

Conocimiento didáctico-matemático de profesores de educación primaria en formación para enseñar probabilidad

RESUMEN

La formación de los profesores de educación primaria en probabilidad es fundamental para desarrollar en sus estudiantes una comprensión temprana de los conceptos probabilísticos. El objetivo de este trabajo es evaluar el conocimiento didáctico-matemático para enseñar probabilidad de profesores españoles de educación primaria en formación. Para ello, se propone a 156 futuros profesores un cuestionario con tres tareas, cada una con cuatro apartados. El primero consiste en la resolución y justificación de la tarea y evalúa el conocimiento común de la probabilidad; en el segundo se pide identificar los objetos matemáticos requeridos en la solución y evalúa la faceta epistémica del conocimiento didáctico; el tercero requiere discriminar las respuestas correctas e incorrectas de estudiantes ficticios a la tarea, analizando así la faceta cognitiva; y el cuarto consiste en sugerir acciones para superar los errores de los estudiantes, evaluando así las facetas mediacional e interaccional. Los participantes muestran buen conocimiento común del contenido e identifican correctamente las respuestas correctas e incorrectas de los estudiantes ficticios. Es menor el desempeño en la identificación de objetos matemáticos, la explicación de los errores de los estudiantes y la sugerencia de acciones didácticas. Estos resultados sugieren puntos que se requieren reforzar en la formación de los profesores de educación primaria para enseñar probabilidad.

Palabras-clave: Probabilidad; Conocimiento didáctico-matemático; Profesores en formación; Educación primaria; Evaluación.

1. INTRODUCCIÓN

La probabilidad forma parte del currículo escolar de matemáticas y tiene conexiones con otros contenidos matemáticos, como, por ejemplo, la proporcionalidad, álgebra, cálculo o combinatoria (Van Dooren, 2014). No obstante,

Osmar D. Vera ⁱ,
Universidad de Cádiz,
España.

Carmen Batanero ⁱⁱ,
Universidad de
Granada, España.

Jocelyn D. Pallauta ⁱⁱⁱ,
Universidad de Los
Lagos, Chile.

Silvia Valenzuela-Ruiz ^{iv},
Universidad de
Granada, España.

introduce una forma específica de razonamiento, al analizar fenómenos aleatorios en vez de deterministas (Sharma, 2015). Además, es la base de la inferencia estadística, que, con una aproximación informal, se introduce actualmente desde la educación primaria (Bargagliotti et al., 2020).

Su enseñanza se debería orientar a proporcionar al estudiantado instrumentos que le permitan interpretar el azar y la incertidumbre y tomar decisiones adecuadas en situaciones aleatorias cotidianas (Álvarez-Arroyo et al., 2024). Todo ello, para que en el futuro sean ciudadanos bien informados y consumidores inteligentes, que cuenten con una adecuada alfabetización probabilística (Gal, 2005); es decir, la capacidad de interpretar y evaluar críticamente los fenómenos aleatorios y expresar sus opiniones respecto a la información probabilística.

Para responder a esta necesidad, el currículo actual de educación primaria de España (Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo) incluye, como contenidos de probabilidad, el carácter aleatorio de algunas experiencias y la iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso. Uno de los estándares evaluables incluido en este documento indica que el estudiante debe resolver problemas, utilizando estrategias heurísticas y razonamiento, creando conjeturas, construyendo, argumentando y tomando decisiones, valorando las consecuencias de estas y la conveniencia de su utilización.

La implementación adecuada de estas directrices exige la preparación de los profesores de educación primaria, tanto en conocimiento sobre probabilidad como en el conocimiento didáctico relacionado con su enseñanza, que debiera basarse en la evaluación de estos. El objetivo de este trabajo es evaluar el conocimiento didáctico y matemático de un grupo de profesores de educación primaria en formación, para completar los estudios previos que se describen a continuación.

2. ANTECEDENTES

Asistimos en la actualidad a un crecimiento en la investigación sobre conocimientos y formación del profesor de matemáticas, como muestran diversos autores (Fernandes et al., 2019a; 2019b; Lo et al., 2014; Llinares & Chapman, 2019), sin embargo, son aún escasos los trabajos centrados en el conocimiento relacionado con la probabilidad.

Las investigaciones sobre esta temática centradas en los profesores de educación primaria en formación indican logros y también carencias en su conocimiento. Por ejemplo, respecto a los logros, Alonso-Castaño et al. (2021) realizaron un estudio en el que los participantes plantearon y resolvieron problemas de probabilidad elemental y argumentaron correctamente su solución. Asimismo, Hourigan y Leavy (2020) observaron una buena concepción del juego equitativo en su experiencia con futuros profesores.

Por otro lado, en cuanto a carencias detectadas, Ingram (2022) concluyó que muchos profesores en formación en su investigación desconocían los diferentes significados de la probabilidad y no percibieron la independencia de ensayos repetidos. En la investigación de Chernoff et al. (2018), los participantes formaron espacios muestrales incorrectos para los problemas

de probabilidad. Por su parte, Gómez Torres (2014) identificó dificultades de comprensión de conceptos asociados a los significados frecuencial y subjetivo de la probabilidad. Fernandes et al. (2019a) indican que muchas de las tareas planteadas para los estudiantes por los participantes en su estudio eran inadecuadas para el nivel educativo al que iban dirigidas.

Gómez-Torres (2014) analizó algunos componentes del conocimiento de la probabilidad frecuencial de 157 futuros profesores de educación primaria. Además de estudiar su conocimiento matemático, mediante las soluciones a un problema, analizaron parte del conocimiento didáctico de 81 de estos profesores. Para ello, les pidieron identificar los contenidos matemáticos en la tarea y también determinar y justificar, entre un grupo de respuestas dadas por alumnos de educación primaria, las correctas e incorrectas. Los participantes reconocieron las respuestas correctas e incorrectas de los estudiantes, explicando la razón de los errores. Sin embargo, identificaron pocos objetos matemáticos en la tarea. Observaron errores de razonamiento en los profesores como el sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992) y la heurística de representatividad (Tversky & Kahneman, 1974). El primero consiste en considerar equiprobables todos los resultados de cualquier experimento aleatorio, y la segunda en considerar que cualquier muestra, incluso pequeña, reproduce las características de la población.

Burgos et al. (2024) analizaron las respuestas de 63 futuros profesores de educación primaria en formación a una tarea que requería determinar la composición de una urna, cuya probabilidad de éxito fuese igual que en otra en la que se conocía la razón entre casos favorables y desfavorables. Los autores examinaron las estrategias y errores de los participantes, centrándose en los niveles de razonamiento algebraico de sus prácticas matemáticas. Los futuros docentes determinaron con éxito la composición de la urna, empleando estrategias generalmente de tipo aritmético, aunque encontraron dificultades para argumentar sus soluciones. Dichas dificultades fueron menores en los participantes que utilizaron el razonamiento algebraico en sus estrategias.

Por otra parte, Vásquez y Alsina (2015a), construyeron un cuestionario para evaluar el conocimiento matemático y didáctico para enseñar probabilidad en la educación primaria, y lo aplicaron a 93 profesores en servicio (Vásquez & Alsina, 2015b). En relación con el conocimiento matemático, encontraron dificultades al aplicar la idea de independencia, mostrando los sesgos de recencia positiva (considerar que si un suceso se produce varias veces repetidas aumenta su probabilidad) y negativa (pensar que si un suceso se produce varias veces repetidas aumenta la probabilidad del suceso contrario). Los resultados fueron deficientes en relación con la identificación de los objetos matemáticos requeridos para resolver las tareas propuestas. Adicionalmente, más de la mitad de los participantes no fue capaz de identificar las dificultades de los estudiantes.

3. MARCO TEÓRICO

Una de las líneas de investigación más productivas en Educación Matemática es la dedicada al conocimiento y la formación del profesor de matemáticas, que ha creado diferentes modelos teóricos para describir los componentes de dicho conocimiento.

Este trabajo se apoya en el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) (Godino, 2009; 2024; Pino-Fan & Godino, 2015). Este modelo diferencia el conocimiento matemático, conocimiento didáctico y conocimiento meta didáctico. Dentro del conocimiento matemático se incluye el Conocimiento Matemático Común del Contenido (CMC), que permite al profesor resolver las tareas propias del nivel educativo donde imparte su docencia; en nuestro caso, se requiere que el profesor domine contenidos de probabilidad propios de la educación primaria. Además, precisa de un Conocimiento Avanzado del Contenido (CAC), que es más amplio que el anterior y le posibilita conectar la enseñanza que realiza con la que recibirán sus estudiantes en niveles educativos superiores y que, en este estudio, incluiría el conocimiento probabilístico de la educación secundaria.

Dentro del CM, se diferencian seis facetas: (1) la faceta epistémica es el conocimiento didáctico-matemático específico sobre el propio contenido, que permite al profesor proponer y resolver por varios métodos tareas matemáticas, conocer los diferentes significados de un objeto matemático e identificar el conocimiento necesario para resolver una tarea matemática; (2) la faceta cognitiva incluye el conocimiento sobre las formas de razonar y aprender de los estudiantes sobre el tema y permite al profesor predecir las posibles soluciones a las tareas matemáticas y los errores, dificultades y concepciones erróneas de sus estudiantes; (3) la faceta afectiva incluye los conocimientos necesarios para comprender los sentimientos, actitudes y motivaciones de los estudiantes frente al tema y el proceso de estudio seguido, por ejemplo, su interés o desinterés por el tema o el sentirse incapaz de resolver un problema; (4) la faceta interaccional involucra los conocimientos necesarios para prever, implementar y evaluar interacciones, entre los propios estudiantes y entre estos y el profesor, con objeto de promover el aprendizaje; (5) la faceta mediacional aborda los conocimientos de los recursos didácticos y medios para la enseñanza de cada contenido, incluyendo los libros de texto y el software disponible; y (6) la faceta ecológica incluye los conocimientos sobre el tema en el currículo de matemáticas, sus relaciones con otros contenidos, y con aspectos sociales, políticos y económicos, que condicionan el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En este trabajo se evalúa el conocimiento común del contenido por medio de las soluciones y argumentos de los participantes de la muestra en las tareas del cuestionario. La faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático se analiza pidiendo a los futuros profesores que identifiquen los objetos matemáticos requeridos para resolver las tareas. La faceta cognitiva, por medio de la identificación y explicación de las respuestas correctas e incorrectas de los estudiantes ficticios a las tareas, y la faceta interaccional-mediacional a partir de sus sugerencias para resolver las posibles dificultades de los estudiantes.

4. MÉTODO

La muestra estuvo formada por 156 profesores de educación primaria en formación de 2.º curso del Grado de Educación Primaria de una universidad española, repartidos en tres grupos de 63, 67 y 26 estudiantes. Los participantes, además de haber estudiado probabilidad en la secundaria, habían tratado el tema en las asignaturas de Conocimientos Matemáticos I y II; la primera se realizó en el curso anterior al que se tomaron los datos, y la segunda durante el mismo curso. En esta última asignatura, se destaca como resultado esperado de aprendizaje: (1) conocer el papel de la geometría, la medida y la probabilidad en el currículo escolar de matemáticas; y (2) conocer las conexiones entre geometría, medida, número y probabilidad. Uno de los temas del temario fue Intuición probabilística y terminología básica. En la asignatura se recomienda como bibliografía específica el libro de Díaz Godino et al. (1988), que incluye conocimientos matemáticos epistemológicos, cognitivos y didácticos de la probabilidad elemental. Los participantes resolvieron el cuestionario de manera individual con lápiz y papel en un tiempo de 90 minutos, colaborando con interés.

4.1. CUESTIONARIO

El cuestionario utilizado (Anexo 1) se compone de tres tareas y fue construido por los autores para esta investigación, a partir de tareas utilizadas en investigaciones previas. Las consignas de cada tarea fueron las siguientes: a) Resolver la tarea; b) ¿Qué conocimientos (conceptos, propiedades y procedimientos) se necesitan para resolver la tarea?; c) Indica si es correcta y por qué cada una de las respuestas de los estudiantes; d) ¿Cómo ayudarías a los niños que no han sabido resolver el problema?

Cada apartado de las tareas evalúa diferentes facetas del conocimiento didáctico-matemático de los participantes. El conocimiento matemático se evalúa por la solución y argumentos aportados en la resolución de cada tarea (Parte a) y se resume en la Tabla 1. La faceta epistémica del conocimiento especializado se analiza mediante el análisis de los objetos matemáticos que aportan los futuros profesores de las tareas (Parte b). La faceta cognitiva se deduce de la identificación correcta o incorrecta de las respuestas de alumnos ficticios y los argumentos que aportan los participantes para justificarlo (Parte c). Finalmente, las facetas interaccional y mediacional se evalúan cuando se pide señalar estrategias que podrían ayudar a los estudiantes a superar sus errores (Parte d).

Respecto al conocimiento matemático evaluado en la Parte a) de la Tarea 1, tomada de Green (1982), y utilizada posteriormente por Cañizares (1997) y Vásquez y Alsina (2015b), se pregunta por el resultado más probable, después de una serie de resultados obtenidos al lanzar una moneda equilibrada. La solución implica reconocer el carácter aleatorio del experimento y la equiprobabilidad de los dos resultados posibles. Además, se debe reconocer la independencia de los ensayos repetidos, por lo que cualquiera de los dos resultados es igualmente probable.

Tabla 1
Conocimiento y sesgos probabilísticos evaluados en las tareas

Conocimiento	Tarea 1	Tarea 2	Tarea3
Experimento aleatorio simple	X	X	
Experimento aleatorio compuesto			X
Sucesos posibles	X	X	X
Sucesos favorables y desfavorables	X	X	X
Probabilidad	X	X	X
Equiprobabilidad	X	X	X
Independencia de ensayos repetidos	X		X
Probabilidad como cociente de casos favorables y posibles		X	
Comparación de probabilidades		X	
Probabilidad compuesta			X
Suma de probabilidades			X
Fracciones equivalentes		X	
Multiplicación y suma de fracciones			X
Sesgos de razonamiento			
Confusión entre probabilidad clásica y frecuencial	X		
Recencia positiva	X		
Recencia negativa	X		
Se calculan probabilidades solo usando los casos favorables		X	
Enfoque en el resultado		X	
Confunde el problema con uno de división			X
Sesgo de equiprobabilidad			X
Influencia de la disposición geométrica en la probabilidad			X

Nota: Elaboración propia.

En la Parte a) de la Tarea 2, tomada igualmente de Green (1982) y utilizada por Cañizares (1997), se presenta la extracción de bolas de dos urnas equiprobables en que el número de casos favorables es igual al de casos desfavorables en cada urna. Una vez reconocido el carácter aleatorio del experimento y los casos favorables y desfavorables, se debe recordar que la probabilidad es el cociente entre casos favorables y posibles, y calculando la probabilidad de obtener una ficha negra en cada caja, se obtienen dos fracciones equivalentes.

En la Tarea 3 (Parte a), se pregunta por el número de bolas que caerán aproximadamente al final de un dispositivo de canales, cuando se introducen 100 bolas en su parte superior. Además de reconocer el carácter aleatorio del experimento se ha de notar que se trata de un experimento compuesto de dos: en el primero la bola dejada caer puede ir a la izquierda o derecha, e igualmente sucede en el segundo experimento, que consiste en la nueva

bifurcación que aparece en cada una de las ramas iniciales. La probabilidad de ir a derecha o izquierda de la misma en cada bifurcación, por tanto, al orificio 1 llegarán la cuarta parte de las bolas, lo mismo que al 3. El orificio 2 recibe bolas a derecha e izquierda, con lo cual recibe la mitad de las bolas.

En relación con los sesgos de razonamiento, en la Parte c) de la Tarea 1, la respuesta correcta es la de José, implicando la de Jesús la recencia negativa y la de Rosa la recencia positiva, descritas por Fischbein (1975). La respuesta de Inés indica confusión entre los significados frecuencial y clásico de la probabilidad. En la Parte c) de la Tarea 2, se evalúan diferentes razonamientos propios de un nivel de razonamiento proporcional insuficiente para desarrollar la tarea. La respuesta correcta es la de Andrés, mientras que Blanca y Luis consideran únicamente los casos favorables para comparar probabilidades, lo cual sería propio de un nivel insuficiente de razonamiento proporcional. Martina razona con base en el “enfoque en el resultado” descrito por Konold (1989). En la Parte c) de la Tarea 3, la respuesta correcta es la de Lucía. Miguel razona de acuerdo con el sesgo de equiprobabilidad, María confunde el problema con uno de división e Ignacio supone que la disposición geométrica de los canales tiene un efecto sobre la probabilidad.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Recogidas las respuestas escritas al cuestionario, se llevó a cabo un análisis de contenido de estas (Krippendorff, 2018). En lo que sigue se presentan los resultados, incluyendo ejemplos de respuestas literales de los participantes que han sido codificados como Px, siendo x el número de orden en la lista de participantes.

5.1. CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

En la Tabla 2, se presentan los porcentajes de soluciones y razonamientos correctos e incorrectos en las tareas, y se observa que la mayor parte de la muestra responde correctamente las tareas, siendo la más sencilla la Tarea 2 (comparación de probabilidades en urnas) y la más difícil la Tarea 3 (bifurcación por canales).

Los resultados son mejores que los obtenidos por Vásquez y Alsina (2015b), en todas las tareas. Sin embargo, el porcentaje de soluciones y razonamientos correctos disminuye en la Tarea 3, superando los razonamientos incorrectos a la mitad de la muestra, porcentaje algo menor que el encontrado por Cañizares (1997) con estudiantes de 14 años (65,8%). Batanero et al. (2023) aplicaron la Tarea 2 a una amplia muestra de estudiantes de 6.º curso de primaria hasta 4.º curso de secundaria (12 a 16 años) y fue resuelta correctamente por el 53,8% de los estudiantes de 6.º curso de primaria (12 años) y por el 81,8% de los estudiantes de 4.º curso de secundaria (16 años), por lo que estos resultados son mejores que dicho estudio.

Tabla 2
Frecuencia (F) y Porcentaje (%) de soluciones y razonamientos en las tareas

Tarea	Solución				Razonamiento			
	Correcto		Incorrecto		Correcto		Incorrecto	
	F	%	F	%	F	%	F	%
Tarea 1	122	78,2	34	21,8	120	76,9	36	23,1
Tarea 2	140	89,7	16	10,3	129	82,7	27	17,3
Tarea 3	97	62,2	59	37,8	60	38,5	96	61,5

Nota: Elaboración propia.

El principal error en la Tarea 1 fue responder con una serie de resultados, por ejemplo, P22 indica los resultados de dos posibles lanzamientos, confundiendo la pregunta sobre probabilidad de un resultado con otra sobre qué resultado ocurrirá, razonamiento que implica el enfoque en el resultado descrito por Konold (1989). Otros participantes, como P1, responden que será más probable obtener cara, mostrando la recencia negativa, al pensar que los resultados futuros compensarán los pasados (Fischbein, 1975), o bien que salga cruz (P3), mostrando la recencia positiva, donde se espera que continúe la tendencia. Este sesgo también fue identificado tanto en las investigaciones de Green (1982) y Cañizares (1997), con estudiantes, como en la de Gómez-Torres (2014) y Vásquez y Alsina (2015b), con profesores de educación primaria en formación.

P22: Cruz, cara.

P1: Será más probable que salga cara.

P3: Lo más probable es que salga cruz, pues ha salido en 6 de los 8 anteriores.

En la Tarea 2, algunos de los participantes que eligieron la respuesta correcta no llegan a justificarla. Las respuestas correctas, como la de P9, indican un buen razonamiento proporcional, al comparar las razones de bolas negras y blancas en las dos urnas y comprobar que son fracciones equivalentes. Entre los que proporcionan una solución incorrecta, eligiendo la urna con más bolas negras, justifican su decisión en la comparación de casos favorables (P18). Ello indicaría un razonamiento proporcional incorrecto, al basar la comparación de razones en la comparación de los numeradores de la razón, sin tener en cuenta los denominadores (casos desfavorables), estrategia que fue encontrada en los estudiantes de Cañizares (1997) y Batanero et al. (2023).

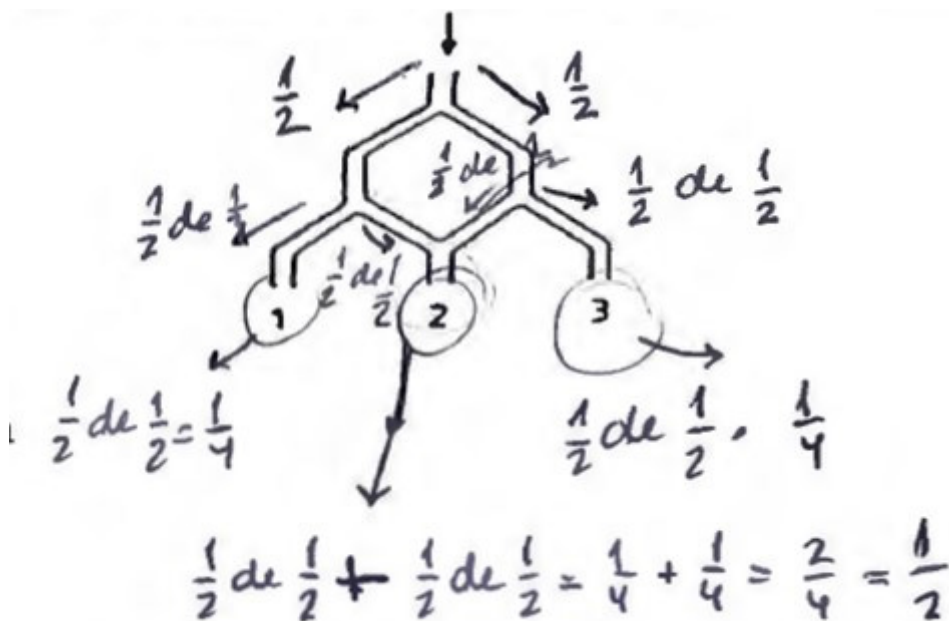
P9: Se tiene la misma probabilidad en ambas cajas, pues en las dos hay la mitad de las bolas negras. En la A hay $2/4=1/2$ y en la B $3/6=1/2$.

P18: Es más probable obtener la bola negra en la caja B porque contiene más bolas negras, con lo cual hay más posibilidades de sacar una bola negra.

En la Tarea 3, las explicaciones correctas, como la de P17 (Figura 1), se basan en un razonamiento apoyado en las operaciones con fracciones.

Figura 1

Ejemplo de razonamiento de participante P17 en la Tarea 3



Nota: Elaboración propia.

En otros casos, aunque algunos profesores en formación (como P9) comprenden que van más bolas al canal central, no son capaces de especificar el número de bolas que cae en cada canal por falta de razonamiento combinatorio. De las respuestas incorrectas, algunos participantes confunden el problema con uno de división, por lo que argumentan que caerán el mismo número en cada canal (P12). Otros indican que es imposible responder la pregunta debido al carácter aleatorio del experimento (P20), mostrando el sesgo de enfoque en el resultado (Konold, 1989) al confundir una pregunta sobre probabilidad con una pregunta sobre qué ocurrirá. Finalmente, algunos simplemente no justifican.

P9: Van más bolas al 2 que al 1 y el 3, porque los canales están conectados.

P12: No se puede saber, podemos dividir entre tres las bolas para saber cuántas tendría cada orificio si cayeran de forma equitativa.

P20: No se puede saber, ya que no depende de nada que vayan a un lado o a otro.

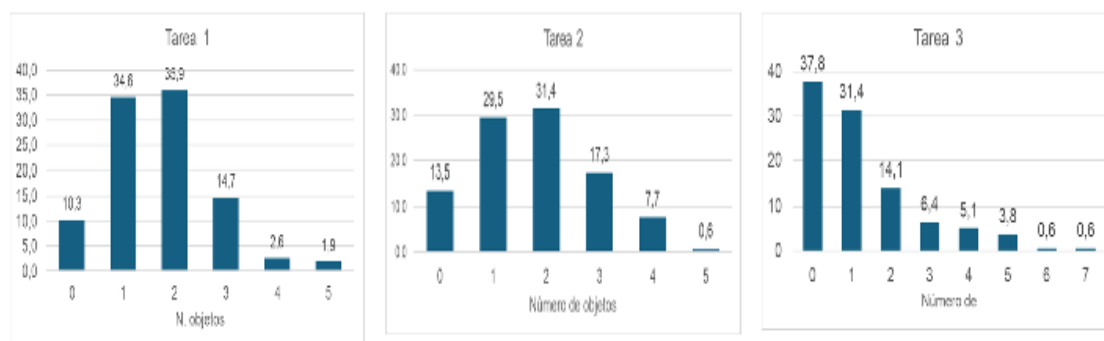
5.2. CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DE LA FACETA EPISTÉMICA

Para evaluar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de los futuros profesores, en el apartado b) de cada tarea, se les pidió identificar los objetos matemáticos requeridos para su solución. Este tipo de análisis debe ser una competencia del profesorado, según Godino (2024), pues deben ser conscientes de lo que aprenden los estudiantes con cada tarea particular.

En la Figura 2, se presenta el porcentaje de participantes que asigna 0, 1, 2, ..., 7 objetos en cada tarea.

Figura 2

Porcentaje de participantes según número de objetos matemáticos reconocidos en las tareas



Nota: Elaboración propia.

Hacemos notar que el número de objetos citados fue, en general, pequeño y no se diferencia entre conceptos, propiedades y procedimientos, aunque se había pedido en la pregunta. En general, en la Tarea 1, lo más frecuente fue citar uno o dos objetos, mientras que en Tarea 2, la mayoría identifica uno, dos o tres objetos, y ninguno en la Tarea 3. En la Tabla 3, se presentan las frecuencias de objetos identificados en cada tarea, donde se observa que el objeto que más se repite es probabilidad, al igual que en Vásquez y Alsina (2015b), y con menor frecuencia: fracción, porcentaje y operaciones aritméticas, que también se presentaron con menor frecuencia en dicha investigación. Esporádicamente, aparecen: estadística, saber contar o diagrama de árbol, sucesos, parte-todo, estimación o conocimiento espacial (para la Tarea 3) no citados en Vásquez y Alsina (2015b). Fue poco citado el diagrama en árbol, a pesar de su utilidad en la resolución de problemas de probabilidad (Roldán et al., 2018). En definitiva, el conocimiento de los participantes fue pobre en la faceta epistémica.

Otros objetos citados fueron: comparación, frecuencias, regla de Laplace, propiedades de la probabilidad, razón y cantidades. No hubo referencias al espacio muestral, al razonamiento combinatorio o probabilidad condicional, que aparecen en la Tarea 3, así como la independencia, que se requiere en la Tarea 1. Todo ello sugiere la necesidad de reforzar la competencia de análisis epistémico en los profesores en formación.

Tabla 3
Frecuencia (F) y Porcentaje (%) de objetos matemáticos identificados en cada tarea

Objeto	Frecuencia de citas					
	Tarea 1		Tarea 2		Tarea 3	
	F	%	F	%	F	%
Probabilidad, sus significados	127	81,4	115	73,7	82	52,6
Fracciones, fracciones equivalentes	37	23,7	64	41,0	44	28,2
Casos favorables, sucesos	22	14,1	8	5,1	6	3,8
Porcentaje	23	14,7	20	12,8	10	6,4
Diagrama en árbol	11	7,1				
Estadística	10	6,4	9	5,8	8	5,1
Operaciones aritméticas			12	7,7	40	25,6
Saber contar			10	6,4		
Otros	36	23,1	31	19,9	8	5,1

Nota: Elaboración propia.

5.3. CONOCIMIENTO DIDÁCTICO EN LA FACETA COGNITIVA

Para evaluar este conocimiento, se pidió en cada tarea a los profesores en formación que identificasen las soluciones correctas e incorrectas de estudiantes ficticios, explicando las razones de las respuestas incorrectas. Los resultados se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4
Evaluación y justificación de respuestas de estudiantes

Tarea	Estudiante ficticio	Tipo de respuesta	Porcentaje de Evaluación correcta	Porcentaje de Justificación correcta
Tarea 1. Lanzamiento de moneda	Jesús	Recencia negativa	68,0	48,0
	José	Correcta	80,0	
	Rosa	Recencia positiva	64,0	40,0
	Inés	Número ensayos	72,0	56,0
Tarea 2. Comparación probabilidades en urnas	Blanca	Comparar favorables	88,0	72,0
	Luis	Comparar favorables	88,0	64,0
	Andrés	Correcta	92,0	
	Martina	Enfoque resultado	64,0	48,0
Tarea 3. Bifurcación por canales	Miguel	Equiprobabilidad	84,0	48,0
	Lucía	Correcta	88,0	
	María	División	80,0	32,0
	Ignacio	Factores geométricos	84,0	36,0

Nota: Elaboración propia.

Se deduce que la mayor parte de los participantes en el estudio identifican adecuadamente las respuestas correctas a las tareas (respuestas de José, Andrés y Lucía), para las que no se pide justificación.

En la Tarea 1, la recencia negativa (Jesús) se identifica correctamente por el 68% y la positiva (Rosa) por el 64%, y el error de suponer que se necesitan más ensayos (Inés) por el 72%. Las justificaciones correctas se dan en menor número, porque en parte algunos participantes no realizan justificaciones. Para argumentar el error de la recencia positiva en el caso de Rosa o la recencia negativa en la respuesta de Jesús, se dan explicaciones basadas en la independencia de ensayos, como la de P29. El rechazo a la necesidad sugerida por Inés de realizar más ensayos se justifica indicando que se puede razonar mediante el número de casos favorables y posibles, es decir, la probabilidad clásica, sin recurrir a la aproximación frecuencial (P19). Algunos estudiantes identifican y dan razonamientos erróneos para la recencia positiva y negativa (Fischbein, 1975), por lo que ellos mismos muestran estos sesgos de razonamiento (p. ej. P9 y P15). El participante P15 confunde los significados clásico y frecuencial de la probabilidad, puesto que aplica el cociente de casos favorables y posibles a los resultados de ocho lanzamientos de la moneda, no al conjunto de sucesos del experimento aleatorio.

P29: Falso (Jesús), no tiene que ver cuantas cruces hayan salido para que ahora salga una.

P19: Falso (Inés), los casos posibles son siempre los mismos, sin necesidad de lanzamientos.

P9: Jesús se equivoca porque han salido muchas cruces por lo que la probabilidad es mayor. La respuesta de Rosa es correcta porque la probabilidad de cruces es más alta y por ello es más probable obtener una.

P15: Lo más probable es que saliera cruz, porque de 8 tiradas 6 ha salido cruz, es decir un 75% de probabilidad.

En la Tarea 2, la mayoría detecta el error de elegir una de las urnas al comparar únicamente los casos favorables (Blanca y Luis) y también lo argumenta correctamente, basándose en la proporcionalidad de la composición de las dos urnas. Por ejemplo, P21 y P10.

P21: Da igual la cantidad de elementos siempre que haya el mismo número de los dos tipos de elementos.

P10: Es incorrecto, porque en ambas cajas la cantidad de fichas negras y blancas es proporcional, en el sentido de que en cada caja hay 50% de fichas blancas y 50% de fichas negras.

En la Tarea 3, la mayor parte identifica el sesgo de equiprobabilidad (Miguel), la confusión con la división (María) y los factores geométricos (Ignacio), pero muchos menos dan explicaciones correctas de los errores.

Entre las explicaciones incorrectas, encontramos la insistencia en el enfoque en el resultado, como P12, aplicado a las cuatro posibles respuestas ficticias. Este sesgo supone que no se puede prever la probabilidad de un resultado aleatorio (Konold, 1989). Otras respuestas incorrectas son las de algunos participantes, que aceptan como correcta la solución de María, confundiendo el problema con uno de división (P23), o que su respuesta es influida por la disposición geométrica del dispositivo de canales (P10).

P12: no tiene por qué suceder, dependerá del azar.

P23: Correcto, puesto que al dividir 100 entre tres se obtiene 33,3 y como no se puede dividir una bola, por lo que sobra una.

P10: no porque por el canal 2 pasan la mitad de las bolas de los canales 1 y 3.

En resumen, los profesores en formación participantes en el estudio muestran una buena competencia para diferenciar las respuestas correctas e incorrectas de los estudiantes ficticios en las tareas, pero todavía tienen dificultad para explicar los posibles errores. Los resultados son similares a los de Gómez-Torres (2014) en lo que se refiere a la identificación de los errores y peores en las explicaciones de los mismos.

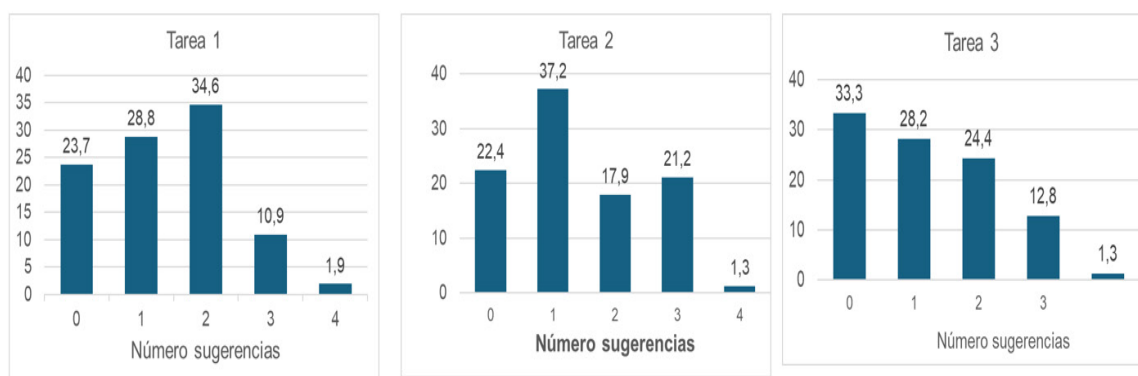
5.4. CONOCIMIENTO DIDÁCTICO EN LAS FACETAS MEDIACIONAL E INTERACCIONAL

Para evaluar los conocimientos didácticos en las facetas mediacional e interaccional de los participantes en el estudio, en el apartado d) de cada tarea, se les pide que sugieran algunas acciones que podrían ayudar a sus estudiantes a superar los errores en la resolución de las tareas.

Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 3, en la que se observa un número pequeño de sugerencias, siendo lo más frecuente una o dos sugerencias en las Tareas 1 y 2 y ninguna en la Tarea 3.

Figura 3

Porcentaje de sugerencias aportadas para ayudar a los estudiantes



Nota: Elaboración propia.

Además, un porcentaje considerable de futuros profesores en cada una de las tareas no indica ninguna posible acción (Tarea 1: 23,7%; Tarea 2: 22,4%; Tarea 3: 33,3%), lo que indica la necesidad de mejorar el conocimiento didáctico de los futuros profesores en relación con la probabilidad.

Entre las sugerencias aportadas, se destaca el uso de material manipulativo, como en la respuesta de P18. Dicho material es abundante para el estudio de la probabilidad, incluye monedas, extracción de fichas en urnas y aparatos de Galton o similares con bifurcación por canales, que

son los contextos de las tareas planteadas, y es muy recomendable para la educación primaria (Alsina & Bosch, 2023). Con dicho material es posible la realización efectiva del experimento, para lo cual se podría organizar la clase en parejas o pequeños grupos, realizar el experimento y recoger los resultados. Finalmente, se podrían reunir los resultados de todos los grupos para obtener una mejor estimación de la fiabilidad. Con este proceso, no solo se analizaría la variabilidad de las pequeñas muestras, sino que se conectaría la estadística y la probabilidad, así como los significados clásico y frecuencial de la probabilidad.

P18: Intentaría crear un material manipulable, para que puedan ver las probabilidades que le salen. De todos modos, es impredecible.

Generalmente, el uso de recursos manipulativos se apoya en la experimentación, es decir, la idea de complementar el cálculo de probabilidades mediante la aproximación clásica con la frecuencial, como ocurre con P15. Estas dos primeras sugerencias se refieren a la faceta mediacional, pues indican recursos a utilizar en la enseñanza. Otra sugerencia, esta vez referida a la faceta interaccional, es decir, la forma de organizar el discurso en la clase, es la de volver a explicar el tema o reforzar su explicación, simplificando los problemas, como señala P28. Esta sugerencia indica una tendencia a una enseñanza basada en teoría antes que práctica, contraria a los principios constructivistas.

P15: Realizaría el problema con él, es decir, tirando la moneda para que con los resultados comprenda el por qué de la solución.

P28: Explicar de nuevo la probabilidad, con elementos y datos más sencillos.

En la Tabla 5, se presenta la frecuencia de diferentes sugerencias en las tres tareas, mostrando que el recurso que los participantes consideran más conveniente es la explicación del profesor, especialmente en las Tareas 2 y 3. En segundo lugar, se encuentra la experimentación, en particular en la Tarea 1, seguido por el uso de material manipulable, sobre todo en las dos primeras tareas.

Tabla 5
Frecuencia (F) y Porcentaje (%) con que se apoyan diferentes acciones didácticas

Sugerencias	Tarea 1 N = 156		Tarea 2 N = 156		Tarea 3 N = 156	
	F	%	F	%	F	%
Uso de material manipulativo	46	41,0	48	30,8	33	21,2
Experimentación	81	51,9	52	33,3	39	25,0
Explicación del profesor	61	39,1	89	57,1	77	49,4
Gráficos o esquemas	15	9,6	20	12,8	23	14,7
Otras	13	8,3	12	7,7	16	10,3

Nota: Elaboración propia.

6. CONCLUSIONES

El objetivo del trabajo fue evaluar el conocimiento didáctico-matemático de profesores españoles de educación primaria en formación para enseñar probabilidad. Dicho conocimiento es fundamental tanto para el diseño de la instrucción como la implementación de los saberes en torno a la probabilidad que proponen las actuales directrices curriculares españolas (Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo) en el aula.

En este estudio, se aplicó un cuestionario, construido a partir de tareas utilizadas y validadas en investigaciones previas, a 156 profesores de educación primaria en formación. Las respuestas de los participantes se analizaron desde la perspectiva del CDM (Godino, 2009; 2024; Pino-Fan & Godino, 2015).

Los resultados de este estudio arrojan un conocimiento matemático común razonable en los profesores en formación que constituyen la muestra, que se refleja por un considerable porcentaje de respuestas correctas de las tareas planteadas. Aunque la mayor parte razona adecuadamente para justificar sus soluciones, el número de razonamientos incorrectos, sin embargo, crece en la Tarea 3, en que se presenta un problema elemental, utilizado previamente con estudiantes de primaria por Cañizares (1997) y Green (1982) en el contexto de bifurcaciones por canales. Se concluye la necesidad de reforzar el razonamiento probabilístico de los profesores en formación, dado que no basta saber resolver los problemas elementales de probabilidad, sino también ser capaces de argumentar por qué una solución es correcta.

El conocimiento didáctico en la faceta epistémica fue limitado en la muestra bajo estudio, pues el profesorado en formación identificó muy pocos objetos involucrados en la resolución de las tareas propuestas, más allá de la probabilidad, fracción o porcentaje. Fueron muy pocos los participantes que identificaron otras ideas fundamentales implícitas en la resolución, como el espacio muestral, las reglas de la suma o el producto, la independencia o la probabilidad condicional. En consecuencia, será necesario reforzar la competencia de análisis de tareas en los futuros profesores.

Al analizar el conocimiento didáctico de los profesores en formación del estudio en la faceta cognitiva, se observó una buena discriminación general de las respuestas correctas e incorrectas de los estudiantes ficticios a las tareas planteadas. Sin embargo, encontramos una alta proporción de fallo en la detección de la recencia positiva y negativa y del enfoque en el resultado, sesgos que son frecuentes en los estudiantes y que los profesores en formación han de ser capaces de detectar. Los futuros profesores presentaron mayores dificultades para analizar la razón de los errores o sesgos de razonamiento de los estudiantes.

Finalmente, el conocimiento didáctico mostrado en las facetas mediacional e interaccional fue limitado, dado que los futuros profesores propusieron escasas sugerencias para ayudar a los estudiantes a superar sus dificultades, siendo la más frecuente simplemente la explicación del profesor.

Estos resultados muestran puntos de atención para los formadores de profesores, si se quiere asegurar el éxito de la enseñanza de la probabilidad

en la educación primaria, lo que requiere la adecuada preparación del profesorado.

Para finalizar, reconocemos la necesidad de continuar la investigación con nuevas muestras de estudiantes y tareas, para superar las limitaciones en la posibilidad de generalizar los resultados. Es necesario, también, diseñar y evaluar experiencias formativas para ayudar a los profesores de educación primaria en formación a mejorar su conocimiento didáctico-matemático.

AUTORÍA DEL ARTICULO

Contribuciones de los autores: Conceptualización, C.B.; Metodología, C.B. y O.V. Validación, O.V.; Análisis formal, C.B. y O.V.; Investigación, todos los autores; Curaduría dos dados, O.V.; Escritura de lo rascuño original, todos los autores; Escrita de las revisiones e correcciones, todos los autores; Supervisión, todos los autores; Administración del proyecto, O.V.; Adquisición de financiamiento, C.B. y S.V. Todos los autores leemos y concordamos con la publicación de la versión de este manuscrito.

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran no existieren conflictos de intereses externos, directos o indirectos, personales o financieros relacionados con este artículo.

AGRADECIMIENTOS

Proyecto PID2022-139748NB-100 financiado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033/ y por FEDER, UE. Proyecto INES-Género Universidad de los Lagos.

REFERENCIAS

- Alonso-Castaño, M., Alonso, P., Mellone, M., & Rodríguez-Muñiz, L. (2021). What mathematical knowledge do prospective teachers reveal when creating and solving a probability problem?. *Mathematics*, 9(24), e3300. <https://doi.org/10.3390/math9243300>
- Alsina, A., & Bosch, E. (2023). Estadística y probabilidad en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido estocástico. *TANGRAM: Revista de Educação Matemática*, 6(3), 23-59. <https://doi.org/10.30612/tangram.v6i3.17587>
- Álvarez-Arroyo, R., Batanero, C., & Gea, M. M. (2024). Probabilistic literacy and reasoning of prospective secondary school teachers when interpreting media news. *ZDM Mathematics Education*, 56(6), 1045-1058. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01586-8>

Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., & Spangler, D. A. (2020). *Pre-K-12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education II (GAISE II): A framework for statistics and data science education*. American Statistical Association.

Batanero, C., Hernández-Solís, L. A., & Gea, M. M. (2023). Analysing Costa Rican and Spanish students' comparisons of probabilities and ratios. *Statistics Education Research Journal*, 22(3), e7. <https://doi.org/10.52041/serj.v22i3.659>

Burgos, M., López-Martín, M. M., Tizón, N., & Aguayo C. G. (2024). ¿Cómo resuelven futuros maestros tareas de proporcionalidad en el contexto probabilístico? Mirada desde los niveles de razonamiento algebraico. *Aula Abierta*, 53(2), 199-207. <https://doi.org/10.17811/rife.19972>

Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias* [Tesis de doctorado publicada]. Universidad de Granada.

Chernoff, E. J., Vashchyshyn, I., & Neufeld, H. (2018). Comparing the relative probabilities of events. In C. Batanero & E. J. Chernoff (Eds.), *Teaching and learning stochastics. Advances in probability education research* (pp. 277-291). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72871-1_16

Fernandes, J. A., Gea, M. M., & Diniz, L. N. (2019a). Tarefas propostas por futuros professores dos primeiros anos para ensinar probabilidades. *Revista Brasileira de Educação*, 24, e240039. <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-24782019240039>

Fernandes, J. A., Gea, M. M., & Ferreira, P. (2019b). Conhecimento de estatística bivariada de futuros professores portugueses dos primeiros anos. *Revista Portuguesa de Educação*, 32(2), 40-56. <https://doi.org/10.21814/rpe.16121>

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Reidel.

Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 5(20), 13-31. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/106320>

Godino, J. D. (2024). Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones. *Aula Magna*. https://blog.ciaem-redumate.org/wp-content/uploads/2024/08/jdgodino2024_enfoque-ontosemiotico.pdf

Godino, J. D., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1988). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Síntesis.

Gómez-Torres, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de educación primaria* [Tesis de doctorado publicada]. Universidad de Granada. <http://hdl.handle.net/10481/34020>

Green, D. R. (1982). *Probability concepts in school pupils aged 11-16 years* [Published doctoral thesis]. Loughborough University. <https://hdl.handle.net/2134/7409>

Hourigan, M., & Leavy, A. M. (2020). Pre-service teachers' understanding of probabilistic fairness: Analysis of decisions around task design. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(7), 997-1019. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1648891>

Ingram, J. (2022). Randomness and probability: Exploring student teachers' conceptions. *Mathematical Thinking and Learning*, 26(1), 1-19. <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.2016029>

Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, 6(1), 59-98. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0601_3

Krippendorff, K. (2018). *Content analysis: An introduction to its methodology* (4th Ed.). Sage.

Lecoutre, M.-P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(6), 557-568. <https://doi.org/10.1007/BF00540060>

Llinares, S., & Chapman, O. (Eds.). (2019). *International handbook of mathematics teacher education: Tools and processes in mathematics teacher education* (2nd Ed., Vol. 2). Brill.

Lo, J.-J., Leatham, K. R., & Van Zoest, L. R. (2014). *Research trends in mathematics teacher education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-02562-9>

Pino-Fan, L. R., & Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), p. 87-109. <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/552>

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la educación primaria. Ministerio de Educación y Formación Profesional, N.º 52.

Roldán, A.F., Batanero, C., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). El diagrama de árbol: Un recurso intuitivo en probabilidad y combinatoria. *Épsilon: Revista de Educación Matemática*, (100), 49-63. <https://tierradenumeros.com/publication/201812-epsilon-diagrama-arbol/>

Sharma, S. (2015). Teaching probability: A socio-constructivist perspective. *Teaching Statistics*, 37(3), 78-84. <https://doi.org/10.1111/test.12075>

Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgement under uncertainty: Heuristics and biases. *Science*, 185(4157), 1124-1131. <https://doi.org/10.1126/science.185.4157.1124>

Van Dooren, W. (2014). Probabilistic thinking: Analyses from a psychological perspective. In E. J. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking* (pp. 123-126). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_7

Vásquez, C., & Alsina, A. (2015a). Conocimiento didáctico-matemático del profesorado de educación primaria sobre probabilidad: Diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Bolema*, 29(52), 681-703. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13>

Vásquez, C., & Alsina, A. (2015b). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (7), 27-48. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i7.104>

ANEXO 1: CUESTIONARIO

Tarea 1. Un niño lanza 8 veces la misma moneda, obteniendo, en orden, los siguientes resultados: cara, cruz, cruz, cruz, cruz, cruz, cara, cruz. Si lanza la moneda por novena vez, ¿qué resultado sería más probable?

1a. Resuelve la tarea

1b. ¿Qué conocimientos (conceptos, propiedades y procedimientos) se necesitan para resolver la tarea?

1c. Indica si es correcta y por qué cada una de las siguientes respuestas:

Jesús: Es más probable que salga cara, puesto que han salido muchas cruces.

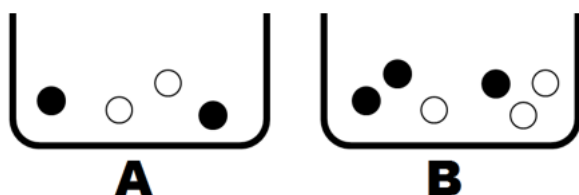
José: Es igual de probable cara que cruz porque tenemos dos casos posibles.

Rosa: Es más probable que salga cruz, ya que han salido muchas cruces.

Inés: Necesitaría tener más datos pues 8 lanzamientos son pocos.

1d. ¿Cómo ayudarías a los niños que no han sabido resolver el problema?

Tarea 2. En la caja A hay 2 fichas negras y 2 fichas blancas. En la caja B hay 3 fichas negras y 3 fichas blancas. Observa el dibujo.



Se agitan las cajas y se saca una ficha con los ojos cerrados. ¿En cuál es más probable sacar una ficha negra? Señala la respuesta correcta:

☐ Hay más probabilidad de sacar una ficha negra de la caja A.

☐ Hay más probabilidad de sacar una ficha negra de la caja B.

☐ En ambas cajas hay igual probabilidad de sacar una ficha negra.

☐ No lo sé.

Explica por qué das esta respuesta:

2a. Resuelve la tarea

2b. ¿Qué conocimientos (conceptos, propiedades y procedimientos) se necesitan para resolver la tarea?

2c. Indica si es correcta y por qué cada una de las siguientes respuestas:

Blanca: Hay más probabilidad en la caja A porque hay menos negras

Luis: Hay más probabilidad en la caja B porque hay más negras

Andrés: La probabilidad es la misma porque por cada bola negra hay una blanca en las dos cajas.

Martina: No se puede saber, puede salir negra en cualquiera de las cajas.

2d. ¿Cómo ayudarías a los niños que no han sabido resolver el problema?

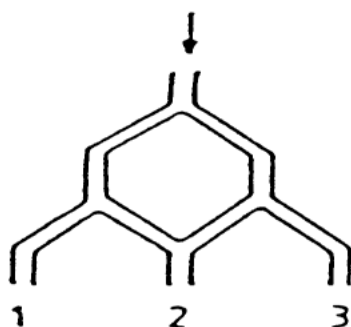
Luis: Hay más probabilidad en la caja B porque hay más negras

Andrés: La probabilidad es la misma porque por cada bola negra hay una blanca en las dos cajas.

Martina: No se puede saber, puede salir negra en cualquiera de las cajas.

2d. ¿Cómo ayudarías a los niños que no han sabido resolver el problema?

Tarea 3. Supón que lanzas 100 bolas por el orificio superior de estos canales. Indica cuántas bolas aproximadamente llegarán a cada uno de los puntos 1, 2 y 3.



3a. Resuelve la tarea

3b. ¿Qué conocimientos (conceptos, propiedades y procedimientos) se necesitan para resolver la tarea?

3c. Indica si es correcta y por qué cada una de las siguientes respuestas:

Miguel: Por cada canal pasará aproximadamente el mismo número de bolas.

Lucía: Al canal 2 llegarán 50 bolas, 25 al 1 y 25 al 3.

María: 33 a cada uno de los canales y sobra una bola.

Ignacio: La mayoría llegará a 1 o a 3 porque es más directo y unas pocas a 2.

3d. ¿Cómo ayudarías a los niños que no han sabido resolver el problema?

i Departamento de Didáctica, Área de Matemáticas, Universidad de Cádiz, España.

<https://orcid.org/0000-0002-4189-7139>

osmar.dario@uca.es

ii Grupo FQM-126, Teoría de la Educación Matemática y Educación Estadística, Universidad de Granada, España.

<https://orcid.org/0000-0003-2163-8516>

batanero@ugr.es

iii Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos (ULagos), Osorno, Los Lagos, Chile.

<https://orcid.org/0000-0001-5508-4924>

jocelyn.diaz@ulagos.cl

iv Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España.

<https://orcid.org/0000-0001-7467-8672>

svalenzuela@ugr.es

Toda a correspondência relativa a este artigo deve ser enviada para:

Carmen Batanero

batanero@ugr.es

Recebido em 08 de janeiro de 2025

Aceite para publicação em 31 de março de 2025

Publicado em 13 de maio de 2025

Conhecimento didático-matemático de professores do ensino básico em formação para ensinar probabilidade

RESUMO

A formação de professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico em probabilidade é fundamental para desenvolver nos seus alunos uma compreensão precoce dos conceitos probabilísticos. O objetivo deste trabalho foi avaliar o conhecimento didático-matemático para o ensino de probabilidade dos futuros professores espanhóis do ensino primário. Para tal, foi pedido a 156 futuros professores que preenchessem um questionário com três tarefas, cada uma com quatro secções. A primeira consiste na resolução e justificação da tarefa e avalia o conhecimento comum da probabilidade; na segunda, pede-se para identificar os objetos matemáticos necessários na resolução e avalia a faceta epistémica do conhecimento didático; a terceira requer discriminar as respostas corretas e incorretas de alunos fictícios à tarefa, analisando, assim, a faceta cognitiva; e a quarta consiste em sugerir ações para ultrapassar os erros dos alunos, avaliando, assim, as facetas mediacional e interacional. Os participantes demonstram um bom conhecimento comum do conteúdo e identificam corretamente as respostas corretas e incorretas dos alunos fictícios. O desempenho na identificação dos objetos matemáticos, na explicação dos erros dos alunos e na sugestão de ações didáticas é inferior. Esses resultados sugerem aspetos que precisam de ser reforçados na formação de professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico para o ensino de probabilidade.

Palavras-chave: Probabilidade; Conhecimento didático-matemático; Professores em formação; Ensino básico; Avaliação.

Didactic-mathematical knowledge of prospective primary school teachers to teach probability

ABSTRACT

The training of primary school teachers in probability is essential to develop an early understanding of probabilistic concepts in their students. The aim of this paper is to assess the didactic-mathematical knowledge to teach probability of Spanish prospective primary school teachers. To achieve this, 156 prospective teachers were asked to complete a questionnaire with three tasks, each with four sections. The first one involves solving and justifying the task and assesses common knowledge of probability; the second section requires identifying the mathematical objects involved in the solution and assesses the epistemic facet of didactic knowledge; the third requires discriminating the correct and incorrect answers to the task by fictitious students, thus analysing the cognitive facet; and the fourth consists of suggesting actions to overcome the students' errors, thus assessing the mediational and interactional facets. Participants demonstrated good common content knowledge and correctly identified the correct and incorrect answers of the fictitious students. Performance in identifying mathematical objects, explaining students' errors, and suggesting didactic actions was lower. These results suggest areas that need to be strengthened in the training of primary school teachers to teach probability.

Keywords: Probability; Didactic-mathematical knowledge; Prospective teachers; Primary education; Assessment.