PARADOXO DA RAZÃO NO CAOS
TEORIA DO CAOS APLICADA NA DAS PROBABILIDADES

DAVID MAGALHÃES FILHO *
KLAUS RIBEIRO CAVALCANTE **

APRESENTAÇÃO

São estabelecidas as bases de um ensaio sobre a aplicabilidade da Ciência da Computação, sustentadas pela Teoria do Caos, para resolução de certas questões tipicamente probabilísticas onde, através de experimentos computacionais conclusivos, as evidências apontam para o fato de que há fortes indícios a favor deste estudo.

O estudo consiste em mostrar um paradoxo que é criado em situações específicas na Teoria das Probabilidades porque elas de fato estão intrinsecamente relacionadas a questões sistemáticas que têm tendência ao comportamento caótico e, portanto, próprias para as soluções que emergem da Teoria do Caos.

É apresentado o Teorema da Probabilidade Sistematizada provado quando mostramos ser falsa a seguinte declaração por ir de encontro à Teoria do Caos: ***em uma simulação do caos, não é possível prever uma tendência ao comportamento caótico.***

PARTE I

Considere n elementos distintos tomados p a p, onde n e p são tais que torne possível formar seqüências regulares e irregulares, ao mesmo tempo, de p elementos, para $p > 3$, a partir de um conjunto com *n* elementos.

Define-se seqüência como qualquer subconjunto de p elementos que é possível formar a partir desse conjunto.

* Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil)
** Universidade Federal de Pernambuco (Brasil)

Chamaremos uma seqüência regular de seqüência sistematicamente inteligente (I) e a irregular, de seqüência sistematicamente caótica (C). O número de seqüências sistematicamente inteligentes é *i* e o de caóticas é *c*, em um espaço amostral $\bigcup$, eqüiprobabilístico, onde $i + c = \bigcup$ e $i \neq c$.

Baseados nessas considerações, vamos formular a seguinte questão: Qual a razão entre a probabilidade de ocorrer *I* e a probabilidade de ocorrer *C* em um evento que forme seqüências sistematicamente inteligentes (I) e seqüências sistematicamente caóticas (C) das possíveis combinações, a partir de um conjunto com *n* elementos distintos tomados $p\ a\ p$, dadas as condições anteriormente citadas?

É conhecida a seguinte solução:

$$\boxed{P(I) = i\left[\frac{p!(n-p)!}{n!}\right] \quad P(C) = c\left[\frac{p!(n-p)!}{n!}\right] \quad \therefore \quad \frac{P(I)}{P(C)} = i/c} \ (1)$$

Como, pela Teoria das Probabilidades, *P(I)* e *P(C)* são eqüiprováveis, então é provável que i/c valha 1. Sabemos, no entanto, que os termos do fator i/c são constantes, qualquer que seja *i* e qualquer que seja *c* e que, em tese, podemos prever o momento no qual $i/c = 1$, ou seja, $i = c$.

Criamos assim, um paradoxo (o da razão no caos), pois na questão proposta $i \neq c$ e eles não são variáveis.[1]

Como explicar à luz da Matemática essa inconsistência gerada pela Teoria das Probabilidades?[2]

Há uma proposta bastante interessante para tentarmos explicar esse fatídico beco sem saída. É a Teoria do Caos Aplicada na das Probabilidades...[3]

Imagine que existam sistemas capazes de determinar cada seqüência $I\ e\ C$. Dessa forma, pela Teoria do Caos, esses tipos de questões fazem suscitar uma nova

---

[1] Ver apêndice I, pág. 275.
[2] Para maior clareza do texto, sugerimos que os **apêndices** e **observações** sejam lidos no momento em que são recomendados para leitura.
[3] Ver Apêndice II, pág. 276.

abordagem para uma solução que resulta em outra diferente daquela concebida pela Teoria das Probabilidades em (1).

Na verdade, estaríamos diante de tipos de problemas sistematizados de comportamentos imprevisíveis e aparentemente aleatórios e, por isso, regidos por leis estritamente deterministas. Portanto, como em um estudo de um fenômeno do caos na natureza, a questão teria, na sua resolução, um coeficiente de ajuste capaz de tornar verdadeira a equivalência (1), seguindo uma tendência ao comportamento caótico, que prevê a existência de possíveis variáveis nesse coeficiente capazes de provocar relevantes alterações entre o valor mais preciso (resultante da Teoria do Caos) e o valor estimado (previsto pela Teoria das Probabilidades), conforme preceitua a Teoria do Caos para esses casos.

O estudo consiste em mostrar um paradoxo que é criado em situações específicas na Teoria das Probabilidades porque elas de fato estão intrinsecamente relacionadas a questões sistemáticas que têm tendência ao comportamento caótico e, portanto, próprias para as soluções que emergem da Teoria do Caos (sem a qual a das Probabilidades entraria em colapso por gerar uma inconsistência).

Nesses tipos de questões, podemos enxergar ordem na desordem e desordem na ordem, tal qual ocorre na Teoria do Caos.[4]

Em resumo, a questão apresentada neste trabalho simula experimento aparentemente aleatório, como um fenômeno de estudo da Teoria do Caos, e, portanto, com certo padrão de comportamento dos sistemas que determinam $I \ e \ C$, tendendo para o caos.[5]

Nossa proposta a seguir é mostrar a possibilidade de o paradoxo só existir porque consideramos a seqüência regular e a irregular como sendo eqüiprováveis.

---

[4] Ver **obs.:** 1, pág, 270.
[5] Ver obs. 3, pág. 270.

PARTE II

Como, pela Teoria do Caos, podemos prever uma tendência ao comportamento caótico, vamos definir as variáveis do caos α **e** β como sendo as vezes que se repetirão as seqüências inteligentes e caóticas, respectivamente, em um experimento computacional que simule mais precisamente o caos, ou seja, um "simulador do caos", dado determinado número de tentativas, de modo que $\alpha < \beta$.[6]

Vamos definir ϕ^{-1} como a razão inversa que indica o índice da relação entre *P(1)'* e *P(C)'*, onde *P(I)'* é a probabilidade sistematizada de *I* e *P(C)'*, a probabilidade sistematizada de *C*, ambas não-nulas. Sendo:

$$\boxed{\phi^{-1} = \frac{1+\beta}{1+\alpha}},$$

podemos resolver a questão proposta da seguinte forma**:**

$$\frac{P(I)' + P(I)'\beta}{P(C)' + P(C)'\alpha} = {}^{i}\!/_{c} \quad \therefore \quad \frac{P(I)'}{P(C)'}\left(\frac{1+\beta}{1+\alpha}\right) = {}^{i}\!/_{c}$$

$$\boxed{P(I)' = P(C)' \,.\, {}^{i}\!/_{c} \,.\, \phi} \qquad (2)$$

Note que ϕ é um fator de ajuste para tornar verdadeira a equação. Demonstraremos que $\phi = \dfrac{1+\alpha}{1+\beta}$, onde $(1+\alpha)$ é fator inverso de $P(I)'$ e $(1+\beta)$ é o fator inverso de $P(C)'$. Enfim, como ϕ torna a eq. (2) verdadeira.[7]

---

[6] Ver Apêndice III, pág. 276 e obs.: 2, pág. 270.
[7] Ver apêndice IV, pág. 277.

A partir dessa equação, podemos exprimir o seguinte:

Teorema da Probabilidade Sistematizada:

Se experimentos aparentemente aleatórios, simulando o caos, puderem formar sistemas que dão origem a seqüências sistematicamente inteligentes (I) e caóticas (C), então: $P(I)' = P(C)' \cdot {}^{i}\!/_{c} \cdot \phi$

É relativamente simples provar esse teorema: basta provar ser falsa a seguinte declaração por ser inconsistente:

Em uma simulação do caos, não é possível prever uma tendência ao comportamento caótico.[8]

Por esse teorema, verifica-se que na razão $\dfrac{P(I)'}{P(C)'}$, existe uma relação inversa com ϕ e que os termos do fator ${}^{i}\!/_{c}$ permanecem constantes. No caso de $i = c$, não é gerada nenhuma inconsistência.[9]

Concluímos que a $eq.(2)$ revela a definição da variável ϕ, dando o campo de existência como sendo $0 < \phi < 1$. **Portanto, baseados na eq. (2), uma seqüência regular e uma irregular não seriam eqüiprováveis, como afirma a Teoria das Probabilidades (c.q.d.).**

Parte III

Esta parte do trabalho consiste em propor três hipóteses: a primeira trata-se de uma identidade; a segunda mostra provável origem da $eq.(2)$ e a terceira hipótese mostra que, pela Teoria do Caos, o paradoxo gerado na resolução do problema proposto, neste estudo, de fato, não existe.

---

8 Ver apêndice V, pág. 278.
9 Ver **obs.:** 4, pág 271 e anexo, pág. 271 e seguintes.

- **Sejam as três hipóteses:**

1) $f(x) = {}^{c}\!/_{2i} \cdot \dfrac{[P(I)']^2}{P(C)'}$, que revela uma identidade com o termo independente de $f(x)$, nulo.[10]

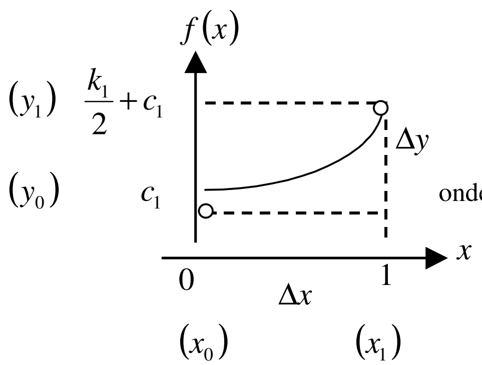
2) $f'(x) = P(I)'$, a derivada primeira de $f(x)$ que responde à questão proposta no início deste estudo pela **Teoria do Caos**: $eq.(2)$, conforme demonstração em **b), abaixo**.

3) $f''(x) = P(I)'$, a derivada segunda de $f(x)$, que é igual à derivada primeira, dando origem ao paradoxo na Teoria das Probabilidades. Por ser uma proposta absurda, implica solução absurda: o paradoxo.

- **Se considerarmos:**

a) $$f(x) = \frac{k_1}{2}x^2 + c_1,\ onde \begin{cases} D = \{x \in R \mid 0 < x < 1\} \\ k_1 = P(C)' \cdot {}^{i}\!/_{c} \qquad ; \qquad x = \phi \\ c_1\ igual\ ao\ termo\ independente\ de\ f(x) \end{cases}$$

Temos o seguinte esboço do gráfico de $f(x)$:



onde: $$\boxed{\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) = k_1 x} \quad (1)$$

---

[10] Ver apêndice VI, pág. 278.

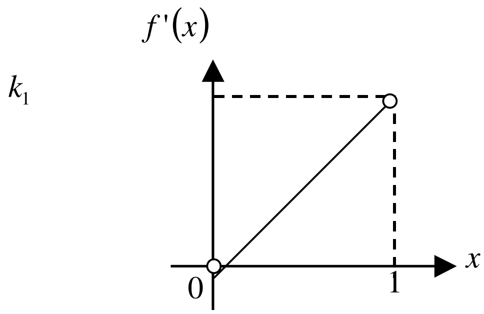
De (1), temos:

b) $f'(x) = k_1 x, \ (onde \ \ f'(x) = 0 \to k_1 x = 0)$.

Baseados nas definições **2)** e **a)**, temos:

$$\boxed{f'(x) = k_1 x \Leftrightarrow P(I)' = P(C)' \cdot {}^{i}\!/\!{}_{c} \cdot \phi} \qquad (2) \text{ (c.q.d.)}$$

Daí, temos o seguinte esboço do gráfico de $f'(x)$:



c) $f''(x) = k_1$ — Como $f'(x) \neq f''(x)$, não existe solução para $P(I)'$, **considerando a 3ª hipótese: (que é o absurdo).**

$Se \ f''(x) = k_1 \to P(I)' = P(C)' \cdot {}^{i}\!/\!{}_{c}$. Da $eq.(2)$, temos que: $P(I)' = P(C)' \cdot {}^{i}\!/\!{}_{c} \cdot \phi$. Dessa forma, concluímos que na hipótese 3: $\phi = 1 \to x = 1 \Leftrightarrow \exists \, x$ para $P(I)'$ quando $f''(x) = P(I)'$. Portanto, como x não está definido na 3ª hipótese, a derivada segunda de $f(x)$ é a constante que revela o paradoxo $\left(\frac{P(I)'}{P(C)'} = \frac{P(I)}{P(C)} = {}^{i}\!/\!{}_{c} \right)$. Em outras palavras, não existe *x*, implica não existe $f'(x)$ — **no caso específico da 3ª hipótese.** Prova-se o paradoxo, supondo-se verdadeiro um absurdo. Pela Teoria do Caos ϕ é um elemento não-neutro da $eq.(2)$ com variáveis que ajustam a falsa equivalência prevista pela Teoria das Probabilidades, tornando-a verdadeira. Esse fator – que é responsável pela existência da $eq.(2)$ – faz determinar a razão proposta no problema, tornando o paradoxo nulo **(c.q.d.).**

PARTE IV

Entre os métodos de experimentos computacionais para se obter $\alpha < \beta$, apresentados para avaliação, adotamos o que, a nosso ver, aproxima-se mais de uma simulação do caos.

Por exemplo: um experimento computacional de combinações de 60 elementos $(n = 60 \quad e \quad N = \{1,2,3...60\})$, tomados *p* a *p* $(p = 6)$, destacamos a seqüência regular $I = \{2,4,6,8,10,12\}$ e a irregular $C = \{3,13,25,37,58,59\}$ e propusemos obter os seguintes dados: quantas vezes apareceriam *I* e *C*, se fizéssemos 50.063.860.000 tentativas, tendo todas aquelas possíveis combinações? Obtemos o seguinte resultado: *I* = *0* e C = 3019. Desses dados, podemos ter: $\alpha = 0 \quad e \quad \beta = 3019$. Daí obtemos: $\phi = \dfrac{1+\alpha}{1+\beta} \therefore \phi = 0{,}00033$.

Nesse exemplo, em um coeficiente de convergência (ϕ) previsto para um valor de 100%, pela Teoria das Probabilidades, obtemos do “simulador do caos”, apenas $\phi = 0{,}033\%$ que, como podemos observar, aproxima-se de zero, conforme fora previsto em nosso estudo.[11]

[11] Ver apêndice VII, pág. 279.

OBSERVAÇÕES

1. Existem sistemas altamente complexos que determinam as seqüências sistematicamente inteligentes (I) e caóticas (C) (Há ordem na desordem) e esses sistemas tendem para o caos (Há desordem na ordem).

2. Só é possível obter as variáveis condicionais do caos $\alpha < \beta$ através de experimentos computacionais, como simuladores do caos, capazes de repetir determinado evento uma gama de vezes suficientemente grande a fim de se chegar a um padrão para ϕ. Em outras palavras, esta é uma questão computacional. Embora o trabalho aqui exposto tenha embasamento teórico, na verdade, ele só se consolida através de um estudo computacional.

3. Um exemplo clássico desses tipos de questões é o jogo da Mega Sena (jogo da Loteria Federal do Brasil, no qual é sorteada uma seqüência composta por seis números – a sena – dentro de um conjunto que vai do número 1 ao 60). O apostador que aplica a Teoria do Caos, mesmo que intuitivamente, tende a fazer apostas com seqüências sistematicamente caóticas (C) (como mostra recente pesquisa). Por exemplo, entre uma aposta:

$$\boxed{I = \{2,4,6,8,10,12\} \ e \ C = \{3,13,25,37,58,5}$$

ele tende a optar por C. Isso se deve ao fato de que:

$$\boxed{P(I)' = P(C)' \,.\, {}^{i}\!/_{c} \,.\, \phi}$$

É preciso, contudo, salientar que, para um número de tentativas desprezível, essa tendência é apenas teórica, no que se refere ao valor de ϕ, pois, no caso específico, há apenas uma tentativa de acerto para mais de 50 milhões de opções de erros. Portanto, tecnicamente ϕ valeria 1, por remeter-nos a uma questão tipicamente probabilística.

4. Até então, para os matemáticos, o fator i/c era o único argumento que justificava essa tendência a C entre os apostadores da **Obs. 3**. Portanto, prescindiremos de i/c, tornando $i = c$ para calcularmos $\frac{P(I)'}{P(C)'}$, quando o número de tentativas tender para o infinito, obtendo α seqüências I e β seqüências C, ambas tendendo para o infinito.

Buscaremos mostrar que $\frac{P(I)'}{P(C)'}$ tende a se aproximar de zero, mesmo neutralizando o fator i/c, conforme o número de tentativas plenas (que tornam válido o experimento) tende para o infinito. Ou seja, nosso objetivo seria tentar provar que uma seqüência regular e irregular não seriam eqüiprováveis, mesmo quando $i = c$, porque ϕ, no lugar de valer 1, aproxima-se de 0.[12]

ANEXO

Proposta de Padrão Piramidal Hipotética Para ϕ

Seja $\frac{P(I)'}{P(C)'} = \phi_k$, no caso de $i = c$.

—Conforme modelo abaixo da pirâmide, na página a seguir:

— $\alpha' \; e \; \beta'$ são, respectivamente, medianas de $\alpha \; e \; \beta$.

—Temos que: $\phi' = \frac{\Sigma x_i \cdot F_i}{\Sigma F_i}$, onde ϕ' representa a média ponderada de ϕ para até um número infinito de tentativas e:

---

12 Ver demonstração no anexo, pág. 271 de seguintes.

$$\boxed{\lim_{\Sigma F_i \to +\infty} \phi' = 0} \quad (1)$$

Ainda, no modelo abaixo, considere que o número de tentativas plenas torna-se **crítico** a partir ϕ_k tendendo a ϕ'. Logo, $\Delta\phi = \phi' - \phi_k$, quando $\Delta\phi \to 0$, baseado no limite (1).

Número de Tentativas Plenas — Valor de ϕ

F_i (crescente) — x_i (decrescente)

• -- o

•

•

a

a--- α'_a -- ϕ_a -- β'_a

a

•

•

•

b

b-- α'_b ----- ϕ_b ------ β'_b

b

•

•

•

c

c------------------------------ α'_c ---------- ϕ_c ---------- β'_c

c

•

•

•

k------------------------------ α'_k ---------- ϕ_k ---------- β'_k

•

•

•

n------------------------------ α'_n ---------- ϕ_n ---------- β'_n

•

•

•

k + ------------------------------ α'_{k+} ---------- ϕ_{k+} ---------- β'_{k+}

$$Se\ \phi_n \rightarrow \phi' \quad Temos: \phi_{k+} < \phi' < \phi_k$$

p------------------------------------ α'_p ------------------------- ϕ_p ---------------------- β'_p

$$Se\ \phi_p \to \phi' \quad Temos: \phi_\infty < \phi' < \phi_{k+\sqcup}$$

∞ -------------------------------- α'_∞ -------------------------- ϕ_∞ --------------------------- β'_∞

Como podemos ter: $\frac{\phi_{k+}}{\phi'} < \frac{\phi'}{\phi'} \sqcup\leq \frac{\phi_k}{\phi'} < \frac{\phi'_\infty}{\phi'} < \frac{\phi}{\phi'} < \frac{\phi_{k+}}{\phi'}$ então, podemos chegar à seguinte indução:

$\lim_{\phi' \to 0^+} \phi_k / \phi' = 1$ (caso 1: para k tentativas plenas, quando $\Delta\phi \to 0$)

$\lim_{\phi' \to 0^+} \phi_{k+} / \phi' \sqcup 1$ (caso 2: para $k + \sqcup$tentativas plenas)

$\lim_{\phi' \to 0^+} \phi_\infty / \phi' = 1$ (caso 3: para infinitas tentativas plenas)

> Se $\frac{P(I)'}{P(C)'} = \phi_k$ e $\Delta\phi \to 0$, então, qualquer que seja o número crítico de tentativas plenas, ϕ_k se aproxima de zero.

Concluímos que $\frac{P(I)'}{P(C)'_k}$ tende a se aproximar de zero, nesses casos, mostrando que uma seqüência regular e irregular não seriam eqüiprováveis mesmo quando $i = c$. (c.q.d.) Importante! [13]

---

13 Cuidado! Retorne à leitura da pág. 266 (último parágrafo da Parte II).

APÊNDICE I

— Exemplificando...

—Qual a razão entre a probabilidade de ocorrer uma seqüência regular (inteligente) como, por exemplo, $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e uma irregular (caótica) como, por exemplo, $C = \{3, 17, 35, 49, 50, 58, 78, 90\}$ em um evento que tenha um espaço amostral equïprobabilístico com todas as combinações possíveis a partir de um conjunto com 100 elementos, onde $N = \{1, 2, 3 \ldots 100\}$, tomados 8 a 8 $(p = 8)$?

— É facilmente dedutível que o número ***i*** de seqüências inteligentes (I) é exorbitantemente inferior ao número ***c*** de seqüências caóticas (C). Podemos afirmar, portanto, que:

$$\boxed{i \neq c} \qquad (1)$$

como $n = 100$ e $p = 8$, temos:

$$\boxed{\frac{P(I)}{P(C)} = \frac{i\left[\frac{p!(n-p)!}{n!}\right]}{c\left[\frac{p!(n-p)!}{n!}\right]}\ .\ Logo: \frac{P(I)}{P(C)} = i/c} \qquad (2)$$

— O Paradoxo...

—Na resolução do problema, temos em (1) – de modo inquestionável – o fato de que $i \neq c$ (por termos a certeza de que *c* é incrivelmente maior que *i*). Por outro lado, as seqüências, regulares (inteligentes) e irregulares (caóticas) são, como sabemos **eqüiprováveis**. Então, podemos concluir – em tese – que: *P(I) = P(C)*. (Não-nulos) (3).

De (2) e (3), temos:

$$\frac{P(I)}{P(C)} = i/c \therefore i/c = 1 \text{, Logo: } i = c \quad (4)$$

O paradoxo consiste em se afirmar que $i \neq c$ em (1), ao mesmo tempo que $i = c$ em (4), quando sabemos os valores prefixados das seqüências inteligentes que valem **exatamente** *i* e as caóticas, **exatamente** *c*.

APÊNDICE II

—Breve Comentário...

—É importante ressaltar que —embora passemos a evocar repetidas vezes —a Teoria do Caos tem seu "uso" restrito tão-somente a conceitos primitivos deste estudo. O trabalho volta-se para fundamentos que dêem base à nossa proposta. Ou seja, não há pretensão, nesta pequena sinopse, de apresentar a unificação entre as duas grandes e fecundas teorias. É tão-só uma breve e rarefeita associação com o intuito de buscar sutis relações de congruência.

Não fosse nosso objetivo buscar apenas apoio introdutório na referida Teoria, estaríamos propondo algo sem sustentação científica ou, pior que isso, sujeitos a um quadro de embuste matemático.

Todas as informações contidas neste trabalho da **Parte I**, referente à Teoria do Caos, baseiam-se em estudos de outros autores. Nosso papel foi apenas o de destacá-los a fim de beneficiar-nos com suas idéias

APÊNDICE III

—O que são "simuladores do caos..."

—Para maior compreensão do que seria um "simulador do caos", vamos imaginar que no computador foram feitas 92,4 bilhões de tentativas para encontrar quantas vezes apareceriam as seqüências $I = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ e $C = \{3, 13, 25, 37, 58, 59\}$ em um conjunto $N = \{2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 13, 25, 37, 58, 59\}$, dadas todas as possíveis combinações.

A simulação no computador apresentou o seguinte resultado:

Repetiram-se *I = 68.458.192* vezes e *C = 248.194.178* vezes. Sendo assim, as variáveis do caos α e β são, respectivamente, *68.458.192* e *248.194.178*.

Define-se "simulador do caos" o experimento computacional onde $\alpha < \beta$.

APÊNDICE IV

—Da origem da Equação (2)...

—Da equivalência falsa (gerada pela Teoria das Probabilidades), temos:

$$\boxed{P(I) = P(C) \,.\, i/c}, \qquad (1).$$

Podemos introduzir ϕ para torná-la verdadeira (dando às probabilidades uma visão sistemática).

Assim sendo, chegamos a

$$\boxed{P(I)' = P(C)' \,.\, i/c \,.\, \phi} \qquad (2).$$

Se introduzirmos o hipotético valor de ϕ na eq. (2), temos:

$$P(I)'\,(1+\beta) = P(C)' \,.\, i/c \,.\, (1+\alpha) \quad (3)$$

Vamos agora fazer uso de uma estratégia denominada **inversão dupla**, ou seja, da eq. (3), vamos tornar inversos os fatores $(1+\beta)$ e $(1+\alpha)$ e depois reverter o processo, voltando ao normal:

De (3), temos o inverso: $\dfrac{P(I)'}{(1+\beta)} = i/c.\dfrac{P(C)'}{(1+\alpha)} \quad \therefore \quad \dfrac{P(I)'}{P(C)'} = i/c.\dfrac{(1+\beta)}{(1+\alpha)}$ (4)

Podemos observar que na equivalência (1) falsa sobre $P(I)'$ acrescentamos seu fator de ajuste $P(I)'\alpha$. Da mesma forma, sobre $P(C)'$ acrescentamos seu fator de ajuste $P(C)'\beta$. Tornamo-la, assim, verdadeira.

A eq. (4) está subvertida, porque invertemos seus fatores (ela mostra a relação inversa entre $P(I)' \ e \ (1+\alpha)$, assim como, $P(C)' \ e \ (1+\beta)$).

Voltemos agora a rearrumar a equivalência verdadeira, ou seja, tornando a inverter os fatores para não alterar a equação original:

$P(I)' = i/c \ . \ P(C)' \dfrac{(1+\alpha)}{(1+\beta)}$ (5), fazendo as manipulações algébricas neutralizarem-se.

Vemos que a eq. (5) é equivalente à eq. (2) se, e somente se, $\phi = \dfrac{(1+\alpha)}{(1+\beta)}$ e $(1+\alpha)$ for fator inverso de $P(I)'$ e $(1+\beta)$ for fator inverso de $P(C)'$. **(c.q.d.)**

APÊNDICE V

—Uma declaração paradoxal...

A declaração é autocontraditória, pois se simulamos o caos, pelo menos teoricamente, é o caos a conseqüência do que simulamos. Portanto, mostramos que a declaração apresenta uma inconsistência. Ela é falsa. Então, o oposto da declaração é verdadeiro: **em uma simulação do caos, é possível prever uma tendência ao comportamento caótico.** Ou seja, quando simulamos o caos, em sistemas que dão origem a seqüências caóticas e inteligentes, o provável é que ocorra uma tendência às seqüências caóticas. Essa é a base central do nosso campo de estudo. É nela em que acreditamos...

APÊNDICE VI

—Uma questão de identidade...

(da eq. (2)) sabemos que: $\boxed{\phi = \dfrac{P(I)'}{P(C)'}.c/i}$ (1)

Das definições de $f(x)$, em **1)** e **a)**, pág. 4, temos:

$$c/2i.\frac{[P(I)']^2}{P(C)'} = \frac{k_1x^2}{2} + c_1 \qquad (c_1 = 0)$$

$$c/2i.\frac{[P(I)']^2}{P(C)'} = \frac{P(C)'}{2} i/c.\phi^2$$

De (1), temos que: $$c/2i.\frac{[P(I)']^2}{P(C)'} = \frac{P(C)'}{2} i/c.\left[\frac{P(I)'}{P(C)'}.c/i\right]^2$$

$$c/2i.\frac{[P(I)']^2}{P(C)'} = \frac{[P(I)']^2}{2P(C)'}.c/i$$

$$c/2i.\frac{[P(I)']^2}{P(C)'} = c/2i.\frac{[P(I)']^2}{P(C)'}$$

$$1 = 1 \qquad \text{(c.q.d.)}$$

APÊNDICE VII

—Mais do que uma questão de ponto de vista...

Esses dados apresentados no exemplo da página 6, pela experiência no computador, mostram-se surpreendentes, pois jamais se poderia prever que duas seqüências eqüiprováveis obtivessem índices de divergência tão gritantes: ou seja, se considerarmos $P(C)' = 1,\quad então\quad P(I)' = 0{,}00033$. Parece absurdo ser indiferente ao fato de que $P(C)\, e\, P(I)$, dadas certas questões probabilísticas, tenham de ser eqüiprováveis, enquanto os experimentos computacionais apontam justamente para outro caminho de forma inconteste.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BROOKSHEAR, J. Glenn. *Ciência da Computação.* Porto Alegre: Bookman, 2005. 512 p.

- CORRÊA, Roger Willians. *Teoria do Caos: introdução.* Disponível em: http://www.geocities.com/inthechaos/intro.htm. Acesso em: 01 ago. 2005.

- MAGALHÃES, Marcos Nascimento. *Noções de probabilidade e estatística.* 5ª ed. São Paulo: EDUSP, 2002. 392 p.