P. Renshaw (Eds.), *Dialogic learning: Shifting perspectives to learning, instruction, and teaching* (pp. 1-15). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Roldão, M. C. (1999). *Gestão curricular: Fundamentos e práticas*. Lisboa: ME/DEB.

Rose, R. (2002). The curriculum: A vehicle for inclusion or a lever for exclusion?. In C. Tilstone, L. Florian, & R. Rose (Eds.), *Promoting inclusive practice* (pp. 27-38). London/ New York: Routledge Falmer.

Roth, W.-M., & Radford, L. (2011). *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning*. Rotterdam: Sense Publishers.

Santos, N. (2008). *Ver a matemática com pontos: Um estudo de caso de um aluno cego do 12.º ano de escolaridade* (Dissertação de mestrado, CdRom). DEFCUL, Lisboa.

Schubauer-Leoni, M. L. (1986). Le contract didactique: Un cadre interpretatif pour comprendre les savoirs manifestés par les elèves en mathématiques. *European Journal of Psychology of Education*, *1(*2), 139-153.

Schubauer-Leoni, M. L., & Perret-Clermont, A.-N. (1997). Social interactions and mathematics learning. In T. Nunes, & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 265-283). Hove: Psychology Press.

Stith, I., & Roth, W.-M. (2008). *Students in action: Cogenerative dialogues from secondary to elementary schools*. Rotterdam: Sense Publishers.

Skemp, R. R. (1978). *Relational understanding and instrumental understanding. Arithmetic teacher*, November, 9-15.

Strecht, P. (2008). *A minha escola não é esta: Dificuldades de aprendizagem e comportamento em crianças e adolescentes*. Lisboa: Assírio & Alvim.

Teles, L. (2005). *Matemática com arte: Um microprojecto intercultural adaptado a alunos da escola de dança do conservatório nacional*. Lisboa: APM. [Dissertação de mestrado, apresentada no DEFCUL]

Teles, L., & César, M. (2007). Matemática com arte: A construção de identidades dialógicas através de microprojectos colaborativos. *Interacções, 3*(6), 129-162. [On line: http://nonio.eses.pt/interaccoes/]

Tobin, K., & Kincheloe, J. (Eds.) (2006). *Doing educational research: A handbook.* Rotterdam: Sense Publishers.

Ventura, C. (2011). *Interacção e Conhecimento: Um estudo de caso que analisa a história de um projecto* (Tese de doutoramento, documento policopiado). Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCTUNL), Almada.

Ventura, C., Branco, N., Matos, A., & César, M. (2002). Uma aventura fantástica: Contributos do trabalho em díade para o sucesso de uma actividade de investigação. In APM (Eds.), *Actas do ProfMat2002* (pp. 142-147). Viseu: APM. [Suporte CdRom]

Vygotsky, L. S. (1934/1962). *Thought and language* (Myshlenie I rech', Trad.). Cambridge MA: MIT Press. [Original publicado em russo, em 1934, edição revista por Alex Kozulin]

Zittoun, T. (2006). *Transitions: Development through symbolic resources*. Greenwich: Information Age Publishing.