

AS DIFICULDADES DOS ALUNOS DE UMA TURMA DO 2º ANO DO 1º CEB NA CONSTRUÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

Daniela Aperta¹ & Susana Colaço¹

¹Instituto Politécnico de Santarém, Escola Superior de Educação

RESUMO

O presente artigo enquadra-se num estudo realizado no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada do mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo de Ensino Básico (CEB). O objetivo deste estudo foi identificar as principais dificuldades dos alunos de uma turma de 2ºano do 1º CEB na construção e interpretação de gráficos. A abordagem é de natureza qualitativa, embora alguns resultados sejam analisados quantitativamente. É um estudo exploratório que envolve a turma e em particular dois pares de alunos. Foram realizadas duas tarefas, a primeira relacionada com a interpretação de gráficos e a segunda envolvendo a construção e a interpretação. Os instrumentos de recolha de dados foram as produções escritas dos alunos, bem como o registo áudio e vídeo. As principais dificuldades dos alunos são analisadas e discutidas tendo por base um quadro de referência teórico (Curcio (1989) e Bright e Friel (1998)).

Os resultados mostram que os alunos possuem dificuldades na leitura de gráficos nas categorias *ler entre dados* e *ler além dos dados* (Curcio, 1989). Na construção de gráficos as dificuldades prendem-se com o desenho das barras, a escala do gráfico e a colocação dos elementos essenciais.

Palavras chave: Gráficos; Organização e tratamento de dados; dificuldades dos alunos.

ABSTRACT

The following article was compiled in the context of supervised teaching practice. The main goal of this research was to identify second grade students' difficulties in designing and interpreting graphs as well as analysing data. For this study, students were placed in pairs but only two pairs were chosen for the case study on a qualitative level while the remaining students were assessed quantitatively.

The results were compiled from two tasks; the first one being the interpretation of graphs and the second one involving both construction and interpretation. The tools used to collect this information were the students' written assignments, audio and video recordings. The students' main difficulties were analysed and discussed according to the conceptual framework (Curcio (1989) e Bright e Friel (1998)).

The results showed that the students had more difficulties when reading and interpreting graphs in the categories of *reading between and beyond data* (Curcio, 1989). With regards to the construction of graphs, students found the designing of bars, the scale and the positioning of the essential elements difficult.

Keywords: Graphs; Organization and data treatment; Students difficulties.

INTRODUÇÃO

A presente investigação foi realizada no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada (PES), no mestrado Educação e Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º CEB ministrado na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Santarém.

Durante o 1º ano do mestrado, tive oportunidade de participar num estudo no âmbito do projeto financiando pela FCT (PTDC / CPE-CED / 117933 / 2010), que visava conhecer o conhecimento dos futuros professores e educadores em estatística. Durante este estudo implementei em contexto de sala de aula uma investigação estatística e pude verificar algumas dificuldades dos alunos do 1º CEB na construção e interpretação de gráficos. Estes resultados motivaram-me para investigar mais sobre o assunto e após este estágio fui tentar identificar, através do estudo que aqui é apresentado, as principais dificuldades dos alunos de uma turma do 2º ano do 1º CEB ao nível da construção e interpretação de gráficos.

O presente artigo está organizado em quatro secções: revisão da literatura; metodologia, análise e discussão de dados e conclusões finais.

REVISÃO DA LITERATURA

Batanero (2001) refere que a partir do século XX a estatística ganhou uma maior importância nos currículos internacionais. Carvalho (2009), Cruz & Henriques (2010), Gal (2004), Martins & Ponte (2011) e ME/DEB (2007) evidenciam a importância da presença da estatística nos currículos de matemática, não só para o desenvolvimento de conhecimento relacionado com a estatística, mas, acima de tudo, como meio para construir cidadãos cada vez mais conscientes e capazes de exercer a sua cidadania. Isto deve-se ao facto de, atualmente, vivermos rodeados de informações estatísticas e neste sentido, os alunos deverão ser capazes de ler e refletir sobre os gráficos de forma crítica (Gal, 2004 e Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

Segundo Guerreiro (2009) este foi um dos temas matemáticos ao qual foi atribuído maior destaque, com a renovação do Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (ME/DEB, 2007). A estatística e as probabilidades passaram a fazer parte de um tópico do programa, denominado como Organização e Tratamento de Dados. Assim sendo, neste programa a OTD surge como um tema matemático cujos objetivos gerais da aprendizagem se prendem com a exploração e interpretação de dados e a realização de estudos estatísticos que envolvam a recolha, a organização e representação de dados e sua comunicação.

Com a reformulação do programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2013), houve um certo retrocesso no que respeita ao trabalho na OTD, visto que neste documento é dado destaque à representação e ao tratamento de dados, não existindo referência à realização de estudos estatísticos que envolvam estas diferentes fases.

Batanero, Godino, Vallecillos, Green & Holmes (1994) referem ser essencial a identificação dos erros e dificuldades dos alunos, no que respeita à estatística, de forma a organizar o ensino e aprendizagem, programar e propor situações didáticas, que lhes permitam superar as mesmas.

Curcio (1989) menciona que o conhecimento do sujeito, perante determinado tipo de gráfico, depende de ter sido exposto, ou não, a uma experiência significativa anteriormente. Cruz & Henriques (2010) referem que as dificuldades dos alunos são

transversais aos vários níveis de ensino. Neste sentido, a omissão de eixos e as respectivas legendas e rótulos são os erros mais comuns, na construção de gráficos de barra. Os alunos demonstram dificuldades na adequação da escala e no desenho das barras, pois quando os dados são fornecidos em tabela, os alunos marcam no eixo das ordenadas as frequências das várias categorias, pela ordem que são apresentados. Outras dificuldades encontradas são: a) não uniformidade da largura e espaçamento entre as barras; e b) alturas das barras não serem proporcionais ao número de casos.

Carvalho (2009) refere ainda as dificuldades que os alunos possuem na interpretação de gráficos e o que isso condiciona na percepção total da informação contida nesse tipo de representação. Curcio (1989) indica que a capacidade de ler dados num gráfico é importante, mas a interpretação e a generalização dos dados do gráfico permite tirar o máximo potencial do mesmo. Num estudo realizado pelo GAVE (GAVE 2003) verificou-se que os alunos, incluindo os portugueses, apresentam muitas dificuldades ao nível da leitura de gráficos e adequação das escalas. O mesmo documento evidencia que "os resultados são muito desfavoráveis quando o nível de reflexão requerido é mais elevado", quando é necessário conjugar informação diversificada, "ou quando os conceitos envolvidos são mais abstratos". (GAVE, 2003, p. 44).

Curcio (1989) identifica três níveis diferentes de compreensão de dados, independentemente do seu tipo – ler os dados (o indivíduo apenas lê o gráfico, ou seja, retira a informação da legenda ou nos eixos - apenas identifica dados explicitamente expressos no gráfico/tabelas), ler entre os dados (o indivíduo já realiza alguma interpretação dos dados, comparando-os e utilizando conceitos e competências matemáticas) e ler para além dos dados (o indivíduo deduz um determinado resultado, em função de outros, não se baseado apenas nos resultados obtidos no gráfico, extravasando para outros, realizando previsões e inferências a partir dos resultados obtidos). Curcio (1989) refere que as principais dificuldades dos alunos revelam-se, sobretudo, nos dois níveis (ler entre os dados e além dos dados). Para além disso verificou que relativamente à idade/nível de escolaridade dos alunos, estas dificuldades são diferentes. Curcio (1989) refere que as crianças mais pequenas possuem conhecimentos mais concretos e que ressaltam mais à vista do gráfico, em detrimento de conhecimentos relacionados com conteúdos matemáticos. Para este

autor o trabalho de estatística com estas crianças deve passar por serem elas mesmas a recolher, tratar, organizar e analisar os resultados.

Batanero et al. (1994) identificam outras dificuldades apresentadas pelos alunos, nomeadamente, completarem uma questão que está parcialmente respondida. Neste sentido Jones, Thornton, Langrall, Monney, Perry & Putt (2000) através do seu estudo descobriram que os alunos possuem dificuldades em preencher um gráfico, parcialmente construído, associado a um determinado conjunto de dado.

Carvalho (2009) refere ser importante desenvolver, simultaneamente, competências que auxiliem os indivíduos a compreender e interpretar a informação presente na representação gráfica, mas também a estarem atentos a possíveis erros que estes possam conter (capacidades de observação e sentido crítico).

METODOLOGIA

O presente estudo consistiu na realização de duas tarefas, por alunos de uma turma do 2º ano do 1º CEB, no âmbito da Organização e Tratamento de Dados, passando pela organização e análise de dados e teve como principal objetivo identificar as principais dificuldades dos alunos na construção e interpretação de gráficos. Deste modo, foi utilizada uma metodologia qualitativa, de cunho interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994), recorrendo a dois estudos de caso. Segundo (Ponte, 1994), os investigadores que adotam esta metodologia, para além de se focarem nos resultados, estão preocupados em compreender o processo que os origina.

Os resultados de toda a turma do 2º ano foram alvo de análise (quantitativa), sendo que o principal foco da recolha de dados foram os dois pares (par 1 e par 2), que constituíram os casos. Para a recolha dos dados recorreu-se à análise documental produzida pelos alunos e também a análise das gravações áudio e vídeo das aulas em que as tarefas foram implementadas. A apresentação dos dados está organizada da seguinte forma: primeiro é apresentada a tarefa de uma forma muito sintética, de seguida os resultados quantitativos relativamente à prestação da turma e por último é feita análise qualitativa relativamente à realização das tarefas pelos dois pares que foram analisados com maior profundidade. No trabalho a pares pretendia-se que os alunos debatesses as suas ideias sobre a forma de resolver cada uma das tarefas, embora a produção fosse individual. O par 1 era constituído por duas alunas, uma com

mais dificuldades no domínio da matemática que a outra. O par 2 por era composto por dois alunos, ambos bons alunos a matemática.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Interpretação de gráficos

Tarefa 1 - O calçado que nós usamos

Esta tarefa era essencialmente composta por questões de escolha múltipla. Estas foram adaptadas de Curcio (1989), tendo por base a análise de um gráfico, também este adaptado de Curcio (1989). Existia ainda uma questão aberta, adaptada de Serrazina (2000), sendo que as primeiras seis questões eram direcionadas para a interpretação de um gráfico e as restantes para um segundo gráfico. As primeiras seis questões contemplavam tarefas de compreensão: três questões eram de leitura direta (requeriam uma leitura literal dos dados - título, eixos e rótulo - nível ler os dados, Curcio 1989); duas questões de comparação (requerem comparações e a utilização de conceitos e competências matemáticas - nível ler entre os dados, Curcio, 1989); e uma questão de inferência (requerem competências de inferência e previsão - nível ler além dos dados, Curcio, 1989), sétima e última questão era direcionada para leitura direta dos dados.

Os resultados foram organizados em categorias, tendo em consideração o tipo de questões colocadas na tarefa: *Ler os dados; Ler entre os dados e Ler além dos dados*. Salienta-se que a formação das categorias tiveram por base os trabalhos de Curcio (1989). Para agrupar as questões tendo em consideração as categorias, procedeu-se a uma breve descrição das mesmas.

Após a análise da realização das tarefas estas foram classificadas tendo por base as categorias de Curcio (1989), (ver quadro 1).

A primeira questão estava enquadrada na categoria *ler os dados*, sendo que a maioria dos alunos não apresentou grandes dificuldades na realização da mesma (66% alunos respondeu corretamente). No entanto, 3 alunos (33%) não responderam de forma correta. Pereira-Mendoza & Mellor (1991) referem que os alunos possuem dificuldades em retirar informações do gráfico. No caso deste gráfico, sem título, os alunos tinham de compreender qual a informação que o gráfico transmitia.

QUADRO 1 - CATEGORIAS E SUBCATEGORIAS CRIADAS SOBRE A INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS, BASEADO EM CURCIO, 1989

Categoria	Descrição
Ler os dados	Os alunos apenas leem o gráfico, ou seja, retiram a informação da legenda ou nos eixos - apenas identifica dados explicitamente expressos no gráfico/tabelas.
Ler entre os dados	Os alunos realizam alguma interpretação dos dados, comparando-os e utilizando conceitos e competências matemáticas.
Ler além dos dados	Os alunos deduzem um determinado resultado, em função de outros, não se baseado apenas nos resultados obtidos no gráfico, extravasando para outros, realizando previsões e inferências a partir dos resultados obtidos.

Relativamente à segunda questão, os alunos apenas teriam de identificar o tipo de calçado com maior frequência, isto é a moda, através da informação do gráfico, o que passava por identificar o calçado que correspondia à barra mais alta. Esta questão enquadrava-se na categoria Ler os dados, e não apresentaram quaisquer dificuldades.

A terceira questão classifica-se também na categoria Ler os dados. Esta, à semelhança da anterior, também não levantou quaisquer dúvidas ao grupo de alunos, sendo que todos responderam de forma correta.

Nesta situação o par 1 mostrou dificuldade na leitura do gráfico, ou seja, a recolher informação explícita do mesmo. Curcio (1989) menciona que a compreensão dos gráficos está dependente de três fatores, sendo que o que está aqui em causa é o conhecimento dos componentes dos gráficos (títulos, eixos, rótulos e vocabulário utilizado nos títulos e rótulos).

O par 2 demonstrou também alguma discordância quanto à opção a escolher, pois um dos alunos efetuou uma contagem pela barra, sendo que o seu par o alertou que tinham de ter em consideração a escala e a contagem.

A quarta questão enquadra-se na categoria Ler entre os dados. Nesta, os alunos teriam de verificar o total de alunos da turma (número de participantes). Assim sendo, 56% dos alunos (5 crianças) responderam corretamente e 44% (4 crianças) respondeu de forma incorreta. Comparando com as questões já analisadas, esta foi a que os alunos mais dificuldades apresentaram. Presume-se que isto tenha acontecido, pelo facto da informação não estar explícita no gráfico, ou seja, não é obtida de forma direta, mas sim indiretamente, recorrendo ao cálculo (Curcio, 1989). Abaixo apresenta-se o diálogo do par 1:

Inês: Fazemos a conta. Ora bem, vamos lá ver... 5, mete aqui 5, para fazermos a conta. Vamos ver agora deste...

Sandra: 8!

Inês: 7 é 7! 7 por baixo

Sandra: Agora a das sandálias?

Inês: 2, por baixo.

Sandra: E agora deste (botas)...é?

Inês: 6, por baixo. Agora fazes assim um risco e a conta. Então $5+7$? Não achas que é melhor $6+2$? Então 8. 8 com mais 7? Vamos contar pelos dedos...9, 10, 11, 12, 13, 14, 15. Com mais 5, 20!

Através deste diálogo é notório que um dos elementos do grupo apresentou mais dificuldades poderia chegar à resposta, mas através da entreaajuda conseguiu superar essa dificuldade. Para conseguirem responder, adicionaram todas as frequências absolutas.

No final, ambos concordaram que a resposta final seria 17 alunos, pela contagem que efetuaram através das barras.

Segundo Curcio (1989) as principais dificuldades dos alunos revelam-se, sobretudo, na leitura entre os dados e além dos dados. Estas dificuldades destacam-se sobretudo ao nível da interpretação de gráficos. Desta forma, os dados obtidos vão ao encontro da opinião de Curcio (1989).

A quinta questão é uma questão de resposta aberta, onde era pedido aos alunos que indicassem e justificassem qual poderia ser a estação do ano, na qual tinham sido recolhidos os dados. Ao acompanhar o trabalho desenvolvido todos os pares da turma, verificou-se que esta foi a questão que mais dúvidas/dificuldades levantou. Os alunos não sabiam muito bem o que responder, nem qual a justificação a dar. Tendo em consideração as respostas obtidas verificou-se que todos os pares indicaram uma estação do ano, no entanto, a justificações variaram muito. Duas crianças afirmaram que a estação do ano era na primavera, quatro no inverno e três no verão. Algumas justificações não apresentam qualquer ligação à estação do ano (É no verão. Os ténis são usados na ginástica); quatro crianças focam-se em apenas uma parte dos dados (o valor que mais e menos se repete), mas estabelecem uma ligação com a estação do ano selecionada (No inverno. Porque os ténis foram os mais escolhidos e é no verão, porque eles usam no verão sandálias.); e três crianças tiveram em consideração todos os dados, estabelecendo uma ligação com a estação do ano escolhida (É no verão

porque isto tudo usa-se no verão e É na primavera porque usamos sandálias na primavera e outro tipo de sapatos.). Os dados apresentados vão ao encontro dos resultados apresentados por Bright & Friel (1998), que evidenciam que os alunos, normalmente, utilizam a moda (valor que se repete mais vezes), para descrever os dados expostos num gráfico, uma vez que esta é de fácil identificação.

A análise destes dados permite perceber que a maioria dos alunos apenas efetua uma interpretação de uma parte dos dados. Uma menor parte das crianças não realizou qualquer ligação entre os dados e a estação do ano escolhida. As restantes crianças conseguem já efetuar um raciocínio inferencial, relacionando a estação do ano com o tipo de calçado observado.

Diálogo par 2:

Miguel: Em que estação do ano é que os dados da figura foram recolhidos? Porque é que tens essa opinião?

José: Acho que é no verão porque tem sandálias. Tu estás a escrever o quê?

Miguel: Eu acho que é no inverno.

José: Porquê?

Miguel: Porque foram os mais escolhidos referindo-se aos ténis).

José: Eu acho que é no verão.

O par não chegou a um consenso, embora nos dois casos se verifique que suportam as suas justificações apenas num subconjunto de dados. No caso do José, o facto de existirem sandálias nos dados observados leva-o a crer que os dados foram recolhidos no verão, enquanto o Miguel suporta a sua justificação no facto dos ténis terem sido o tipo de calçado mais observado.

A sexta questão situa-se na categoria *Ler entre os dados* e era de escolha múltipla. Nesta questão, 56% dos alunos conseguiram responder corretamente (5 alunos), sendo que 22% (2 alunos) apresentaram dificuldades em responder e os restantes 22% (2 alunos) não responderam à questão.

Diálogo par 1:

Inês: Se existissem mais 5 crianças a calçarem sandálias e mais duas a calçar sapatos, o que aconteceria? Escolhe apenas uma opção. Calma. Quanto é que nós temos de sandálias? Temos 2 crianças a calçar sandálias mais 5 fica 8 não é?

Sandra: Sim.

Inês: Calma, quantas calçam sapatos? Calçam 5, mais 2 dá 8, não é?

Sandra: Eu não sei.

Inês: Calma, aqui dá 8, aqui dá 8. Mas não há aqui nenhum com 8 (referindo-se às opções).

Investigadora: Quantas crianças é que calçam sandálias?

Inês: 2.

Investigadora: Mais 5?

Inês: 8.

Investigadora: 5+2?

Inês: 8

Investigadora: Vê lá melhor.

Inês: 7.

No caso deste par, a dificuldade encontrada foi na realização dos cálculos e não na recolha de informação do gráfico.

Como foi mencionado anteriormente, os alunos apresentaram maior dificuldade na interpretação do gráfico, no que se refere à leitura entre os dados e além dos dados. Principalmente na questão 5 também se verificou uma maior dificuldade entre os alunos pois além do raciocínio inferencial tinham que justificar a sua resposta (Curcio, 1989).

Nas questões seguintes, 7.1 e 7.2, era dado um gráfico de barras e era solicitado aos alunos que fizessem uma leitura dos mesmos relativas à categoria *Ler os dados*. É de salientar que na questão 7.1 e 7.2 os alunos não apresentaram dificuldades em responder e em ambas as alíneas 100% dos alunos respondeu corretamente. Contudo na questão 7.2 surgiram algumas dúvidas, nomeadamente, com o par 1 quando foi solicitada a indicação do valor de uma determinada barra numa situação em que a escala não estava completa.

Segundo Batanero et al. (1994) a maioria das crianças tem dificuldades em completar uma tarefa parcialmente completa. Neste caso a escala não estava completa, o que dificultou a compreensão da questão e a sua resolução.

Construção de gráficos

Segunda tarefa - Pacotes de leite

Esta segunda tarefa era composta por três questões, adaptadas de Cruz & Henriques (2010), nas quais os alunos tinham de construir um gráfico e em seguida analisá-lo (ver figura 1).

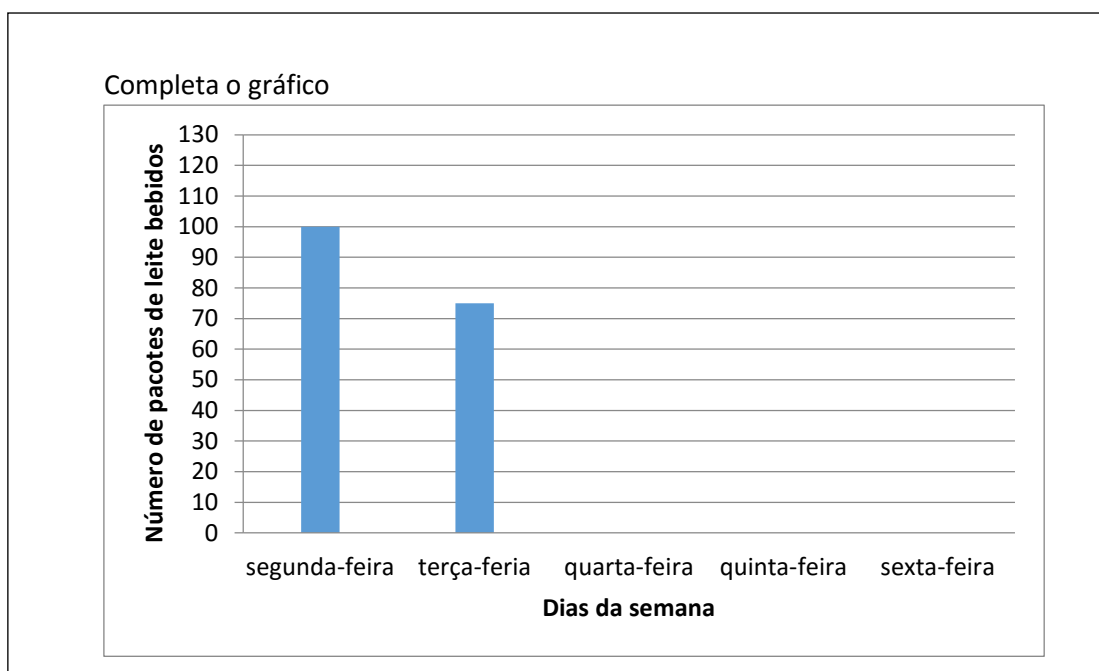


FIGURA 1. PARTE DA TAREFA PACOTES DE LEITE

Foram criadas categorias e subcategorias, para analisar os principais erros nos gráficos construídos pelos alunos, com base nas categorias em Cruz & Henrique (2010).

QUADRO 2 - CATEGORIAS E SUBCATEGORIAS SOBRE A CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

Categorias	Subcategorias	Descrição
Escala	Adequação da escala	A escala utilizada é / ou não adequada ao conjunto de dados fornecidos/ recolhidos.
	Origem da escala	A origem escala inicia em 0 ou e 1.
	Colocação da escala	A escala é colocada dentro da quadrícula ou fora dela.
Elementos essenciais do gráfico	Rótulos	Os alunos têm / ou não em consideração os rótulos, rotulando o gráfico
	Título	Os alunos têm / ou não em consideração o título, intitulado o gráfico
	Eixo horizontal	Os alunos têm / ou não em consideração o eixo horizontal.
Desenho das barras	Espaçamento entre barras	O espaçamento entre o desenho das barras é / ou não homogêneo.
	Largura das barras	A largura das barras desenhadas é / ou não homogênea.
	Altura das barras	A altura das barras desenhadas é / ou não proporcional ao número de casos.
	Centralização da barra com eixo horizontal	O desenho da barra está / ou não centralizado com o eixo horizontal.

Na primeira questão os pares tinham de completar um gráfico, com a informação da tabela. Este já continha duas barras e os alunos teriam que desenhar as restantes. Esta foi uma questão na qual os alunos sentiram algumas dificuldades. Segundo Jones et. al (2000) os alunos possuem dificuldades em preencher um gráfico, parcialmente construído, associado a um determinado conjunto de dados. No que respeita a construção do gráfico é de referir que foram encontradas algumas dificuldades por parte dos alunos. A categoria *Desenho das barras* é a única que se pode observar nesta tarefa. Assim sendo, foi observável que 100% dos alunos (9) desenharam as barras com um espaçamento heterogéneo; 11% dos alunos (1) desenharam barras com uma largura homogénea, enquanto os restantes 89% (8) desenharam barras com largura heterogénea; quanto à altura 56% dos alunos (5) desenharam barras desproporcionais ao número de casos - isto verificou-se no valor 125, sendo que as crianças desenharam o limite da barra entre o valor 100 e 120 - as restantes crianças (44%) tentaram colocar a barra entre o 120 e 130.

Todos os pares conseguiram efetuar esta questão autonomamente. Segundo os diálogos apresentados denota-se que os alunos sabiam onde tinham de marcar a altura da barra (com valor 125).

Diálogo par 1:

Inês: Agora é a da sexta, 125. Tão quer dizer que vamos ter que meter aqui, uma linha entre aqui (valores 120 e 130). Não pode ser nesta linha, mas tem de ser no meio desta linha.

Sandra: Nesta linha?

Inês: No meio desta! Tem de ser assim. Calma, vou-te explicar. Olha aqui, estás a ver? Está no meio

No que se refere à categoria *Desenho de barras* verificou-se que ambos os elementos não efetuaram um espaçamento homogéneo entre as barras; a largura das barras também não é homogénea em ambos os registos.

Diálogo par 2:

José: Como é que é agora?

Miguel: 125. É no meio. Tens que por no meio.

José: Isto é de 10 em 10

Miguel: Está aqui o 120, o 125 é o meio. Como aqui, está no meio (referindo-se ao valor 75).

As produções do par 2 são bastante idênticas ao par 1. O José tentou manter um espaçamento homogêneo entre as barras, enquanto na produção do Miguel o mesmo não se verificou. A largura das barras não foi homogênea em ambos os registos, contudo foi visível uma maior preocupação com a homogeneidade no registo do José, bem como uma maior centralização das barras com o eixo horizontal. Os dados recolhidos vão ao encontro dos resultados apresentados em Cruz & Henriques (2010), Wu (2004) e Morais (2010). Estes autores identificaram erros e dificuldades ao nível da construção dos gráficos, nomeadamente, no que se refere à largura homogênea entre as barras, espaçamento homogêneo, altura proporcional ao número de casos e centrar a barra com o eixo central.

No que diz respeito à segunda questão os alunos tinham que preencher uma tabela de frequência absoluta com *tally chart* e a partir daí construir um gráfico. Relativamente à tabela, a turma completou-a com facilidade. Foi observado que os alunos, apesar de saberem que o conjunto representado por IIII vale 5, efetuavam a contagem 1 a 1.

Relativamente à construção do gráfico, revelaram-se algumas dificuldades, nomeadamente, na categoria Escala. Assim sendo, 33% dos alunos (3) não efetuou escala; dos 67% dos alunos (6) que construíram escalas, 17% dos alunos (1 em 6) efetuou uma escala desadequada para o conjunto de dados fornecidos (variou de 10 em 10), 67% (4 em 6) dos alunos não teve em consideração o zero, iniciando a escala em 1; 33% (2 em 6) dos alunos colocaram a escala dentro da quadrícula. Foi possível verificar, na categoria Elementos essenciais do gráfico que 100% dos alunos omitiu os rótulos e títulos e 56% dos alunos (5) colocou o eixo horizontal. Por fim, no que respeita à categoria Desenho de barras verificou-se que 67% dos alunos (6) não manteve um espaço homogêneo entre barras; 11% dos alunos (1) não teve em consideração a homogeneidade relativa à largura das barras; 56% dos alunos (5) desenharam barras com altura não proporcional ao número de casos existente; e 80% (4 dos 5 alunos que realizou o eixo horizontal), não centralizou as barras nos valores do respetivo eixo.

Relativamente à construção do gráfico pelo par 1, verificou-se que na categoria Escala (construíram uma escala de 1 em 1); ambos os elementos não colocaram o zero; colocaram a escala fora da quadrícula, sendo que não tiveram em consideração a

posição da escala em relação à quadrícula. No que se refere à categoria Elementos essenciais do gráfico, observou-se que não colocaram nem rótulo, nem título, mas desenharam o eixo horizontal.

Diálogo par 1:

Inês: Pronto Sandra, agora vamos aqui escrever cão.

Sandra: Não é preciso escrever cão

Inês: Para saber é.

Através do diálogo percebe-se que, pelo menos um dos elementos do par compreende a importância do eixo horizontal (Inês), referindo que para saber o que significa a barra é necessário colocar a palavra cão. Já a Sandra considera não ser necessário colocar o eixo central, até o seu par lhe explicar. Cruz & Henriques (2010) referem que a maior parte dos alunos não tem em consideração o eixo horizontal e a sua legenda. Por fim, na categoria Desenho das barras verificou-se que ambos os elementos deste par mantiveram um espaçamento heterogêneo entre as barras; a Inês desenhou barras com uma largura homogênea, enquanto a Sandra realizou uma barra com largura diferente das restantes (talvez para centrar a barra com o eixo horizontal); a Inês desenhou barras proporcionais ao número de casos existentes, enquanto a Sandra desenhou uma barra que não corresponde ao número de casos existentes; ambas mostraram dificuldade em centrar a barra com o eixo horizontal. Os dados obtidos vão ao encontro de Cruz & Henriques (2010), uma vez que estes evidenciam algumas dificuldades dos alunos, nomeadamente, na largura e no espaçamento não uniforme das barras e a altura das mesmas não ser proporcional ao número de casos existentes. O par 2 não interagiu tanto como o par 1, sendo que não existiu uma troca de ideias como no par 1. No que respeita à construção do gráfico do par 2, verificaram-se algumas diferenças entre as produções de ambos. Na categoria Escalas ambos os elementos colocaram escala; O Miguel utilizou uma escala desadequada ao conjunto de dados fornecidos (a escala variava de 10 em 10), enquanto que a escala do José foi adequada (variava de 1 em 1); o Miguel colocou o zero, enquanto o José não; a colocação da escala também foi diferente entre os elementos do par, enquanto o José colocou a mesma dentro da quadrícula, o Miguel colocou fora, no entanto, não teve em consideração a posição da escala com as quadrículas.

No que se refere à categoria Elementos essenciais do gráfico, ambos os elementos não colocaram rótulos, nem título, nem o eixo horizontal.

Por fim, na categoria *Desenho de barras* verificou-se que o espaçamento entre as barras foi homogêneo em ambos os elementos; ambos desenharam barras com a mesma largura; a altura das barras, no caso do José foi proporcional ao número de casos existentes, no outro, pelo facto da escala estar desadequada, as barras não corresponderam ao valor que deveria. Contudo, se se contabilizar apenas o número de quadrículas, estão de acordo com os valores fornecidos.

Alguns dos aspetos relativos à categoria *Escala*, também estão presentes no trabalho de Cruz & Henriques (2010), nomeadamente, o facto de a escala não iniciar em zero. Contrariamente ao verificado pelas mesmas autoras (*idem*), verifica-se apenas um aluno que utiliza uma escala desadequada e 3 que não colocaram escala.

Também Cruz & Henriques (2010) e Wu (2004) identificam as mesmas dificuldades, no que se refere à construção dos gráficos, à omissão de rótulos e título. Wu (2004) evidencia que a ausência de títulos e rótulos é muito frequente. Carvalho (2009) menciona uma explicação para esta ocorrência, referindo que os alunos nem sempre possuem conhecimentos dos principais elementos do gráfico, sendo esses essenciais para a compreensão do mesmo. Segundo Curcio (1989) esses elementos são as escalas, títulos e eixos.

Relativamente à categoria *Desenho de barras*, os erros observados vão também ao encontro dos resultados de Cruz & Henriques (2010) e Morais (2010). Estes referem que uma das maiores dificuldades dos alunos é centrar as barras com os valores do eixo horizontal e a construção de barras unidas.

Na questão 3 não existia tabela de frequências, sendo que os dados foram fornecidos em bruto, conforme quadro 3.

QUADRO 3 – TAREFA: CORES PREFERIDAS DA TURMA DA MARIA

Cores preferidas da turma da Maria					
Azul	Vermelho	Verde	Amarelo	Castanho	Azul
Vermelho	Vermelho	Amarelo	Castanho	Verde	Castanho
Amarelo	Verde	Vermelho	Vermelho	Vermelho	
Verde	Amarelo	Azul	Amarelo	Amarelo	
Azul	Azul	Castanho	Verde	Verde	

Após a contabilização das frequências das diferentes categorias, todos os pares realizaram um gráfico de barras. No que respeita à categoria Escalas verificou-se que 44% dos alunos (4) não colocou escala; dos 56% (5 alunos) que efetuou escala, 80% dos alunos (4 em 5) não iniciou a escala em zero (apenas 1 o fez); 60% (3 em 5) colocou a escala dentro da quadrícula e 40% (2 em 5) colocou a escala fora da quadrícula, mas sem ter em consideração a posição da mesma em relação à quadrícula.

No que se refere à categoria *Elementos essenciais do gráfico* verificaram-se resultados idênticos à questão anterior. Tal como na questão anterior, nenhum dos alunos colocou rótulos ou título. No entanto, verificou-se uma diferença quanto ao eixo horizontal. Anteriormente apenas 56% dos alunos tinha colocado o eixo horizontal, nesta questão 89% dos alunos (8) efetuou-o.

No que respeita a categoria *Desenho de barras*, verificou-se que 56% dos alunos (5) não desenhou as barras com uns espaçamentos homogéneo entre si; 100% dos alunos desenhou barras com uma largura homogénea; 56% dos alunos não desenhou barras com altura proporcional ao número de casos existentes; dos 8 alunos que efetuaram o eixo horizontal; 88% (7) não centralizaram as barras com o mesmo.

No que se refere ao número de alunos que não desenhou barras com alturas proporcionais ao número de casos existente, considera-se que isto se deva pelo facto de os dados terem sido fornecidos em bruto, pelo que estes tiveram de os agrupar e contar, para realizar o gráfico. O mesmo se verifica em Cruz & Henriques (2010), que referem "os poucos enganos deveram-se à falta de atenção na contagem" (p.494).

Dialogo par 1:

Inês: Queres fazer um gráfico igual ao outro? Agora pode ser diferente, mas queres fazer igual ao outro?

Sandra: Sim podemos fazer.

Inês: Então ora bem, vamos contar os azuis. 1, 2, 3, 4, 5. 5! Já contamos os azuis. Primeiro vamos meter os números [referindo-se à escala].

Através deste diálogo é perceptível a forma como o par procedeu para organizar os dados em bruto num gráfico. Relativamente à construção do gráfico pelo par 1 verificou-se que este na categoria Escalas colocou uma escala adequada de 1 em 1; não teve em consideração o zero; a Sandra colocou a escala dentro da quadrícula e a Inês fora, não tendo em consideração o posicionamento da escala em relação à quadrícula.

No que se refere à categoria *Elementos essenciais do gráfico*, tal como o grupo todo, não colocaram nem rótulos, nem título, mas desenharam o eixo horizontal.

Por fim, na categoria *Desenho de barras* verificou-se que o espaçamento entre as barras não foi homogêneo em ambas; tanto a Inês como a Sandra desenharam barras com uma largura homogênea; a altura das barras foi proporcional ao número de casos existentes e tiveram alguma dificuldade em centralizar as barras com o eixo horizontal. Na produção da Inês notou-se que a aluna tentou colocar o eixo horizontal centralizado com as barras, mas como um dos nomes das categorias, era comprido, colocou-o de lado da barra. Na produção da Sandra verificou-se que esta resolveu colocar o nome das categorias dentro das barras, uma vez que estes eram compridos. Carvalho (2009) refere que, relativamente, ao gráfico de barras, a maior dificuldade dos alunos é em relação à escala. Outra dificuldade é a proporcionalidade da altura das barras com a frequência representada. Li & Shen (1992) sugerem que este tipo de dificuldades é muitas vezes influenciado pela preocupação estética, presente nas realizações dos alunos.

Os elementos do par 2, no que respeita à construção do gráfico, demonstraram algumas diferenças nos seus resultados. Verificou-se que na categoria Escala José colocou uma escala adequada de 1 em 1 não considerando, no entanto, o zero.

Diálogo par 2:

Miguel: Olha José isto assim não se percebe. Assim não sabem quais foram as cores que fizemos primeiro. Temos de por um "v". Para mim vermelho vou por um "v".

José: Vou por aqui assim...vermelho.

Apesar do par não se ter mostrado muito colaborativo, este diálogo permite perceber que trocaram ideias e conhecimentos entre si, o que acabou por beneficiar a resolução de ambos. No que se refere à categoria *Elementos essenciais do gráfico* o par, como a restante turma, não colocou nem rótulos, nem título, mas realizou o eixo horizontal.

Por fim, na categoria *Desenho das barras* verificou-se que o espaçamento das barras foi homogêneo; a largura das barras também foi homogêneo; na altura das barras existiu uma diferença entre o par - o Miguel não desenhou barras proporcionais ao número de casos existente e o José desenhou de forma proporcional, mas fê-lo de uma forma muito interessante - desenhou as barras de forma decrescente, ou seja, desenhou primeiro as barras das categorias com maior frequência; ambos os

elementos tiveram dificuldade em centrar as barras com o eixo horizontal, sendo que isto foi mais visível na produção do José.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta secção serão apresentadas as principais conclusões do estudo, tendo em consideração duas dimensões, por um lado a interpretação de gráficos e por outro, a construção de gráficos. Em cada uma das dimensões ter-se-á em consideração a literatura já existente.

Após a análise das tarefas conclui-se que os alunos mostraram dificuldades quanto à leitura dos gráficos nas categorias *ler entre dados* e *ler além dos dados* (Curcio, 1989) e em gráficos que não estão completos acabam também por manifestar dificuldades na categoria *ler os dados*. Estes resultados vão ao encontro de Curcio (1989) que evidenciou que as principais dificuldades dos alunos revelam-se, sobretudo, nos dois níveis (*ler entre os dados* e *além dos dados*). Estas dificuldades destacam-se sobretudo ao nível da interpretação de gráficos. Batanero et al. (1994) identificaram outras dificuldades apresentadas pelos alunos, nomeadamente, no que se refere à conclusão de algumas tarefas. Neste sentido Jones, Thornton, Langrall, Monney, Perry e Putt (2000) através do seu estudo descobriram que os alunos possuem dificuldades em preencher um gráfico, parcialmente construído, associado a um determinado conjunto de dados (aspeto identificado neste estudo).

O facto de os alunos não possuírem conhecimentos prévios sobre o gráfico, torna a leitura do mesmo mais complexa. Isto verificou-se em vários casos. Por exemplo, na tarefa 2, questão 1 (pacotes de leite) no gráfico sem escala, os pares demonstraram dificuldade em localizar o limite da altura da barra. Disto resultou a não proporcionalidade entre a altura da barra e o número de casos existentes.

Outro caso identificado foi na tarefa 1, na qual existia um gráfico sem título e os alunos tinham de seleccionar a informação que o mesmo transmitia. Desta forma, foi identificável que os pares, nomeadamente o par 1, tiveram dificuldades em decidir qual a informação que o gráfico transmitia.

Curcio (1989) refere que a compreensão do gráfico e das relações matemáticas dependem dos conhecimentos prévios das crianças. O mesmo autor refere que o conhecimento do sujeito, em relação aos gráficos, depende de ter sido exposto ou não

a uma experiência significativa anteriormente. Visto que as crianças mais pequenas possuem conhecimentos mais concretos, em detrimento de conhecimentos mais relacionados com conteúdos matemáticos, considera-se que as dificuldades encontradas sejam naturais. Reforçando a ideia anterior, Curcio (1989) identifica que as crianças mais novas possuem mais dificuldades em interpretar um gráfico ao nível de ler entre os dados e ler além dos dados, pois possuem poucos conhecimentos prévios do gráfico.

Curcio (1989) indica que a capacidade de ler dados num gráfico é importante, mas a interpretação e a generalização dos dados do gráfico, permite tirar o máximo potencial do mesmo. Num estudo (GAVE 2003) verificou-se que os alunos, incluindo os portugueses, apresentam muitas dificuldades ao nível da leitura de gráficos e adequação das escalas, bem como em responder corretamente a questões. O mesmo documento evidencia que "os resultados são muito desfavoráveis quando o nível de reflexão requerido é mais elevado", quando é necessário conjugar informação diversificada, "ou quando os conceitos envolvidos são mais abstratos". (GAVE, 2003, pg. 44). O mesmo estudo verificou que nas questões relacionadas com a leitura de escalas os alunos, incluindo os portugueses, apresentaram dificuldades em responder. Assim sendo, segundo Curcio (1989) a melhor forma de trabalhar os gráficos com crianças mais novas, deve basear-se no seu envolvimento em atividades de recolha de dados nas suas vivências do quotidiano e levá-las a verbalizar as conclusões a que chegaram (relações e padrões observados). Esta parece ser uma das estratégias com mais potencialidades para melhorar o conhecimento, dos alunos, sobre as relações matemáticas presentes num gráfico.

Abrantes, Serrazina & Oliveira (1999) referem que "os gráficos não devem surgir como um fim em si mesmo, mas como um meio para comunicar um pensamento ou para investigar dados através de diferentes representações" (p.99).

Na construção dos gráficos os alunos mostraram dificuldades no desenho das barras, com a escala do gráfico e com a colocação dos elementos essenciais. Os resultados obtidos vão ao encontro de Cruz e Henriques (2010). Estes autores revelam que as dificuldades ao nível da construção de gráficos, não são específicas de um nível de ensino. Neste sentido, a omissão de eixos e as respetivas legendas e rótulos foram os erros mais encontrados. Outras dificuldades encontradas foram a adequação da

escala, a largura e espaçamento entre as barras não uniforme. Em alguns dos casos também foi visível a não proporcionalidade entre a altura da barra e o número de casos existentes. Wu (2004), Arteaga (2010) e Morais (2010) identificaram os mesmos erros e dificuldades ao nível da construção dos gráficos, nomeadamente, no que se refere à largura homogénea entre as barras, espaçamento homogéneo, altura proporcional ao número de casos e centrar a barra com o eixo central.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica (DEB).
- Arteaga, J. (2010). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tese de doutoramento apresentada à Universidad de Granada. Consultado a 6 de março de 2014 através de <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/artega.pdf>.
- Batanero, C., Godino, J., Vallecillos, A., Green, D. & Holmes, P. (1994) *Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts*. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25(4), pp. 527-547.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Bright, G. & Friel, S. (1998). *Graphical representations: Helping students interpret data*. In Lajoie, S. (Ed.), *Reflections on statistics: Learning, teaching, and assessment in Grades K–12* (pp.63–88). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carvalho, C. (2009). *Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da Estatística*. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H., Martinho & P. F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na escola* (pp. 22-36). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Curcio, F. (1989) *Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs*. *Journal for research in mathematics education*, 18(5) pp. 382-393.
- Cruz, A. & Henriques, A. (2010). *Erros e dificuldades de alunos do 1º ciclo na representação de dados através de gráficos estatísticos*. In Pinto, H., Jacinto H., Henriques, A., Silvestre, A. e Nunes, C. (Orgs) *Atas do XXIII Seminário de Investigação*

em *Educação Matemática* (pp. 483-499). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Gal, I. (2004) *Statistical literacy. Meanings, components, responsibilities*. In Ben-zvi, D. & Garfield, J. (eds.) *The challenge of developing statistical literacy and thinking*, pp. (47-78). New York: Kluwer Academic Publishers.

Guerreiro, A. (2009). *A construção de conceitos estatísticos pelos alunos*. Algarve: Escola Superior de Educação e comunicação.

Jones, G., Thornton, G., Langrall, C., Monney, C., Perry, B. & Putt, I. (2000) *A framework for characterizing children's statistical thinking*. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), pp. 269–307.

Li, K., & Shen, S. (1992) *Students' weaknesses in statistical projects*. *Teaching Statistics*, 14 (1), pp. 2-8.

Martins, M. & Ponte, J. (2011). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: ME/DGIDC.

Morais, P. (2010). *Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade*. Tese de mestrado apresentada à Universidade do Minho. Consultado a 6 de março de 2014 através de <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/14944>.

ME/DEB (2007) *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: ME/DGIDC.

ME/DEB (2013) *Programa e metas curriculares matemática ensino básico*. Lisboa: ME.

Pereira-Mendoza, I., & Mellor, J. (1991) *Students' concepts of bar graphs—some preliminary findings*. In D. Vere-Jones (ed.) *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*, pp. (150-157). Canadá: Newfoundland.

Ponte, J. (1994). *O estudo de caso na investigação em educação matemática*. *Quadrante*, 3 (1), pp. (3-18). Consultado a 5 de março de 2014, através de [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte_Estudo%20caso\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte_Estudo%20caso).pdf)

Wu, Y. (2004). *Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs*. Consultado a 7 de dezembro de 2013 através de <http://iase-web.org/documents/papers/icme10/Yingkang.pdf> Publications.