

# FORMAÇÃO DE PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS EM MODELAGEM MATEMÁTICA

MAGNA NATALIA MARIN PIRES

Centro de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil  
magna@uel.br | <https://orcid.org/0000-0001-6755-5674>

KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil  
karinasilva@utfpr.edu.br | <https://orcid.org/0000-0002-1766-137X>

JOICE CAROLINE SANDER PIEROBON GOMES

Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil  
joice.caroline@uel.br | <https://orcid.org/0000-0002-5373-6076>

## RESUMO

Este artigo tem por objetivo discutir como um grupo colaborativo de professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental auxilia na formação em Modelagem Matemática de seus participantes. Para isso apresentamos resultados de uma pesquisa desenvolvida no âmbito de um projeto de extensão configurado como um grupo colaborativo. Fundamentamo-nos na Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica e no entendimento da formação de professores em um grupo colaborativo a partir de três eixos *aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando* Modelagem Matemática. Por meio da análise dos diálogos e das ações de nove professoras nos episódios selecionados, construímos árvores de associação de ideias que nos revelou que as ações de desenvolver, planejar, analisar e fazer sugestões em conjunto em um grupo colaborativo auxiliam na formação de professores em Modelagem Matemática.

## PALAVRAS-CHAVE

educação matemática; modelagem matemática; formação de professores;  
anos iniciais do ensino fundamental; grupo colaborativo.



SISYPHUS

JOURNAL OF EDUCATION

VOLUME 9, ISSUE 02,

2021, PP.154-180

DOI: <https://doi.org/10.25749/sis.21788>

CC BY-NC 4.0

# TRAINING OF ELEMENTARY SCHOOL TEACHERS' IN MATHEMATICAL MODELING

MAGNA NATALIA MARIN PIRES

Centro de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brazil  
magna@uel.br | <https://orcid.org/0000-0001-6755-5674>

KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brazil  
karinasilva@utfpr.edu.br | <https://orcid.org/0000-0002-1766-137X>

JOICE CAROLINE SANDER PIEROBON GOMES

Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brazil  
joice.caroline@uel.br | <https://orcid.org/0000-0002-5373-6076>

## ABSTRACT

This paper aims to discuss how a collaborative group of teachers from the Early Years of Elementary Education helps in the training in Mathematical Modeling of their participants. For this purpose, we present results of a research study developed in the scope of an extension project configured as a collaborative group. We draw on Mathematical Modeling as a pedagogical alternative and on the understanding of teacher training in a collaborative group based on three aspects: *learning about*, *learning through* and *teaching by using* Mathematical Modeling. Through the analysis of the dialogues and actions of nine teachers in the selected episodes, we built trees of association of ideas that revealed that the actions of developing, planning, analyzing and making suggestions together in a collaborative group help in the training of teachers in Mathematical Modeling.

## KEY WORDS

mathematics education; mathematical modeling; teacher training;  
elementary school; collaborative group.



SISYPHUS

JOURNAL OF EDUCATION

VOLUME 9, ISSUE 02,

2021, PP.154-180

DOI: <https://doi.org/10.25749/sis.21788>

CC BY-NC 4.0

# FORMACIÓN DE PROFESORES DESDE PRIMEROS AÑOS EN MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

MAGNA NATALIA MARIN PIRES

Centro de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil  
magna@uel.br | <https://orcid.org/0000-0001-6755-5674>

KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil  
karinasilva@utfpr.edu.br | <https://orcid.org/0000-0002-1766-137X>

JOICE CAROLINE SANDER PIEROBON GOMES

Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil  
joice.caroline@uel.br | <https://orcid.org/0000-0002-5373-6076>

## RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo discutir cómo un grupo colaborativo de profesores de los Primeros Años de Educación Primaria ayuda en la formación de la modelización matemática de sus participantes. Para ello, presentamos los resultados de una investigación desarrollada en el ámbito de un proyecto de extensión configurado como grupo colaborativo. Nos basamos en el Modelización Matemática como alternativa pedagógica y en la comprensión de la formación del profesorado en un grupo colaborativo basado en tres aspectos: aprender acerca, aprender a través de y enseñar usando Modelización Matemática. A través del análisis de los diálogos y acciones de nueve docentes en los episodios seleccionados, construimos árboles de asociación de ideas que nos revelaron que las acciones de desarrollar, planificar, analizar y hacer sugerencias en conjunto en un grupo colaborativo ayudan en la formación de profesores en Modelización Matemática.

## PALABRAS CLAVE

educación matemática; modelización matemática; formación de profesores; primeros años de educación primaria; grupo colaborativo.



SISYPHUS

JOURNAL OF EDUCATION

VOLUME 9, ISSUE 02,

2021, PP.154-180

DOI: <https://doi.org/10.25749/sis.21788>

CC BY-NC 4.0

# Formação de Professoras dos Anos Iniciais<sup>1</sup> em Modelagem Matemática

Magna Natalia Marin Pires<sup>2</sup>, Karina Alessandra Pessoa da Silva, Joice Caroline Sander Pierobon Gomes

## INTRODUÇÃO

A Modelagem Matemática<sup>3</sup> na Educação Matemática, desde o final da década de 1970 e início da década de 1980, tem se constituído como uma possibilidade de inserção na sala de aula de situações-problema oriundas de contexto da realidade em que se faz uma interpretação matemática com o intuito de dar uma solução ao problema investigado.

A implementação da Modelagem nas aulas de Matemática tem sido recorrente entre professores de diferentes níveis de escolaridade e pesquisadores da área. O que se evidencia, todavia, é que mesmo que existam pesquisas que abordem a implementação da Modelagem nas aulas, a prática dos professores, principalmente dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no Brasil é incipiente. De certa forma, isso se deve à matriz de muitos cursos de formação inicial que privilegiam aspectos metodológicos centrados em jogos e atividades lúdicas. Neste contexto, Silva e Klüber (2012) apontam que há “ausência de trabalhos que investiguem a formação do pedagogo<sup>4</sup> com Modelagem Matemática” (p. 238).

No entanto, ainda que a formação inicial desses professores não contemple abordagens relativas à Modelagem Matemática, ações de formação continuada podem suprir essa lacuna. Dentre ações possíveis de formação temos a prática colaborativa.

A prática colaborativa pode estar associada ao interesse de dois ou mais professores em trabalharem em conjunto com vistas a obter benefício na sua qualificação profissional. De forma geral, a prática colaborativa surge a partir de grupos que, no decorrer de suas atividades, desenvolvem algumas características, entre elas a voluntariedade e a espontaneidade dos participantes ao optarem por fazer parte do mesmo.

Levando em consideração a formação continuada de professores dos Anos Iniciais e os apontamentos de Cyrino, Garcia, Oliveira e Rocha (2014) de que “pesquisas a respeito da formação de professores tenham criado contextos que permitem a aprendizagem desses professores e descrito o que eles aprendem em termos sociais, pouco tem sido feito para explicar como esses contextos colaboram com essa aprendizagem” (p. 13), é que nos empenhamos em estruturar um grupo colaborativo. No referido grupo, os participantes discutiam questões relativas ao ensino de Matemática, bem como apresentavam suas vivências e experiências. A configuração do grupo colaborativo se deu no contexto de um projeto de extensão constituído por três professoras formadoras, uma pesquisadora-formadora e nove professoras dos Anos Iniciais, o que proporcionou diferentes olhares de modo que cada um pode contribuir a seu modo para o crescimento de todos.

---

1 A referência a Anos Iniciais se apoia nos documentos oficiais que regem a Educação Básica brasileira, obrigatória para todas as crianças a partir dos 6 anos de idade. Os Anos Iniciais do Ensino Fundamental compreendem o período do 1.º ao 5.º ano de escolarização.

2 Universidade Estadual de Londrina, Departamento de Matemática. Centro de Ciências Exatas, Caixa postal 10.011, CEP: 86057-970, Brasil.

3 Ao longo do texto utilizamos a expressão Modelagem Matemática e o termo Modelagem como sinônimos para evitar repetição.

4 No Brasil, a formação inicial de professores para trabalhar nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental ocorrem em cursos de Pedagogia em Instituições de Ensino Superior (IES). Esses futuros professores são chamados de pedagogos.



Considerando os apontamentos supracitados, em nossa investigação temos como objetivo apresentar reflexões sobre a questão: como um grupo colaborativo de professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental auxilia na formação em Modelagem Matemática de seus participantes? Entendemos que nossa investigação, de certa forma, pode trazer contribuições para a formação em Modelagem Matemática de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Para apresentarmos nossos entendimentos e reflexões sobre o que nos propusemos a investigar, organizamos este texto considerando o quadro teórico relativo ao trabalho colaborativo na formação de professores em Modelagem Matemática, os aspectos metodológicos que regem nossa pesquisa, descrição e análises dos episódios selecionados, seguido das discussões dos resultados e de considerações finais.

## TRABALHO COLABORATIVO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Na literatura, a expressão *trabalho colaborativo* está associada aos entendimentos de colaboração, na ação de colaborar, ou seja, desenvolver atividades em conjunto, com um objetivo em comum. Neste sentido, os conhecimentos e as experiências de cada pessoa, em um trabalho colaborativo, auxiliam no enfrentamento de dificuldades e na superação de desafios.

Os integrantes do grupo precisam interagir de forma que, ao compartilhem decisões, se sintam responsáveis por aquilo que está sendo produzido em conjunto. Ou seja:

Na colaboração, cada indivíduo participa da maioria das decisões: escolher a meta, definir as estratégias e as tarefas, avaliar o resultado; e o faz consciente de que é algo realmente importante para ele, algo que tanto beneficia o grupo como um todo, quanto a ele diretamente. (Ferreira, 2006, p. 124)

Neste sentido, segundo Imbernón (2009, p. 62), cria-se “um clima de escuta ativa e de comunicação” para promover um ambiente de colaboração. Neste ambiente de colaboração, é possível “compartilhar problemas, fracassos e êxitos” (Imbernón, 2009, p. 62).

Em pesquisas sobre trabalho colaborativo na formação de professores, a expressão que se tem utilizado é de *grupo colaborativo*. Segundo Souza, Oliveira e Atiie (2017), os grupos colaborativos:

propiciam momentos de reflexão coletiva, reflexão individual, construção e reconstrução de conceitos, por meio da prática de compartilhar erros e acertos, de adaptar pontos de vista, o que poderá implicar em resultados importantes em qualquer carreira profissional e, particularmente, para a carreira docente que trabalha na sala de aula simultaneamente com aspectos individuais e aspectos coletivos. (p. 96)



Neste contexto, o grupo precisa conhecer a cultura da sala de aula e a prática pedagógica desenvolvida por seus participantes. Ao conhecer a prática pedagógica, os participantes conhecem possíveis problemas e juntos buscam alternativas que podem proporcionar mudanças com melhorias para o ensino. O que se objetiva é superar, de forma colaborativa, as dificuldades presentes no cotidiano profissional. Para isso, o grupo estuda, faz reflexões tanto individuais quanto coletivas em busca de produzir saberes, permitindo benefício na qualificação profissional dos envolvidos.

Realizar o confronto entre a prática do colega e a sua própria prática, associado aos estudos teóricos, promove a formação profissional no seio do grupo colaborativo. Para Fiorentini (2004),

um grupo autenticamente colaborativo é constituído por pessoas voluntárias, no sentido de que participam do grupo espontaneamente, por vontade própria, sem serem coagidas ou cooptadas por alguém a participar. As relações no grupo tendem a ser espontâneas quando partem dos próprios professores, enquanto grupo social, e evoluem a partir da própria comunidade, não sendo, portanto, reguladas externamente, embora possam ser apoiadas administrativamente ou mediadas/assessoradas por agentes externos. (p. 53)

No que compete à formação de professores em Modelagem Matemática, discussões relativas à colaboração vêm se constituindo e têm sido foco de interesse de pesquisadores (Dawn, 2018; Forner & Malheiros, 2020; Gomes, Silva, & Dalto, 2019; Martins, Mutti, Carvalho, & Klüber, 2018; Mutti & Klüber, 2021; Silva, 2018). De forma geral, tais pesquisas voltam-se para práticas de sala de aula e têm como objetivo (re)configurar espaços de formação em Modelagem Matemática.

Em pesquisa realizada por Forner e Malheiros (2020) no contexto de uma formação continuada de professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, em que houve trocas de experiências, aliadas a perspectivas teóricas, foram caracterizados *espaços colaborativos de formação em modelagem*. Para os autores, em tais espaços colaborativos

o compartilhamento de experiências e de vivências suscitou diferentes pontos de vista sobre a mesma atividade e, nesse confronto de diferentes vozes, houve negociações que se deram por diferentes caminhos e, por consequência, ressignificações da própria prática de cada professor. (pp. 514-515)

Oliveira (2017), ao considerar trabalhos divulgados na nona edição da Conferência Nacional sobre Modelagem em Educação Matemática (CNMEM), evidenciou que a temática formação de professores em Modelagem foi amplamente socializada entre pesquisadores a fim de convergir para a necessidade de esclarecer aspectos da própria formação, tais como o reconhecimento da Modelagem como metodologia e a necessidade de se refletir sobre as propostas de formação em Modelagem. Levando em consideração tais aspectos, reconhecemos que se faz necessário oportunizar diferentes momentos aos professores em formação em Modelagem para que sejam vivenciadas experiências tanto como aluno, quanto como professor. Desta forma, entendemos que há “a necessidade de promover ambientes que levem os professores a vivenciar a prática de modelagem e a refletir sobre esse processo” (Mendonça & Lopes, 2017, p. 309).



Com isso, nos respaldamos em Almeida e Silva (2015) que defendem que, para ensinar Matemática por meio da Modelagem, a formação de professores em Modelagem precisa oportunizar três eixos: aprender sobre a Modelagem Matemática; aprender por meio da Modelagem Matemática; ensinar usando a Modelagem Matemática.

O eixo *aprender sobre Modelagem Matemática* se fundamenta em conhecer os aportes teóricos relativos a essa tendência em Educação Matemática. Compreender que existem diferentes configurações na literatura para caracterizar Modelagem e que, de forma geral, consiste em realizar uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática. Almeida (2018) considera que “o desenvolvimento de uma atividade de modelagem começa com uma situação inicial (situação real confusa) e é concluída com uma situação final (a resposta ao problema identificado na situação inicial)” (p. 20). Para a obtenção de uma resposta ao problema, a autora aponta a necessidade de dedução de um modelo matemático, uma interpretação matemática da situação em estudo.

O encaminhamento da situação inicial para a situação final envolve um conjunto de procedimentos relativos à compreensão da situação-problema por meio da busca de informações empíricas ou não, à identificação e à seleção de variáveis, à elaboração de hipóteses que simplificam a situação, à obtenção de um modelo matemático, à resolução do problema e à análise da solução (Almeida, Silva, & Vertuan, 2012).

Todavia conhecer sobre esse encaminhamento não garante que um professor em formação inicial ou continuada de fato compreenda o fazer modelagem. Isso porque, a “modelagem não é um esporte de espectador e só pode ser aprendida envolvendo-se em atividades de modelagem” (Blum & Borromeo Ferri, 2016, p. 71). Neste contexto reside o eixo *aprender por meio da Modelagem Matemática* em que se oportuniza o envolvimento com o desenvolvimento de atividades de modelagem em que se coloca a *mão na massa* e se vivenciam os encaminhamentos.

Tal vivência pode permitir aos professores antecipar suas aulas, prevenindo algumas ações. A antecipação possibilita estabelecer “formas de lidar com a situação, bem como potencialidades e constrangimentos na situação” (Stillman, 2017, p. 170) que podem ser enfrentadas com os alunos quando uma atividade de modelagem é implementada na prática.

A implementação de atividades de modelagem matemática na prática de sala de aula configura o eixo *ensinar usando*. Para Malheiros, Souza e Forner (2021), a prática “é um caminho profícuo para que os professores da Educação Básica possam vivenciar, discutir e refletir sobre a Modelagem, a partir de seus contextos e realidades” (p. 15).

Segundo Almeida e Silva (2015),

a ideia de pensar a formação de professores visando o ensinar Matemática por meio da modelagem, considerando o tripé aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando, ainda que conduza a uma variabilidade no que se refere à prática de modelagem na sala de aula, fornece subsídios para o professor pensar sua prática e conduzir as atividades conforme o contexto escolar em que se encontra. (pp. 14-15)

Para Rosa (2018), a formação de professores em Modelagem Matemática, sejam estes formados em Matemática, ou em áreas afins, deve considerar uma capacitação contínua e comprometida, a fim de favorecer a produção e ressignificação dos ofícios do professor, o que reflete diretamente em sua qualidade de ensino.



Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a Modelagem Matemática está avançando nas pesquisas voltadas às práticas de sala de aula (Gomes, 2018; Nunomura, 2021; Silva, 2018; Teodoro & Kato, 2021). Silva (2018) aponta que o professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental, para conhecer e fazer uso de tal estratégia, na maioria das vezes precisa buscar para além de sua formação inicial, capacitação necessária para seu desenvolvimento profissional, visto que a Modelagem surgiu em um campo específico. Desta forma, os processos de formação continuada têm a oportunidade de fazer com que esses professores possam conhecer a Modelagem e, por conseguinte, incorporar essa alternativa em suas práticas de sala de aula.

Martins et al. (2018) em sua pesquisa envolvendo o contexto de formação continuada em Modelagem Matemática com um grupo de estudos, revelou benefícios como a construção de laços de amizade, no sentido de que o grupo se sentiu confortável, proporcionando acolhimento e suporte a fim de buscar amparo para sanar as dúvidas e minimizar as ansiedades inerentes às práticas de sala de aula. Assim como Martins et al. (2018), Mutti e Klüber (2021), configuram um modelo de formação em Modelagem que considera a necessidade da inserção de professores em grupos de estudos em que a colaboração entre os pares motiva a entender a Modelagem como uma prática possível, mesmo que particular a cada professor.

Neste cenário, consideramos o contexto de formação continuada em Modelagem Matemática como um espaço fértil para que seus participantes possam planejar, desenvolver e refletir sobre atividades de Modelagem Matemática, aliando teoria e prática, de modo que, ao trabalhar em grupo, possam se desenvolver colaborativamente.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

Em 2017, três professoras formadoras – P1, P2 e P3 – do Ensino Superior, com intenção de trabalhar com formação de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, organizaram um projeto de extensão para abarcar conteúdos matemáticos a partir de diferentes tendências da Educação Matemática.

O projeto de extensão foi desenvolvido de 2017 até o início de 2020 em parceria entre duas Instituições de Ensino Superior (IES) localizadas em um mesmo município do estado do Paraná, no Brasil. Os encontros ocorreram quinzenalmente (exceto nos períodos de recesso) às quartas-feira das 8h30 às 11h30 nas dependências das duas instituições de forma alternada, totalizando 47 encontros, além dos realizados nas escolas em que os professores dos Anos Iniciais atuavam.

Com o desenvolvimento do projeto se constituiu um grupo colaborativo que abordou tanto aspectos práticos quanto teóricos de diferentes tendências em Educação Matemática. No grupo, todas as decisões foram tomadas em conjunto, por exemplo, a escolha do tema, as operações fundamentais e a exploração de materiais manipuláveis utilizados por algumas das professoras em sala de aula.

No início o grupo era constituído por 30 integrantes e com o passar dos encontros ficaram 15 pessoas – nove professoras dos Anos Iniciais, três professoras formadoras e três professores em formação inicial. Interpretamos que esse fato foi positivo pois permaneceram no grupo aqueles que se identificaram e acreditaram que esses encontros os ajudariam no seu desenvolvimento profissional. Em grupos colaborativos, Coelho (2017) “destaca o desejo das pessoas de trabalhar e estudar em parceria com





outras, resultante de um sentimento de inacabamento e incompletude como profissionais” (p. 385).

Foi necessário algum tempo para que os participantes pudessem estabelecer relações necessárias para o bom andamento do grupo, como a confiança das professoras dos Anos Iniciais nas formadoras e nos professores em formação inicial, entendendo que todos estavam ali para aprender e que o relato das experiências delas com os alunos dos Anos Iniciais era de grande valia.

As discussões centradas na Modelagem Matemática, na perspectiva de Almeida e Silva (2015), foram mais intensas de outubro de 2017 a maio de 2018 em que se alocou a pesquisa de mestrado da terceira autora deste artigo, que doravante nos referimos como pesquisadora-formadora (PF). Neste período o grupo colaborativo apresentava relações de confiança e parceria mútuas.

Foram realizados dezessete encontros, doze nas IES e cinco nas escolas em que as professoras desenvolveram atividades com seus alunos. No que compete à formação dos professores, o eixo *aprender sobre* foi abordado em um dos encontros em que aspectos teóricos foram articulados com aspectos práticos relativos à Modelagem; o *aprender por meio* foi empreendido em onze encontros em que as professoras desenvolveram atividades de modelagem enquanto modeladoras; o *ensinar usando* ocorreu nas aulas ministradas pelas professoras em suas respectivas turmas, em cinco encontros. Neste período, nove professoras dos Anos Iniciais faziam parte do projeto de extensão. No corpo do texto tais professoras são referenciadas por nomes fictícios.

Todas as professoras têm formação em pedagogia com algum curso de formação continuada. Das nove professoras, cinco afirmaram ter tido contato com modelagem em cursos de capacitação e eventos. Nenhuma delas havia implementado práticas de modelagem em sala de aula.

Levando em consideração o cenário de nosso projeto de extensão, bem como na constituição da colaboração que permeou o grupo, nos debruçamos em investigar *como um grupo colaborativo de professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental auxilia na formação em Modelagem Matemática de seus participantes?*

No período destinado à abordagem da Modelagem no grupo colaborativo no eixo *aprender por meio* foram desenvolvidas três atividades nomeadas como “Suco de laranja”, “Rotina diária” e “Cão, o melhor amigo do homem”. O desenvolvimento dessas atividades subsidiaram o planejamento para sua implementação nas práticas das professoras no eixo *ensinar usando Modelagem Matemática*.

A primeira atividade “Suco de laranja” desenvolvida seguiu essa temática, porque algumas professoras estavam trabalhando com o tema alimentação saudável em suas turmas. Para esta atividade, considerou-se a quantidade de suco presente em uma laranja para o preparo da bebida. Com isso, diferentes procedimentos foram necessários para a coleta de dados empíricos, como escolher uma laranja média, medir sua massa e espremer para determinar o volume de suco. Tal atividade foi desenvolvida em seis encontros – quatro nas IES e dois nas turmas das professoras Inês e Renata.

A segunda atividade, “Rotina diária”, foi desenvolvida no início do segundo ano do projeto e levou em consideração a volta às aulas em que alunos haviam trocado do período vespertino para o matutino e estavam com dificuldades em organizar suas tarefas diárias. Diante das diferentes tarefas diárias era preciso organizar o tempo destinado para cada uma no período de 24 horas. Para isso, listaram-se tarefas que poderiam fazer parte da rotina de crianças em idade escolar e o tempo necessário para o desenvolvimento de cada uma. Com os dados estimados, foram utilizadas representações tabulares e gráficas para apresentar a configuração de uma rotina diária.

Seis encontros foram destinados à atividade “Rotina diária”, sendo quatro nas IES e dois nas turmas das professoras Ana e Paula.

Para a terceira atividade desenvolvida, cuja temática foi “Cão, o melhor amigo do homem”, a abordagem estava associada à idade canina comparada com a idade do ser humano. Para isso, foram feitas pesquisas em *sites* da internet em que foram encontradas relações entre idade de cães de diferentes portes e a idade humana. A primeira ação foi especificar o porte do cão e assim estudar as relações. Os encaminhamentos ocorreram em quatro encontros – três nas IES e um na turma da professora Júlia.

Todos os encontros foram gravados em vídeo e áudio, mediante autorização das professoras, bem como pelas escolas em que alguns encontros se fizeram necessários. Os áudios foram transcritos na íntegra com o objetivo de selecionar episódios de análise, relativos ao *aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando*. Considerando esses três eixos de formação em Modelagem, organizamos a análise de dados em quatro episódios: conhecendo a Modelagem; desenvolvendo atividades de Modelagem; planejando aula com Modelagem; e refletindo sobre a prática com Modelagem.

Além das transcrições dos áudios, utilizamos relatórios dos grupos e os diários de bordo das professoras formadoras, com o objetivo de analisar o modo como as professoras atuavam em colaboração no desenvolvimento das atividades de modelagem, e ao voltar-se ao ambiente escolar como essas professoras desenvolveram sua prática pedagógica. Deste modo, concordamos com Jesus (2017), ao destacar que a preocupação esteve voltada ao processo e não apenas ao resultado.

Para a análise, predominantemente qualitativa dos dados, utilizamos a árvore de associação de ideias (Spink, 2013) para entender como um determinado argumento é construído no interior de um discurso. Em nossa investigação, utilizamos esse instrumento para compreender aspectos relativos às práticas discursivas presentes no grupo colaborativo que auxiliaram na formação em Modelagem Matemática das professoras.

De acordo com Spink (2013, p. 26), práticas discursivas consistem na “linguagem em ação”. Deste modo, consideramos as falas gravadas durante os encontros de formação a fim de seguir os passos propostos no processo analítico. A partir das falas que emergiram nos eixos de formação, levando em consideração o fluxo de ideias, ações denotadas por expressões em **negrito** refletem a formação empreendida nos encontros em cada eixo de formação. As inserções das falas das professoras destacam reflexões sobre o processo de formação em Modelagem, relacionando teoria e prática no grupo colaborativo. O recurso às árvores de associação de ideias é utilizado como potencial para garantir a visibilidade do processo de interpretação do pesquisador.

## DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

### EPISÓDIO 1: CONHECENDO A MODELAGEM

Este episódio refere-se a um estudo teórico realizado após o desenvolvimento da primeira atividade: “Suco de laranja”. A PF iniciou seu trabalho, com as professoras participantes do grupo, comentando alguns aspectos da modelagem. Um dos primeiros



conceitos discutidos foi a Modelagem enquanto alternativa pedagógica. Na sequência apresentou o que são modelos matemáticos. Para exemplificar:

PF: Então, voltando para atividade do nosso encontro anterior, vocês acabaram encontrando um modelo matemático, o modelo matemático era sobre o suco de laranja. [...] Como nós estamos voltados aos Anos Iniciais, vocês produziram um modelo que respondesse [...] para as séries que vocês estão inseridas. Assim, se nós desenvolvêssemos essa atividade do suco de laranja no Ensino Médio, por exemplo, outros modelos seriam obtidos. [...] Quando desenvolvemos atividades de modelagem, não que tenham que seguir linearmente essas etapas, mas eu trago aqui as etapas de que Almeida, Silva e Vertuan utilizam para se trabalhar toda uma atividade de modelagem, então ali [apontando para o slide] é a situação inicial, ou seja, a problemática, aí vem a inteiração, a matematização, a interpretação de resultados e validação e a situação final. Então a gente parte da situação inicial para a situação final.

A abordagem dos conceitos, como modelo matemático, foi empreendida após as professoras terem trabalhado com a primeira atividade de modelagem. Essa escolha se fez pertinente por considerarmos que aprender sobre modelagem é envolver-se em atividades de modelagem (Blum & Borromeo Ferri, 2016). Com isso, as discussões foram guiadas pelas perguntas e colocações do grupo. Todas tiveram oportunidade de falar, algumas tinham o propósito de tirar dúvidas, outras de confirmar seus entendimentos e ainda tinham aquelas que reforçavam os conceitos apresentados pela PF. Seguem alguns excertos que ilustram esses encaminhamentos.

Carla: No começo tinha entendido interação, mas depois compreendi que é inteiração, no sentido de se inteirar.

P1: Isso! E é aí na inteiração que você vai definir o problema a ser investigado, vai fazer simplificações. Na atividade que vocês desenvolveram, vocês fizeram algumas simplificações, vocês se lembram? Vocês utilizaram todas as laranjas?

Carla: Não. Nós pegamos apenas uma amostragem.

Ana: Pegamos uma laranja grande, uma pequena e fizemos uma média, que no caso cada laranja daria mais ou menos 100 mililitros de suco.

[...]

PF: Quando eu entreguei a folha para vocês, poderiam escolher por investigar qualquer problema. Vocês acabaram pesquisando a respeito de suas próprias turmas, mas também poderiam ter pensado na casa de vocês, sua família.

Ana: E foi isso que pensamos, quando começamos a falar de dúzia, quilogramas, acabamos pensando em nossas turmas.

[...]

Renata: E a gente tem vários alunos com habilidades que a gente desconhece, tem aluno que não vai, não vai, não vai, mas porque possui outras habilidades que a gente

desconhece, que a gente tem que estar atenta. A modelagem deveria começar [a ser trabalhada] desde o “pré” [início da escolarização].

Ao considerar que *a modelagem deveria começar desde o início da escolarização*, Renata revela que a adoção de práticas pedagógicas com modelagem se faz possível, como salientam Mutti e Klüber (2021).

Durante a apresentação dos conceitos e discussões, os participantes ficaram muito à vontade, revelando suas falas que fizeram associações entre a prática realizada na modelagem (“Suco de laranja”) e os conceitos formais apresentados.

No trecho seguinte apresentamos falas das formadoras e de uma professora, em que observamos que as ideias se complementam e que há considerações que vão ao encontro de caracterizações de um grupo colaborativo e que há colocações que primam pela formação do professor.

Renata: A modelagem deixa na vida das pessoas uma conscientização, uma sensibilização, pois trabalha com temas reais.

P1: É uma intenção. [...]

P2: E olha que bacana esse nosso grupo, podemos aprender e acima de tudo discutir sobre nossa prática.

[...]

PF: Vou falar um pouquinho do papel do professor na atividade. Um dos aspectos é a criatividade, temos que ser criativos ao elaborar uma atividade. [...]

P1: Sim, uma atividade pode dar certo em uma turma, mas em outra nem tanto. [...] A gente não planeja as atividades que vão ser desenvolvidas pelos alunos, a gente planeja as atividades que nós propomos aos alunos. O que eles fazem são outros encaminhamentos.

PF: A postura do professor em uma atividade de modelagem deve ser de cientista, que busca descobertas, ao mesmo tempo que medeia a atividade. Levar a atividade para sala de aula, não é deixá-los soltos, temos que orientar para que os alunos consigam responder o problema.

Com os excertos apresentados inferimos que no momento *aprender sobre* se pode associar a teoria com a prática e a modelagem foi valorizada pela professora participante.

## EPISÓDIO 2: DESENVOLVENDO ATIVIDADES DE MODELAGEM

Foram desenvolvidas três atividades de Modelagem, como anunciado nos aspectos metodológicos – “Suco de laranja”, “Rotina diária”, e “Cão, o melhor amigo do homem”. Todavia essas atividades não aconteceram de forma isolada, faziam parte da programação do grupo no estudo das tendências em Educação Matemática.



A primeira atividade, “Suco de laranja”, foi desenvolvida por três grupos, formados por três professoras dos Anos Iniciais e auxiliados pelas professoras formadoras. Após a leitura de um texto entregue pela PF, os grupos passaram a se inteirar da situação buscando, na situação-problema, estabelecer o problema a ser investigado.

Depois de algumas conversas que mostraram o envolvimento dos participantes com o problema, a PF disponibilizou objetos que poderiam ser úteis para seleção de variáveis, formulação de hipóteses e simplificações. As participantes do grupo 3 foram em busca de informações, e isso se fez a partir da coleta de dados.

Carla: A gente está pesando [laranjas] para depois espremer e ter uma ideia.

PF: Qual é a ideia?

Ana: É ver quanto de suco tem uma laranja média, vamos supor que tenha 20ml. Ou a gente faz um arredondamento. Sabendo que uma laranja média possui 20ml de suco, quantas laranjas serão necessárias para fazer 1 jarra [de um litro] de suco.

PF: Ah, então vocês já têm a ideia do problema?

Carla: Pelo menos no quinto ano, eles já fazem esse tipo de problema.

Luzia: Então a gente estava até pensando quantas laranjas são necessárias para uma jarra de suco, mas aí entra a questão de que cada laranja tem um peso.

Percebendo que os outros grupos não se movimentavam para buscar uma resolução, o grupo 3 apresentou sua coleta para os grupos 1 e 2 a fim de contribuir na elaboração do problema. A ação do grupo 3 de colocar a *mão na massa* para a coleta de dados denota a característica de se envolver com a atividade, de contribuir para um trabalho conjunto, e não ser um mero espectador (Blum & Borromeo Ferri, 2016).

Ferreira (2006) destaca a importância de trabalhar colaborativamente, de compartilhar experiências, saberes e aprendizagens da prática docente. A busca por soluções para os problemas que possam emergir no cotidiano escolar torna-se elemento de reflexão quando trabalhados de maneira colaborativa, permitindo às professoras antecipar suas aulas, prevendo algumas ações de seus alunos (Stillman, 2017).

Para elaborar o problema, as professoras dos Anos Iniciais voltaram-se à sua realidade escolar, principalmente para os conteúdos que estavam desenvolvendo com seus alunos. Isso pode ser evidenciado nas falas que seguem:

Luzia: O segundo ano ainda usa muitos desenhos para representar uma situação.

Ana: Gente eu estou trabalhando medidas de capacidade, nossa a gente é tão ligada a isso [voltando-se à sua turma de quarto ano] [risos].

Júlia: Para as crianças a gente também pode usar a dúzia! [Voltando-se às turmas dos anos iniciais]

[...]

Carla: O quinto ano resolve muitos problemas... “Ah, quantos ml são necessários para um litro, um litro e meio?”, aí a gente pode estipular um problema desse tipo.



Pudemos evidenciar na elaboração dos problemas (Figura 1) a utilização de elementos que foram caracterizados a partir das reflexões no grupo colaborativo sobre a prática pedagógica das professoras com relação às turmas nas quais lecionavam na primeira atividade – “nossa a gente é tão ligada a isso”. A atividade, de certa forma, estava se tornando própria para as professoras que a associaram aos seus encaminhamentos, adaptando “pontos de vista, o que poderá implicar em resultados importantes em qualquer carreira profissional” (Souza et al., 2017, p. 96).

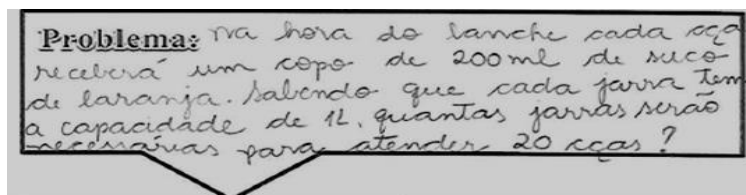


Figura 1. Problema elaborado pelo grupo 1<sup>5</sup>.

Após a identificação de um problema, os grupos partiram para a definição de variáveis e o levantamento de hipóteses. Uma das integrantes do grupo 2 relatou conhecer e desenvolver atividades de Modelagem Matemática em suas aulas, conforme diálogo transcrito:

Paula: Para comprovar a gente vai ter que espremer!

PF: Sim pode espremer.

Paula: Não, porque tem que validar... Para ser, para ser... modelagem tem que validar!

Para Paula, essa ação permitiu “vivenciar a prática de modelagem e a refletir sobre esse processo” (Mendonça & Lopes, 2017, p. 309), visto que ela associa uma ação – “modelagem tem que validar” – aos encaminhamentos realizados na atividade.

Na fase de matematização, na qual há dedução do modelo, os participantes, em especial as professoras, trouxeram para a discussão modos com os quais seus alunos poderiam lidar com os objetos matemáticos relacionados aos problemas (Figura 2).

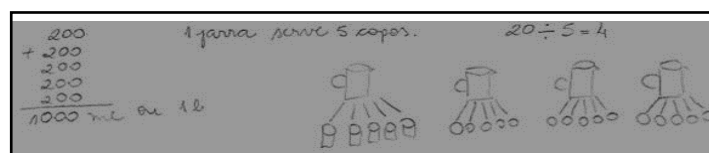


Figura 2. Representações da situação realizada por Bete.

Na fase de interpretação dos resultados, os três grupos chegaram a uma solução para o problema e o validaram por meio de observação empírica, seja para determinar quantas

<sup>5</sup> Na hora do lanche cada criança receberá um copo de 200 mililitros de suco de laranja. Sabendo que cada jarra tem a capacidade de 1 litro, quantas jarras serão necessárias para atender 20 crianças?



jarras de 1L são necessárias para encher 20 copos (grupo 1), como para determinar a quantidade de laranjas necessárias para fazer 1L de suco (grupo 2), e para calcular a quantidade de laranjas necessárias, para encher uma jarra, ou um copo de 200ml, ou para encher 26 copos de suco (grupo 3).

Podemos inferir que, ao desenvolver as atividades de modelagem, os participantes dos grupos estavam sempre se ajudando e tentando entender as ideias de seus colegas, ou seja, estavam se desenvolvendo juntas.

### EPISÓDIO 3: PLANEJANDO AULA COM MODELAGEM

Para planejar as ações que desenvolveriam com os alunos, as professoras deveriam associar os conhecimentos construídos durante o estudo teórico e a participação nas três atividades de modelagens desenvolvidas pelo grupo.

Os encaminhamentos dos grupos no planejamento da primeira atividade se mostraram muito enxutos, apresentaram poucos detalhes a respeito de como o professor encaminharia a aula e nenhum deles antecipou possíveis questões dos alunos no desenvolvimento da atividade.

Podemos dizer que esses encaminhamentos mostraram a fragilidade da prática pedagógica dessas professoras em atividades de modelagem, pois, de acordo com Martins et al. (2018), os professores por muitas vezes perpetuam sua prática pedagógica limitada, quase que exclusivamente, pela memorização, pela cópia e reprodução, o que não condiz com atividades de Modelagem Matemática.

Após a aplicação e discussão de dois dos planos elaborados com o tema “Suco de laranja”, observamos que as professoras se atentaram para a importância de o plano conter mais informações. A seguir destacamos algumas falas:

Inês: Nossa, a gente nem pensou nisso!

Renata: Não deu nem para seguir o plano. O que havia pensado era a questão de peso, eu achei que ia sair deles, aí meio que furou o plano. Eu fiquei focada no que eles estavam pensando, não saiu como planejado, mas quero aplicar novamente [o mesmo plano], para ver como que seria! Eu quero ver! Não com essa turma.

Na elaboração do segundo plano, “Rotina diária”, pudemos observar que elas colocaram mais informações.

Nessa situação, o problema já estava definido e o processo de obtenção do modelo matemático pelos grupos aconteceu de maneira mais espontânea, se comparada à primeira atividade. Consideramos que isso se deve ao fato de os participantes já estarem se familiarizando com este tipo de atividade. Os dados produzidos para o desenvolvimento da atividade de modelagem e os modelos obtidos foram mais sistematizados e considerados no planejamento da aula.

A partir dos modelos, cada grupo teve a oportunidade de discutir entre os participantes como havia pensado, conforme transcrição e gráfico (Figura 3):



Inês: Primeiro estipulamos o ano que ia trabalhar, o 4º ano, a turma que a professora Ana leciona. Depois fizemos uma lista com 24 horas elencando tudo que o aluno pode fazer na rotina desde acordar, se organizar, ir para a escola, tempo de estudo, alimentação, atividade física e tempo livre. Indicamos as citações de acordo com cada item dessa lista e depois colocamos em um gráfico de setores no software Excel. Além de fazermos o gráfico, exploramos a porcentagem (Grupo 1).



Figura 3. Modelo matemático obtido pelo grupo 1 na atividade rotina diária.

Os participantes já estavam imaginando para qual ano escolar seria desenvolvida a atividade e esse fato ajuda no levantamento de hipóteses de como os alunos podem responder as questões que emergem na atividade. Isso corrobora com as assertivas de Stillman (2017) de que a antecipação auxilia nas "formas de lidar com a situação, bem como potencialidades e constrangimentos na situação" (p. 170) oportunizadas na prática em sala de aula.

O grupo 1 expressou qual o encaminhamento que desenvolveu para a atividade, no entanto, as integrantes disseram que a professora responsável poderia realizar algumas alterações visto que conhecia características e limitações de sua turma.

Observamos nas discussões a importância de se antecipar, ou seja, de planejar o encaminhamento de uma atividade, deixando claro que "não temos que segui-lo à risca, mas nos orienta em sala de aula" (PF). A transcrição a seguir descreve esta discussão:

Ana: O planejamento nos orienta em como vamos desenvolver.

P1: Exatamente. No entanto, devemos ter consciência de que não podemos segui-lo linearmente, pois em uma atividade de Modelagem Matemática pode acontecer diferentes possibilidades.

PF: O encaminhamento nos orienta para uma ideia do que poderá acontecer na atividade.

Para a elaboração do planejamento da terceira atividade, "Cão, o melhor amigo do homem", os participantes já optaram por pensar no plano no momento do desenvolvimento da atividade.

A partir da leitura das informações, iniciou-se a segunda parte das discussões para articular os detalhes necessários para a aula a ser planejada. Os grupos começaram a pensar que conteúdos seriam abordados com essa atividade, porque no decorrer da mesma poderiam surgir outros. Os grupos elencaram diversos conteúdos e procedimentos matemáticos que poderiam ser desenvolvidos.





Com vistas a abarcar tais conteúdos, o momento foi de refletir como seria iniciado o trabalho. Os grupos determinaram em que ano seria desenvolvida a atividade e que conteúdos poderiam emergir a partir das escolhas que fizessem. Para isso, houve uma discussão de todos os integrantes do grupo, com a busca de informações para permear o encaminhamento da atividade a partir de pesquisas em sites especializados em cães.

Muitas sugestões foram feitas para comporem os planejamentos, como: chamariam um adestrador para fazer uma palestra sobre vacinação e a quantidade de ração consumida por determinado cachorro, com relação ao seu porte. Esses fatos revelaram detalhes que precisaram ser considerados quando se faz um planejamento para determinada aula a respeito dessa temática.

Um olhar panorâmico do envolvimento dos participantes na elaboração dos três planos indica que houve um amadurecimento dos conceitos a respeito de Modelagem Matemática. As primeiras experiências desenvolvidas com os alunos, as discussões no grupo, subsidiaram as atividades que vieram na sequência.

Portanto, ao planejar e desenvolver juntas, compreendemos que a colaboração entre os participantes foi estabelecida e ancorada a cada encontro, fazendo com que elas se sentissem mais seguras, uma vez que puderam trocar ideias e construir em conjunto o encaminhamento das atividades, edificando uma relação de segurança para lidar com imprevistos que poderiam surgir no desenvolvimento das atividades.

#### EPISÓDIO 4: REFLETINDO SOBRE A PRÁTICA COM MODELAGEM

Apresentamos nesse tópico momentos da etapa em que o grupo colaborativo refletiu a respeito do desenvolvimento dos planos com os alunos dos Anos Iniciais. Os episódios procuram evidenciar como a colaboração entre os participantes contribuiu na formação em Modelagem.

A primeira expressão a destacar é “colaborar”, pois a cada encontro o apoio entre as professoras se mostrou predominante para que se sentissem confiantes tanto para desenvolver atividades de Modelagem em colaboração com outros participantes no projeto, como ao desenvolver as atividades em suas salas de aula, ou seja, *ensinar usando*. Por meio da prática com os alunos, as professoras se sentiram confiantes em “discutir e refletir sobre a Modelagem, a partir de seus contextos e realidades” (Malheiros et al., p. 15).

Com relação ao planejamento, destacamos trechos das discussões que reforçam a importância de se antecipar, ou seja, de planejar o encaminhamento de uma atividade. A transcrição a seguir descreve esta discussão:

Ana: O planejamento nos orienta em como vamos desenvolver.

[...]

P1: Você mudaria o encaminhamento planejado?

Ana: Não, mas acrescentaria algumas coisas.

[...]

P1: Teve a primeira vivência de vocês com a modelagem, depois pensando o que aconteceu vocês elaboraram um encaminhamento que vocês já estavam pensando na



turma da Renata, aí você tinha a ideia que iria acontecer? Você abandonou completamente o plano? Participar da escrita do plano foi essencial? Qual sua relação com ele?

Renata: São muitos anos em sala tendo o controle total da situação, sabendo o que ia acontecer e naquele dia não tinha controle de nada, tive medo, medo mesmo de não saber o que ia acontecer, direcionar, aquela preocupação “o que faço agora?”.

P1: O plano deu um norte?

Renata: Sim claro, minha preocupação era o que viria deles, [...]. Eu nem sabia quantas laranjas comprar. Eles não pensaram em dúzia, não pensaram na pesagem. Quando entreguei a laranja menor e posteriormente a maior para o aluno, em nenhum momento eles ficaram perguntando “o que eu faço agora professora?”.

Ressaltamos neste diálogo a ação de analisar juntos. Logo, podemos destacar que a Modelagem Matemática, assim como nas demais tendências da Educação Matemática, não está isenta de imprevistos e nem de dificuldades de implementação, no entanto, o apoio apresentado pelas professoras foi de grande importância. Nesse sentido, destacamos o apoio do grupo ao contribuir para estabelecer um sentimento de parceria entre os participantes da formação e a percepção de que é possível implementar atividades de modelagem em sala de aula, como sugerem Mutti e Klüber (2021).

Ainda a respeito do planejamento, notamos que a reflexão no grupo pode contribuir para o seu aprimoramento. Em uma cena de aula, um conteúdo matemático que emergiu da atividade foi o uso de estimativas para descobrir quantos mililitros de suco de laranja havia em cada uma. Assim, a PF buscou compreender se o mesmo estava previsto no plano, conforme diálogo:

PF: Isso estava previsto no plano? Essa questão da estimativa?

Renata: Não, não estava previsto.

PF: Então isso é uma coisa interessante que pode ser implementada no plano, porque não foi prevista.

Por meio desse diálogo, pesquisadora e formadoras revelam um espaço de formação privilegiado, constituído por trocas de experiência, que proporcionam momentos de reflexão (Forner & Malheiros, 2020). Destacamos aqui a ação de fazer sugestões em conjunto. Nesse sentido, é imprescindível que os formadores possam “ouvir” os participantes, estabelecendo um ambiente participativo a fim de que todos possam expressar suas ideias, práticas e sentimentos sobre determinada temática sem que haja constrangimento entre os membros do grupo.

Os diálogos transcritos a seguir descrevem que a ação de analisar juntas contribuiu para compreender que a atividade de Modelagem pode favorecer a aprendizagem:

PF: Você acha que essa atividade de Modelagem Matemática contribuiu para aprendizagem dos alunos?



Ana: Eu descobri nessa atividade que eles não tinham noção alguma de tempo, talvez se eu tivesse trabalhado da forma convencional eu não teria tido esse olhar. Essas discussões que foram feitas desde o início foram muito importantes. Eu acredito que a aprendizagem foi outra.

P1: A atividade permitiu que você entendesse onde é que eles estavam e o que eles compreendem e, a partir disso, você caminha para que eles construam e cheguem ao objetivo do que você está querendo. Veja bem, você refletiu antes, durante e agora também.

[...]

Júlia: Eu fiquei muito orgulhosa de ver o Ygor falando. O menino não faz nada na sala e aquele dia ele foi na frente da sala e apresentou para todos. E o garoto que sofreu a mordida do cachorro, ele conversou sobre seu problema, isso foi muito gratificante para mim.

[...]

PF: Você acha que a atividade contribuiu para sua prática? Você aprendeu com ela?

Júlia: Sim, e muito! Pretendo desenvolver outras atividades para que os alunos se habituem a buscar informações, estratégias e representações, para que realmente possam aprender, a partir da realidade, conteúdos matemáticos.

Discutir a respeito das mudanças de práticas de sala de aula fez com que as professoras se sentissem confiantes de levar para sua sala de aula o encaminhamento planejado – “Pretendo desenvolver outras atividades [...]”. A partir das reflexões que cada professora fez de sua primeira experiência com Modelagem Matemática, novas professoras se apresentaram dispostas a vivenciar em suas próprias turmas experiências com Modelagem Matemática.

Durante os momentos de reflexão, percebemos sentimentos dos participantes que corroboram com as características de um grupo colaborativo, como caracterizado por Coelho (2017):

P1: E aí Júlia como foi a atividade?

Júlia: No começo eu estava insegura, mas aí a PF estava lá para me dar apoio.

PF: A professora Júlia se saiu muito bem!

Júlia: Eu quero continuar desenvolvendo atividades como esta.

No decorrer das conversas de reflexão, reconhecemos um ambiente de solidariedade e trocas de experiências, pois as professoras se sentiram confiantes e acolhidas ao relatar dificuldades encontradas com relação a conceitos e práticas em sala de aula.

Podemos dizer que esse processo de formação continuada em Modelagem Matemática culminou como potencial para que esta possa ser incorporada às aulas de Matemática nos Anos Iniciais, pois as professoras puderam conhecer tanto a experiência enquanto modeladoras no grupo colaborativo e quando analisaram juntas a teoria por trás da prática.



## DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Levando em consideração a questão que norteia nossa investigação: como um grupo colaborativo de professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental auxilia na formação em Modelagem Matemática de seus participantes? Buscamos, por meio dos encontros, evidenciar o que as professoras em formação continuada vivenciaram na teoria, na prática de modelar e na sua prática pedagógica ao trabalhar com Modelagem Matemática.

Ao refletir a respeito do primeiro eixo *aprender sobre*, consideramos a configuração de grupo colaborativo em que essas professoras estavam inseridas, pois evidenciamos ações que possibilitaram às professoras momentos de discussões e reflexões. Nos encontros destinados a conhecer Modelagem Matemática, todas tiveram oportunidade de expressar seus entendimentos, sanar dúvidas provenientes das etapas de uma atividade, (re)afirmar suas concepções e complementar conceitos.

Deste modo, a ação *analisar em conjunto* se fez presente, visto que os interesses e as expectativas das professoras puderam ser (re)estruturadas e serviram de base para o delineamento dos próximos encontros. Assim, concordamos com Mendonça e Lopes (2017) ao destacarem a importância de promover espaços de discussão e reflexão nos quais o professor tenha suas expectativas e suas necessidades contempladas.

Neste sentido, consideramos que a natureza colaborativa do grupo fez com que o *status* de aperfeiçoamento, atualização e capacitação fosse superado, ampliando as possibilidades de aprendizagem acerca da Modelagem enquanto reflexão teórica.

No que compete ao eixo *aprender sobre* Modelagem Matemática, evidenciamos práticas discursivas associadas a abordagens teóricas das quais emergiram ramificações de ações como *sanar dúvidas*, *expressar entendimentos*, *complementar conceitos* e *(re)afirmar concepções* presentes nas discussões, principalmente no Episódio 1 (Figura 4). Por meio das falas das professoras evidenciamos a natureza colaborativa do grupo e o compromisso em se importar com a melhoria do contexto educacional.

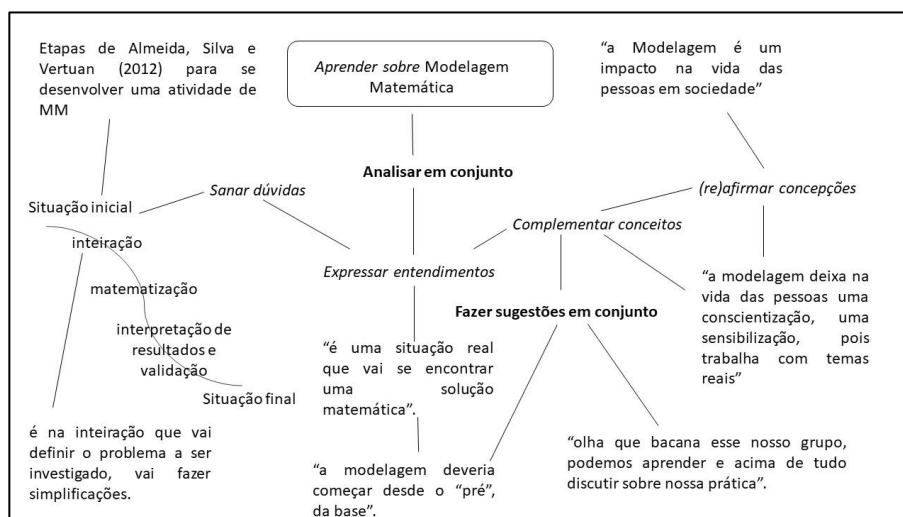


Figura 4. Árvore de associação de ideias aprender sobre Modelagem Matemática.



O episódio 2 *desenvolvendo atividades de Modelagem Matemática*, que se pautou no eixo *aprender por meio*, teve como foco as experiências das professoras enquanto modeladoras no desenvolvimento das três atividades de modelagem.

A partir das características colaborativas do grupo, as discussões e reflexões evidenciadas nas atividades possibilitaram um ambiente fértil para a construção de aprendizagens de diversas naturezas (conhecimento matemático, conhecimento acerca da modelagem, conhecimento de práticas de sala de aula) favorecendo o processo formativo. Deste modo, cada professora com seus interesses, suas capacidades e suas limitações teve a oportunidade de questionar, de se posicionar e de agir com liberdade e apoio perante o grupo.

Mesmo ao desenvolver a atividade de modelagem como modeladoras, as professoras utilizaram conceitos e procedimentos semelhantes aos que seus alunos usariam e puderam refletir sobre suas próprias práticas de sala de aula. Além disso, destacaram características específicas de determinadas turmas, trocando informações e experiências sobre questões pedagógicas e procedimentais.

Nesse tocante, a construção da árvore de associação de ideias (Figura 5) deu visibilidade à ação *desenvolver em conjunto* que foi norteadada por ações secundárias relativas às etapas de uma atividade de modelagem, tais como experimentar, relacionar, modelar. Ao assumir o papel de modeladoras no desenvolvimento da atividade, as professoras se depararam com a necessidade de revisitar conceitos e procedimentos, além de se posicionar na defesa de suas concepções e de se abrir para a compreensão de novas ideias.

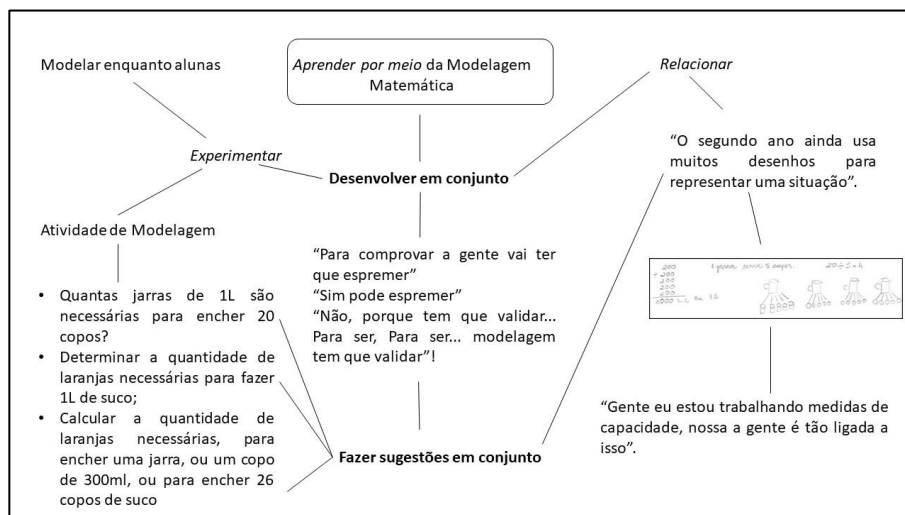


Figura 5. Árvore de associação de ideias aprender sobre Modelagem Matemática.

Os encaminhamentos proferidos nas ações empreendidas no Episódio 2 permitiram que as professoras se preparassem para o planejamento de aulas com modelagem, que se configurou como Episódio 3. Ao se depararem com atividades com a mesma característica, poderiam pensar em como auxiliar os alunos no desenrolar da atividade.

A reflexão sobre a prática com Modelagem foi pertinente para as professoras perceberem as possibilidades de aprendizagem – tanto para os estudantes como para as professoras. Assim, as professoras que desenvolveram as práticas puderam destacar o que foi satisfatório e o que não foi, com a reflexão empreendida no grupo colaborativo.

Tanto o Episódio 3 quanto o Episódio 4 favoreceram a dinâmica do eixo *ensinar usando* Modelagem Matemática pautado na colaboração, consistindo em um ambiente propício à ampliação do conhecimento das professoras dos Anos Iniciais sobre Matemática, além dos participantes poderem conhecer os aspectos teóricos e metodológicos que tange a Modelagem Matemática na sala de aula. Essa característica permitiu às professoras, a partir da ação *planejar em conjunto*, raiz da árvore (Figura 6), associar conhecimentos (matemáticos) e elaborar encaminhamentos pautados na Modelagem, antecipando situações que poderiam acontecer em sala de aula.

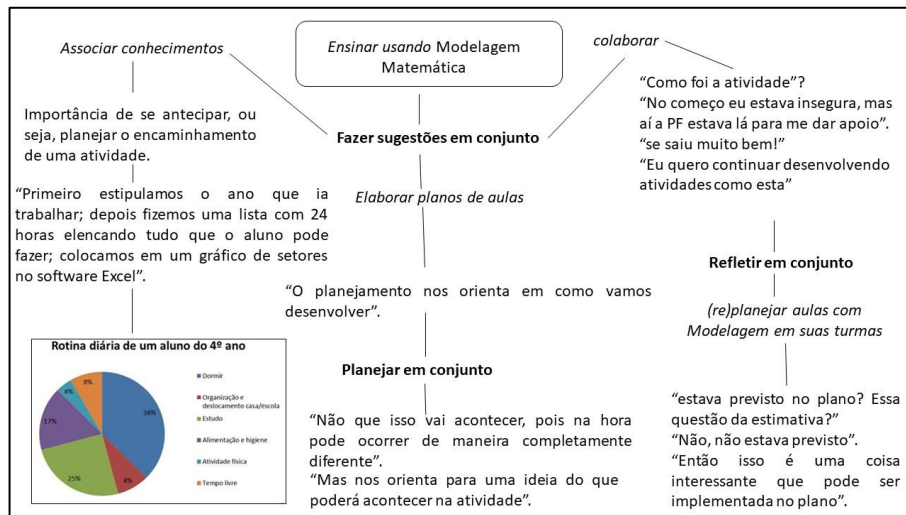
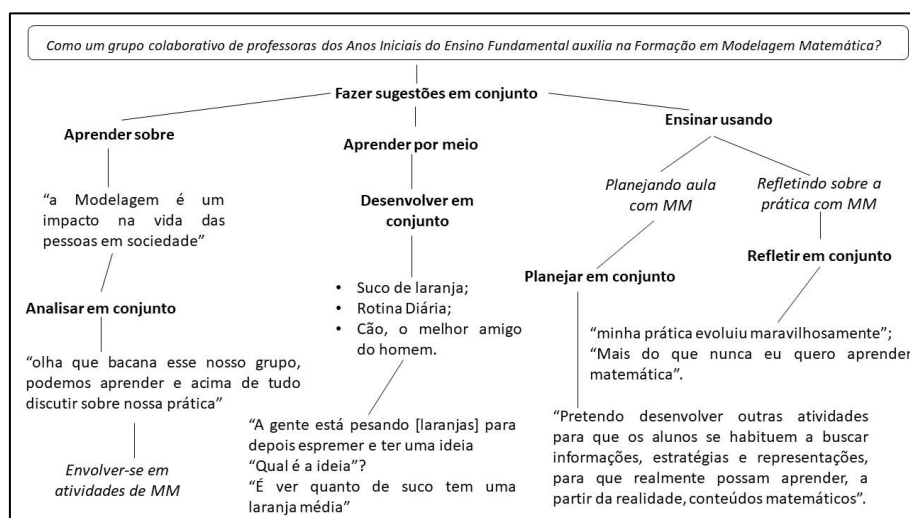


Figura 6. Árvore de associação de ideias ensinar usando sobre Modelagem Matemática.

Com isso, evidenciamos que a formação em Modelagem Matemática no grupo colaborativo foi permeada por ações que possibilitaram às professoras desenvolver juntas, planejar juntas e analisar juntas aspectos relativos tanto à teoria quanto à prática em/com Modelagem Matemática.

Levando em consideração os laços de amizade e companheirismo das professoras entre si e com as formadoras, fazer sugestões em conjunto no grupo colaborativo consistiu numa ação transversal nos momentos de formação. Isso porque as sugestões foram concebidas como parte formativa e de auxílio no trabalho do grupo (Figura 7).

Figura 7. Árvore de associação de ideias da formação em Modelagem Matemática.



Tendo em vista a natureza colaborativa do grupo e o compromisso das professoras com a melhoria do ensino, a ação *analisar em conjunto* se fez presente durante as discussões. O eixo *aprender por meio* favoreceu a predisposição para a construção de conhecimentos que articularam teoria e prática, determinantes para *desenvolver em conjunto* as três atividades de Modelagem. Proporcionar o envolvimento das professoras na formação em Modelagem por elas vivenciadas fez com que sentimentos que antes se configuraram como insegurança, se configurassem em uma nova oportunidade para (re)pensar suas práticas.

As ações *planejar em conjunto* e *refletir em conjunto* (no que se refere às discussões relativas à prática) foram essenciais para os encontros de formação que permearam o eixo *aprender usando*. Assim, evidenciamos que vivenciar os aspectos teóricos sobre Modelagem, desenvolver atividades de Modelagem enquanto alunas e planejar e desenvolver as atividades em suas salas de aula, oportunizaram experiências que fizeram com que as professoras se mostrassem motivadas em continuar desenvolvendo atividades de Modelagem.

Corroboramos as ideias de Almeida e Silva (2015) que destacam que são diversas as razões para o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, pois, ao evidenciar as ações das professoras, pudemos inferir que houve motivação e interesse por parte delas em desenvolver em suas turmas experiências com Modelagem, fato este que se fez presente nos diálogos durante os encontros de formação.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Reconhecendo a importância de ações que empreendem esforços na formação de professores dos Anos Iniciais, nos empenhamos em organizar e implementar um projeto de extensão que se configurou como um grupo colaborativo na intenção de abordar conteúdos matemáticos e tendências da Educação Matemática. Com isso, de certo modo, buscamos estreitar laços entre IES e instituições municipais, aproximando a universidade da escola.

Os participantes do grupo colaborativo, em especial as professoras dos Anos Iniciais, encontraram um ambiente de formação em que tiveram oportunidade de “estudar e discutir questões referentes à prática pedagógica, guiada pela teoria” (Coelho, 2017, p. 349), ao mesmo tempo em que colocaram a *mão na massa* por meio do desenvolvimento e planejamento de atividades. Neste ambiente se estabeleceu uma troca de conhecimento mútuo tanto por parte das professoras formadoras quanto por parte das professoras em formação.

O que podemos evidenciar é que neste grupo a colaboração se estabeleceu como o laço que contribui para entender a complexidade do processo educativo, ao passo que ajudou a solucionar problemas em sala de aula (Imbernón, 2009). Além disso, o apoio e a parceria entre os participantes do grupo colaborativo se mostraram essenciais nas práticas de sala de aula não apenas ao planejar a atividade, mas dialogando sobre suas inseguranças, conteúdos matemáticos, metodologias e parcerias na implementação.

Neste artigo, nos debruçamos em analisar como o grupo colaborativo constituído por nove professoras dos Anos Iniciais, três professoras formadoras e uma pesquisadora-formadora auxiliaram na formação em Modelagem Matemática dos participantes. Embora a temática seja crescente nas pesquisas da área (Oliveira, 2017), lacunas ainda existem no que tange à formação em Modelagem Matemática neste nível de ensino.



Reconhecemos que na comunidade científica brasileira existam ações que estruturam modelos de formação em Modelagem, como os relatados nas pesquisas de Martins et al. (2018) e Mutti e Klüber (2021), e alinhadas a essas ideias e aquelas próprias a que desempenhamos em nossos trabalhos, nos empenhamos em organizar o projeto de extensão seguindo a formação subsidiada no tripé *aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando*, já estruturado por Almeida e Silva (2015) no contexto de um grupo colaborativo.

No que consiste a evidenciar ações do como tal grupo colaborativo auxilia na formação em Modelagem, encontramos na Árvore de Associação de Ideias (Spink, 2013) encaminhamentos de análise que nos possibilitaram a proximidade com os dados e o processo de análise.

A configuração dos esquemas que representam as árvores para cada eixo de formação nos permitiu evidenciar aspectos do grupo colaborativo que consiste no *fazer sugestões em conjunto*. Isso porque a abordagem teórica relativa à Modelagem foi empreendida após o desenvolvimento de uma primeira atividade. Todas as três atividades foram desenvolvidas e, posteriormente, planejadas em conjunto, considerando aspectos particulares de cada turma.

Forner e Malheiros (2020) afirmam que trocas de experiências se aliam a perspectivas teóricas em *espaços colaborativos de formação em modelagem*. Em nossa pesquisa, o grupo colaborativo associou ações a partir de uma experiência enquanto modeladoras com aportes teóricos da Modelagem.

Nos encaminhamentos empreendidos, as professoras tiveram oportunidade de *experimentar* e se envolver (Blum & Borromeo Ferri, 2016) com três atividades enquanto modeladoras, relacionando com conceitos e procedimentos matemáticos que vivenciam em suas aulas. Essa estratégia se fez pertinente na formação de professores, pois entendemos que antes de implementar uma atividade, se faz necessário seu desenvolvimento, já que os professores, devem, no mínimo, conhecer as tarefas matemáticas que estão planejando pedir a seus alunos (Blum & Borromeo Ferri, 2016).

O detalhamento do planejamento foi se tornando cada vez maior à medida em que as professoras se familiarizavam com atividades de modelagem e com isso discussões sobre “formas de lidar com a situação, bem como potencialidades e constrangimentos na situação” (Stillman, 2017, p. 170) se fizeram presentes. Além disso, a troca de ideias após a prática possibilitou um (re)planejar aulas com Modelagem colocando em evidência a necessidade de “algumas adaptações aos encaminhamentos, visto que é na prática que a atividade se configura e pode sofrer ajustes” (Silva, Pires & Gomes, 2020, p. 20).

As ações que emergiram no contexto do projeto de extensão são prerrogativas para a formação e atuação do professor nas aulas com Modelagem Matemática. Entendemos que essas ações “podem fomentar a prática do professor no que se refere à introdução de Modelagem Matemática em suas aulas” (Almeida et al., 2012, p. 24).

Os empreendimentos apresentados neste artigo se concentraram na formação em Modelagem Matemática de professoras dos Anos Iniciais em um grupo colaborativo constituído em um projeto de extensão. O que almejamos para pesquisas futuras consiste em formar grupos colaborativos, nas escolas em que essas professoras lecionam, com o intuito de que ações conjuntas sejam implementadas. Isso porque entendemos assim como Malheiros et al. (2021) de que “é preciso que ações mais próximas às escolas, e mais duradouras, sejam realizadas, para que os docentes se sintam mais seguros em levar atividades de Modelagem para suas aulas” (p. 1).





## REFERÊNCIAS

- Almeida, L. M. W. (2018). Considerations on the use of mathematics in modeling activities. *ZDM*, *50*(1/2), 19-30. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0902-4>
- Almeida, L. M. W., & Silva, K. A. P. (2015). Práticas de professores com Modelagem Matemática: Algumas configurações. *Educação Matemática em Revista*, *20*(46), 6-15. Retirado de: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/498>
- Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto.
- Blum, W., & Borromeu Ferri, R. (2016). Advancing the teaching of mathematical modeling: Research based concepts and examples. In C. R. Hirsh & A. McDuffie (Eds.), *Mathematics modeling and modeling mathematics* (pp. 55-77). Reston: NCTM.
- Coelho, M. A. V. M. P. (2017). Grupos colaborativos na formação de professores: uma revisão sistemática de trabalhos brasileiros. *Zetetiké*, *25*(2), 345-361. <https://doi.org/10.20396/zet.v25i2.8647600>
- Cyrino, M. C. C. T., Garcia, T. M. R., Oliveira, L. M. P., & Rocha, M. R. (2014). *Formação de professores em comunidades de prática: frações e raciocínio proporcional*. Londrina: EDUEL - Universidade Estadual de Londrina.
- Dawn, N. K. E. (2018). Towards a professional development framework for mathematical modeling: the case of Singapore teachers. *ZDM*, *50*(1/2), 287-300. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0910-z>
- Ferreira, A. C. (2006). Trabalho colaborativo e desenvolvimento profissional de professores de Matemática: Reflexões sobre duas experiências brasileiras. *Quadrante*, *15*(1/2), 121-144. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22803>
- Fiorentini, D. (2004). Pesquisar Práticas Colaborativas ou Pesquisar Colaborativamente? In M. C. Borba & J. L. Araujo (Eds.), *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática* (pp. 47-76). Belo Horizonte: Autêntica.
- Forner, R., & Malheiros, A. P. S. (2020). Constituição da Práxis Docente no contexto da Modelagem Matemática. *Bolema*, *34*(67), 501-521. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a08>
- Gomes, J. C. S. P. (2018). *Professoras dos anos iniciais em práticas de Modelagem Matemática*. (Dissertação de mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil. Retirado de: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3901>
- Gomes, J. C. S. P., Silva, K. A. P., & Dalto, J. O. (2019). Professoras dos anos iniciais em uma experiência com Modelagem Matemática. *Zetetiké*, *27*, 1-23. <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8651829>
- Imbernón, F. (2009). *Formação permanente do professorado: novas tendências*. São Paulo: Cortez.



- Jesus, C. C. (2017). *Perspectiva do Ensino Exploratório: Promovendo aprendizagens de professores de Matemática em um contexto de Comunidade de Prática*. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil. Retirado de: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000216849>
- Malheiros, A. P. S., Souza, L. B., & Forner, R. (2021). Olhares de docentes sobre as possibilidades da Modelagem nas aulas de Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(2), 1-22. <https://doi.org/10.26843/rencima.v12n2a04>
- Martins, S. R., Mutti, G. S. L., Carvalho, F. J. R., & Klüber, T. E. (2018). Grupos de estudos em contextos de formação em modelagem matemática: o sentido atribuído por professores a partir de artigos publicados em periódicos. *Contexto & Educação*, 33(104), 417-457. <https://doi.org/10.21527/2179-1309.2018.104.417-457>
- Mendonça, L. O., & Lopes, C. E. (2017). Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. *Zetetiké*, 25(2), 305-323. <https://doi.org/10.20396/zet.v25i2.8648493>
- Mutti, G. S. L., & Klüber, T. E. (2021). Adoção da Modelagem Matemática para professores em um contexto de formação continuada. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(2), 1-27. <https://doi.org/10.26843/rencima.v12n2a07>
- Nunomura, A. R. T. (2021). *Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: um olhar para os registros de representação semiótica*. (Dissertação de mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil. Retirado de: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/24665>
- Oliveira, W. P. (2017). Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 98(249), 503-521. <https://doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.98i249.2630>
- Rosa, C. C. (2018). Modelagem matemática e formação de professores: um diálogo entre ensinar e aprender. *Perspectivas da Educação Matemática*, 11(25), 241-258. Retirado de: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/6614>
- Silva, K. A. P., Pires, M. N. M., & Gomes, J. C. S. P. (2020). Pensando a Modelagem Matemática na Educação Infantil. *Perspectivas da Educação Matemática*, 13(32), 1-23. <https://doi.org/10.46312/pem.v13i32.9981>
- Silva, V. S. (2018). *Modelagem Matemática na formação inicial de pedagogos*. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, Brasil. Retirado de: <https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/2640>
- Silva, V. S., & Klüber, T. E. (2012). Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação imperativa. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(2), 228-249. Retirado de: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/394/199>
- Souza, T. J., Oliveira, J. S., & Atiie, J. P. (2017). Grupo colaborativo contribuindo para a formação dos Licenciandos em Matemática. *Revista de Educação Matemática*, 14(16), 93-101. Retirado de: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/36/pdf>



- Spink, M. J. (2013). *Práticas discursivas e produção de sentidos no cotidiano*. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais.
- Stillman, G. A. (2017). Enabling Anticipation Through Visualisation in Mathematising Real-World Problems in a Flipped Classroom. In G. A. Stillman, W. Blum & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education* (pp. 163-173). New York: Springer.
- Teodoro, F. P., & Kato, L. A. (2021). A recontextualização pedagógica operada em uma prática de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(2), 1-27. <https://doi.org/10.26843/rencima.v12n2a03>

\*

**Received:** December 14, 2020

**Revisions required:** April 2, 2021

**Accepted:** June 1, 2021

**Published online:** June 30, 2021

