

O PAPEL DO CONTEXTO NAS TAREFAS MATEMÁTICAS

João Pedro da Ponte

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
jpponte@ie.ul.pt

Marisa Quaresma

Unidade de Investigação do Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
mq@campus.ul.pt

Resumo

Neste artigo, tendo por base a noção de modelo matemático, analisamos o papel do contexto nas tarefas matemáticas. Entendemos como contexto o universo experiencial associado a cada tarefa, que pode remeter para um campo da vida quotidiana em que o aluno tem maior ou menor experiência pessoal, ou remeter para o universo matemático. Começamos por apresentar diferentes abordagens sobre o papel do contexto nas tarefas matemáticas para, numa segunda parte, analisarmos exemplos de resolução por alunos de tarefas com vários contextos, procurando identificar as suas implicações no processo de aprendizagem. Argumentamos que na aprendizagem da Matemática os alunos precisam de trabalhar em diversos contextos – realísticos, de semi-realidade e matemáticos. Em cada tarefa, a atividade do aluno terá por base não só as suas experiências em contextos da realidade como as suas experiências matemáticas anteriores. Progressivamente ir-se-á libertando da necessidade de contextos da realidade, trabalhando num nível cada vez mais formal, sendo capaz de recorrer a contextos informais sempre que necessário. Deste modo, a própria Matemática constitui um contexto onde os alunos devem saber trabalhar. Além disso, o contexto de trabalho na sala de aula desempenha também um papel fundamental, devendo ser marcado por circunstâncias favoráveis à aprendizagem, de modo a estimular a interação construtiva entre os alunos, decorrente do trabalho do professor mais como orientador das aprendizagens do que como fonte exclusiva do saber e ser rico em materiais e tecnologias, onde os alunos se possam sentir confortáveis em apresentar o seu pensamento e argumentar as suas opiniões.

Palavras-chave: Contexto; Matemática; Realidade; Modelação.

Abstract

In this article, based on the notion of mathematical model, we analyze the role of contexts in mathematical tasks. As context, we take the experiential universe associated with each task, which may refer to a field of everyday life, in which the student has greater or lesser experience, or refer to the mathematics universe. We begin by presenting different approaches to the role of contexts in mathematics tasks and, in a second part, we analyze examples of students solving tasks with different contexts, seeking to identify their implications in the learning process. We argue that in mathematics learning, students need to work with various types of contexts – realistic, semi-really and mathematical. In each task, the activity of the student will thus not only be based on their experiences in realistic contexts but also on their previous mathematical experiences. Progressively students will have less need of real contexts, working at a level increasingly more formal, but they are able to use informal contexts always when necessary. Therefore, the mathematics itself is a context where students must know to work in. Moreover, the classroom work context plays a also central role and must be framed by circumstances conducive to learning, in order to stimulate constructive interaction between students, due to the teacher's job as coach of learning more than the single source knowledge and be rich in materials and technologies where students may feel comfortable in presenting their thinking and argue their opinions.

Keywords: Context; Mathematics; Reality; Modelling.

Introdução

Como ciência, a Matemática tem a sua linguagem própria, formalizada e impregnada de simbolismo. Os matemáticos têm um cuidado extremo nas definições dos objetos com que lidam procurando evitar toda a ambiguidade. Um raciocínio matemático só é aceite se for justificado por inferências logicamente válidas feitas a partir de definições e de propriedades dos objetos já anteriormente demonstradas ou assumidas como axiomas. Deste modo, a Matemática é um campo do saber autocontido que, à primeira vista, pode parecer nada ter a ver com a realidade extra-matemática¹.

¹ A distinção entre “Matemática” e “realidade extra-matemática” é problemática, pois, na verdade, a atividade matemática faz parte da própria realidade experiencial. Apenas para simplificar



No entanto, os resultados, ideias, conceitos e representações matemáticas têm larguíssimas aplicações em todos os campos da atividade social, da engenharia à medicina, ao desporto, à gestão bancária, à administração pública, etc.. A Matemática permeia a nossa vida diária em coisas tão banais como fazer uma pesquisa no computador, fazer uma compra numa loja ou ver as horas. Isto é uma evidência que poucos ousarão negar. Já a questão inversa, da origem das ideias matemáticas, é bem mais controversa. Enquanto alguns autores assumem que as ideias matemáticas são abstrações que é sempre possível relacionar de modo direto ou indireto com experiências no mundo real, outros consideram que na sua essência mais profunda, a Matemática traduz formas puras que não existem na realidade material ou social (Davis & Hersh, 1980).

Seja como for, há uma forte relação entre a Matemática e a realidade e nesta relação desempenha um papel fundamental a noção de “modelo matemático” (Davis & Hersh, 1988). Um modelo matemático é uma descrição simplificada de uma situação real, realizada através de conceitos, relações e representações matemáticas. No processo de modelação, começa-se por construir um modelo que represente a situação, depois, procura-se uma solução para o problema assim formulado em termos matemáticos, após o que se regressa à situação original, procurando interpretar nessa situação as soluções matemáticas obtidas e tirar as desejadas conclusões. É mesmo frequente falar-se em dois tipos de matemáticos, os “aplicados” que procuram construir e aperfeiçoar modelos matemáticos, analisando como certos métodos ou ideias matemáticas podem ser úteis na resolução de uma certa classe de problemas do universo extra-matemático e os matemáticos “puros” que trabalham exclusivamente no universo matemático, demonstrando novos teoremas e desenvolvendo novas teorias, sem qualquer interesse pelos domínios os estas podem vir a ser aplicadas.

Pelo seu lado, no ensino-aprendizagem da Matemática o trabalho pode também desenvolver-se de duas formas basicamente distintas, ou utilizando a linguagem própria da Matemática, os seus conceitos e representações, sem qualquer referência (ou apenas com referências mínimas) à realidade ou, pelo contrário, usando sistematicamente situações extra-matemáticas como ponto de partida para as atividades a realizar. Entre estas duas situações extremas, existe uma grande variedade de situações intermédias, em que nuns momentos se valoriza mais o trabalho num dos universos e

a discussão, assumiremos que podemos dividir a realidade experiencial em duas partes bem definidas – a matemática e a extra-matemática – e quando dizemos “realidade” referimo-nos apenas à “realidade extra-matemática”.

outras vezes no outro. Deste modo, mais do que saber apenas onde está o ponto de partida e qual a ênfase a dar ao trabalho com referência à Matemática ou à realidade extra-matemática, é importante analisar a relação que se estabelece entre os dois universos e que papel podem ter na aprendizagem da Matemática.

Neste artigo, analisamos o papel do contexto nas tarefas matemáticas, entendendo como contexto o universo conceptual associado a cada tarefa, que pode remeter para um campo da vida quotidiana, do qual o aluno pode ter maior ou menor experiência pessoal, ou remeter apenas para o universo matemático. Começamos por apresentar diferentes abordagens sobre o papel do contexto nas tarefas matemáticas para, numa segunda parte, analisarmos alguns exemplos de tarefas em diversos contextos, procurando identificar as suas implicações no processo de aprendizagem.

Abordagens aos Contextos nas Tarefas Matemáticas

Os problemas verbais

Problemas formulados em situações contextualizadas usam-se em Matemática desde a mais remota Antiguidade (Egito e Babilónia), com o objetivo de tornar esta disciplina interessante e levar os alunos a ver como ela pode ser usada em diversas situações. É o caso dos problemas verbais (em inglês, *word problems*), incontornáveis nos primeiros anos de escolaridade quando se procura ensinar as operações aritméticas elementares.

As situações representadas nos problemas traduzem inevitavelmente o espírito da época e dizem-nos muito sobre a sociedade em questão. É o caso dos problemas envolvendo divisões em partes fracionárias (numa peça de caça, num carregamento de lenha ou numa herança), envolvendo taxas (empréstimos e juros) ou envolvendo razões (as célebres torneiras que nunca debitavam a mesma quantidade de água por segundo). Não deixa de ser curioso o seguinte problema proposto num compêndio de Álgebra de há cinquenta anos:

Tínhamos 800\$00 para distribuir, em partes iguais, por um certo número de pobres. Se tivessem comparecido menos 3 pobres, cada um receberia mais 54\$00. Quantos eram os pobres? (Calado, 1960, p. 374)

Os problemas verbais acabaram por ganhar uma imagem negativa, em grande medida pela sua frequente artificialidade, mas a verdade é que são indispensáveis no



ensino da Matemática. Muitos destes problemas resolvem-se usando uma ou mais operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão. É de notar que estas operações envolvem vários significados que os alunos devem ser capazes de reconhecer (Ponte & Serrazina, 2000). Assim, na adição identificam-se os significados “combinar” e “mudar juntando”, na subtração “mudar tirando”, “comparar” e “tornar igual”, na multiplicação “adição sucessiva” e “multiplicação combinatória” e na divisão “partilha”, “agrupamentos” e “razão”. Também no trabalho com números racionais, representados de diversas formas, os alunos devem saber compreender diferentes significados e usá-los na resolução de problemas como “parte-todo”, “quociente”, “medida” e “operador”.

Na resolução de um problema verbal está presente, de um modo ou de outro, o ciclo da modelação matemática. Na verdade, parte-se de uma situação da “realidade” expressa no enunciado do problema, traduz-se essa situação numa representação matemática (por exemplo, uma operação aritmética), efetua-se essa operação, e procura-se interpretar o resultado à luz da situação de partida. Trata-se de uma versão simplificada do ciclo de modelação, pois o problema proposto já está normalmente formulado de maneira concisa e indutora da representação a fazer e o próprio trabalho matemático a efetuar também é relativamente simples. Apesar disso, muitos alunos têm grandes dificuldades na resolução deste tipo de problemas. Será desejável que tais problemas não sejam artificiais, mas tão ou mais importante que isso é saber quando e como devem ser usados. Deste modo, torna-se necessária refletir sobre a natureza e o papel dos contextos das tarefas no ensino desta disciplina, e é isso que nos propomos fazer neste artigo.

A “Educação Matemática Realista”

A corrente da “educação matemática realística”, iniciada por Hans Freudenthal (1973), dá uma atenção especial aos contextos das tarefas. Para esta corrente, as situações que constituem pontos de partida para a aprendizagem da Matemática devem fazer parte da realidade dos alunos. Para Freudenthal (1991) a realidade é o que é experienciado como real pelos alunos, ou seja, as situações que eles compreendem e a que atribuem significado, e onde se incluem situações puramente matemáticas, ao lado de situações extra-matemáticas, que se podem referir a atividade da vida corrente, mas também a objetos imaginários como dragões, fadas e monstros.

Nesta perspetiva, os contextos dos problemas propostos aos alunos desempenham um papel central. Segundo Gravemeijer (2005), os alunos devem começar por trabalhar em contextos específicos. Começam assim a elaborar modelos que inicialmente surgem como “modelos de” (situações concretas). Neste ponto, segundo afirma, os modelos permitem estratégias informais que correspondem a estratégias de resolução ao nível da situação definida no problema contextualizado. A partir daí, o papel do modelo vai mudando. À medida que os alunos têm mais experiências com problemas semelhantes, vão dando cada vez mais atenção às relações e estratégias matemáticas. Como consequência, o modelo assume uma natureza mais objetiva e abstrata, e torna-se mais importante como suporte para o raciocínio matemático do que como modo de representar um problema contextualizado. Deste modo, o modelo começa a tornar-se uma base para o trabalho em Matemática formal, transformando-se num “modelo para” o raciocínio matemático e para a resolução de uma grande variedade de problemas contextualizados.

Um exemplo de aplicação destas ideias, apresentado por Mendes, Brocardo e Oliveira (2012), encontra-se na tarefa indicada na figura 1. Pretende-se que os alunos desenvolvam a noção de multiplicação no sentido combinatório (e não apenas de adição sucessiva) e também que utilizem as propriedades da multiplicação para calcular produtos. As pilhas de caixas podem ser vistas de formas diferentes conforme se considerem por filas ou por colunas, conduzindo a diferentes estratégias para a determinação do número total de maçãs. A certa altura os alunos poderão concluir por eles próprios que $5 \times 24 + 5 \times 24 = 10 \times 24$ e também que $25 \times 24 = 10 \times 24 + 10 \times 24 + 5 \times 24$, desenvolvendo uma noção intuitiva da propriedade distributiva.

Na mercearia da Piedade chegaram caixas de 24 maçãs cada como mostra a imagem. As 25 caixas chegaram e foram arrumadas em pilhas como é indicado na figura. No total das caixas, quantas maçãs há?



Figura 1 - Problema “Pilhas de caixas” (Mendes, Brocardo e Oliveira, 2012, p. 328)

Nesta perspetiva, o uso de situações contextualizadas é fundamental para servir de base à própria aprendizagem da Matemática. Não são todas as situações que se prestam a este papel, sendo preciso identificar para cada tema e conceito matemático



o que podem ser as situações mais favoráveis para promover o respetivo desenvolvimento.

Inspirado pela teoria da educação matemática realista e procurando precisar melhor as questões envolvidas na noção de contexto, Palm (2009) desenvolveu um quadro conceptual para a análise do que chama “situações autênticas”. Na sua perspetiva, nestas situações, dois elementos desempenham um papel central: a abrangência (*comprehensivness*), relativa à diversidade dos aspetos da situação que são simulados, e a fidelidade, referente ao grau como cada um deles se aproxima de uma descrição exata da situação. No seu conjunto, estes dois elementos definem a *representatividade* de uma situação. Na sua perspetiva, os aspetos da situação que são importantes na sua simulação são os indicados da Tabela 1.

Tabela 1 – Aspetos importantes na simulação de situações reais (Palm, 2009, p. 9)

A. Acontecimento	F. Circunstâncias
B. Questões	F1. Disponibilidade de ferramentas externas
C. Informação/Dados	F2. Orientação
C1. Existência	F3. Consulta e colaboração
C2. Realismo	F4. Oportunidade de discussão
C3. Especificidade	F5. Tempo
D. Apresentação	F6. Consequências
D1. Modo	
D2. Linguagem	
E. Estratégias de solução	G. Exigências da solução
E1. Disponibilidade	H. Propósito de encontrar a solução no contexto
E2. Plausibilidade experienciada	

É de notar que Palm (2009) inclui nos aspetos importantes das situações autênticas um outro aspeto do contexto – o contexto de trabalho dos alunos na tarefa, que surge sobretudo no ponto F. (Circunstâncias). Na verdade, faz uma grande diferença saber que ferramentas externas estão disponíveis – apenas papel e lápis, ou também outros materiais? Podem ser usadas calculadoras ou computadores e, neste caso com que software? Também muito importante é o tipo de orientação proporcionada pelo professor, desde a que indica de modo muito explícito ao aluno tudo o que ele deve

fazer até àquela onde este é chamado a interpretar a situação e a tomar decisões quanto ao modo de resolver. Igualmente fundamental são as oportunidades proporcionadas aos alunos para interagirem entre si, quer em trabalho de grupo, quer em discussão coletiva em toda a turma. Finalmente, o contexto de trabalho é marcado de forma muito clara pelo tempo disponível para a realização da tarefa bem como as consequências que esta poderá ter, nomeadamente no campo da avaliação dos alunos.

Para o autor, existe uma relação positiva entre a representatividade das simulações, tal como experimentadas pelos alunos, e a semelhança dos seus comportamentos em situações de tarefa realizadas dentro e fora da escola. No entanto, também reconhece que os aspetos que afetam a representatividade variam de tarefa para tarefa. Considera, ainda, que o trabalho frequente dos alunos com problemas com alto grau de representatividade e que incluem contextos considerados significativos tendem a levá-los a um envolvimento cada vez mais forte.

Contextos de semi-realidade

Skovsmose (2001) debruça-se também sobre a natureza das tarefas matemáticas. Distingue entre duas grandes categorias de tarefas, “exercícios” e “cenários para investigação”, o que tem a ver com a sua complexidade e com o facto de o aluno conhecer ou não um processo imediato de solução. Distingue ainda outra dimensão, relacionada com o contexto, e na qual identifica três casos – situações “reais”, “semir-reais” e “matemáticas”. Para o autor, as situações reais são extraídas diretamente do dia-a-dia do aluno e as questões e atividades matemáticas fazem referência à Matemática e só a ela. Além disso, as questões podem referir-se a uma “semi-realidade” que não existe na vida diária mas é construída, nomeadamente com fins educativos. Dá o seguinte exemplo:

Um feirante A vende maçãs a 0,85 € o quilograma. Por sua vez, o feirante B vende 1,2 kg por 1,00 €. (a) Que feirante vende mais barato? (b) Qual é a diferença entre os preços cobrados pelos dois feirantes por 15 kg de maçãs?

A esmagadora maioria dos alunos nunca viu diretamente um feirante a vender maçãs. Quantidades como 15 kg de maçãs, não se vendem habitualmente ao quilo, mas sim em embalagens fechadas, que aliás podem ter dimensões variadas, e cujo peso está pré-definido. Muitas vezes, os preços variam quando está em jogo comprar 1 ou 2 kg de maçãs ou quantidades como 15 kg. Enfim, trata-se de uma situação arti-



ficial, inventada para levar o aluno a praticar certos conhecimentos, e não uma situação da realidade diária do aluno. A grande maioria dos exercícios e problemas dos manuais escolares são deste tipo.

Palm (2009) também se debruça sobre este tipo de tarefas, que designa de “pseudorealísticos”, sublinhando que requerem que os alunos pensem de modo diferente do que pensariam num contexto real. Na sua resolução, não se pretende que o aluno faça uso dos seus conhecimentos do mundo real nem se exige que a solução faça sentido em relação à situação extra-aula descrita na tarefa. Pelo contrário, o aluno deve identificar os processos matemáticos relevantes para a resolução da questão proposta – dentro das regras do contrato didático usual na aula de Matemática – e dar a sua resposta usando apenas essa informação.

Os contextos no programa de avaliação PISA

A questão do contexto das tarefas matemáticas na aprendizagem ganhou grande visibilidade social com o projeto internacional PISA (OCDE, 2004). Neste projeto o foco de atenção não é o conhecimento matemático abstrato mas sim saber até que ponto os alunos são capazes de ativar as suas capacidades matemáticas para resolver problemas que encontram na vida diária. Para isso, o PISA procura apresentar problemas relativos a situações muito variadas em que as ideias matemáticas podem desempenhar um benefício real na obtenção de uma solução.

O próprio PISA contrasta esta abordagem à Matemática a com a abordagem mais usual em que as ideias matemáticas são ensinadas e avaliadas sem qualquer referência a contextos autênticos. Neste caso, os alunos praticam os algoritmos da aritmética, os processos de resolução de equações e questões envolvendo relações e propriedades geométricas, sendo os problemas formulados de tal modo que é bastante óbvia qual a técnica matemática a usar. Estas tarefas tendem a assumir um cunho bastante artificial e as questões envolvidas no uso da Matemática no mundo real não precisam de merecer grande atenção.

O PISA indica que fora da escola, as situações da vida real em que o conhecimento matemático pode ser útil não se apresentam habitualmente já bem formulados para serem resolvidos matematicamente. O indivíduo precisa de traduzir a situação ou problema de uma forma que evidencie a relevância e a utilidade da Matemática. Entende, por isso, que os alunos devem ganhar experiência neste processo de reconhecer o potencial desta ciência para lidar com as situações e problemas da vida diária.

As situações apresentadas no PISA foram organizadas em quatro grandes grupos. As *situações pessoais* relacionam-se diretamente com as atividades em que os alunos se envolvem no seu dia-a-dia. O seu aspeto central é a maneira como o problema matemático afeta diretamente o indivíduo e a forma como este percebe o contexto do problema. Estas situações tendem a exigir uma forte interpretação para serem resolvidas. As *situações educacionais ou profissionais* aparecem na vida de um aluno na escola, ou num local de trabalho. O seu aspeto central é a maneira como a escola ou o trabalho requerem que o aluno ou trabalhador lide com esse problema particular que exige uma solução matemática. As *situações públicas relacionadas com a comunidade local ou alargada* exigem que os alunos observem alguns aspetos do seu ambiente. Trata-se geralmente de situações localizadas na comunidade que têm a sua essência no modo pelo qual os alunos compreendem relações entre elementos do meio onde se inserem. Estas situações exigem que os alunos ativem a sua compreensão, conhecimento, e capacidades matemáticas para avaliar aspetos que podem ter consequências relevantes para a vida pública. Finalmente, as *situações científicas* são mais abstratas e podem incluir o entendimento de um processo tecnológico, de uma situação teórica ou um problema matemático explícito. Esta categoria inclui situações matemáticas apresentadas aos alunos na sala de aula, constituídas exclusivamente por elementos matemáticos explícitos sem qualquer tentativa para colocar o problema num contexto mais amplo.

Como o próprio PISA refere, estas situações variam em duas dimensões importantes. A primeira é a distância entre o aluno e a situação – o grau de imediatismo e impacto direto do problema sobre o aluno. As situações pessoais são as mais próximas dos alunos, sendo fortemente marcadas pelas perceções diretas envolvidas. As situações educacionais ou profissionais envolvem tipicamente algumas implicações para o indivíduo através das suas atividades diárias. As situações públicas envolvem normalmente uma observação um pouco mais afastada dos acontecimentos externos na comunidade. Pelo seu lado, as situações científicas tendem a ser as mais abstratas e, portanto, correspondem a uma maior separação entre o aluno e a situação. O PISA pressupõe que os alunos precisam ser capazes de lidar com toda a gama de situações, tanto próximas como distantes da sua vida diária. A segunda dimensão diz respeito às diferenças na medida em que é aparente a natureza matemática de uma situação. Algumas das tarefas referem-se apenas a objetos matemáticos, símbolos ou estruturas, e não fazem qualquer referência a questões fora do mundo matemático



enquanto outras tarefas referem-se a problemas que os alunos podem encontrar nas suas vidas e em que os elementos matemáticos não são indicados explicitamente.

O papel do contexto no programa de Matemática

Refletindo a perspetiva que o contexto desempenha um papel importante na aprendizagem da Matemática, o programa do ensino básico em vigor em Portugal (ME, 2007) dá um lugar de destaque às conexões com aspetos exteriores à Matemática e, por consequência aos contextos em que se situam as tarefas. Estas conexões são importantes, em primeiro lugar, para a aprendizagem dos diversos conceitos e representações. Assim, por exemplo, a aprendizagem dos diferentes significados dos números racionais requer uma forte ancoragem em situações experienciais correspondentes. Em segundo lugar, essas conexões são importantes do ponto de vista da capacidade de usar a Matemática na resolução de problemas. Na verdade, o programa apresenta a resolução de problemas como capacidade matemática transversal, sublinhando que muitos destes problemas devem corresponder a situações da realidade: “No 1.º ciclo, os contextos desempenham um papel particularmente importante, em especial os que se relacionam com situações do quotidiano, devendo ser escolhidos de modo cuidadoso uma vez que servem de modelos de apoio ao pensamento dos alunos” (ME, 2007, p. 29). No 2.º ciclo, “para além dos problemas que correspondem a situações da vida quotidiana, os alunos devem resolver problemas que se relacionem com outras áreas disciplinares (...)” (p. 45). No 3.º ciclo, “tratam-se problemas que correspondem a situações próximas da vida quotidiana [e] problemas associados a outras áreas disciplinares” (p. 62).

Em todos os temas de Matemática do programa os contextos desempenham um papel importante. Por exemplo, no estudo das medidas de grandezas (como dinheiro, tempo, massa, comprimento, área, etc.) e das respetivas unidades de medida, estes aparecem de forma natural. A Organização e Tratamento de Dados (OTD) constitui um tema especialmente rico do ponto de vista dos contextos. Assim, no 1.º ciclo, o programa refere que: “A aprendizagem deste tema deve ser alicerçada em atividades do dia-a-dia. Os alunos leem e interpretam tabelas e gráficos simples e formulam questões sobre um dado assunto, identificam os dados a recolher, e organizam, representam e interpretam esses dados com o propósito de dar resposta às questões formuladas (ME, 2007, p. 26). Em Estatística trabalha-se com variáveis e com coleções de objetos, o que permite uma quantificação e a respetiva representação tabelar e gráfica. No 1.º ciclo, sugere-se a realização de tarefas baseadas em aspetos como “carac-

terísticas dos alunos da turma (...), Estudo do Meio” (p. 26). No 2.º ciclo, refere-se a “resolução de problemas identificados pelos alunos na sua vida quotidiana” (p. 42), indicando que a recolha de dados pode ser feita “recorrendo a observações ou experimentações e a fontes secundárias como a Internet” (p. 43). No 3.º ciclo, refere-se que “os alunos realizam investigações estatísticas baseadas em situações reais” (p. 59). Afirma-se ainda que “o professor deve relacionar os temas desses estudos com assuntos de outras disciplinas, com temas da atualidade nacional ou internacional ou com interesses dos alunos” (p. 59). As Probabilidades constituem também um tópico onde a ligação com situações da realidade desempenha um papel essencial, reconhecido pelo programa quando diz, por exemplo, que “devem ser exploradas (...) situações (...) relacionadas com o dia-a-dia, que ajudem os alunos a compreender que existem acontecimentos certos, possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis” (p. 27). Deste modo, para o programa, o trabalho em situações contextualizadas na realidade é fundamental para o desenvolvimento dos conceitos e das ideias matemáticas por parte dos alunos, bem como para o desenvolvimento da sua capacidade de usar a Matemática na resolução de problemas dos mais diversos domínios.

O Trabalho dos Alunos em Diversos Contextos

De seguida analisamos o papel do contexto em diversas tarefas propostas no âmbito de uma experiência de ensino realizada numa turma do 5.º ano, relativa ao trabalho com números racionais (Quaresma, 2010). A primeira situação decorre na sala de aula e as outras referem-se a entrevistas a uma aluna (Leonor) cuja evolução foi objeto de um estudo de caso. Nas aulas em causa os alunos trabalham numa perspetiva exploratória (Ponte, Nunes, & Quaresma, 2012). Na introdução das tarefas a professora procura ajudar os alunos na interpretação do que se pretende e do que é dado, sem fornecer pistas explícitas acerca do modo de resolução. Depois, os alunos trabalham em grupo nas tarefas propostas por um período de tempo considerável. Numa fase seguinte, os alunos apresentam as suas resoluções e discutem as estratégias e eventuais erros uns dos outros. Finalmente, a aula termina com uma breve síntese das principais ideias aprendidas. Nas entrevistas, as questões são colocadas oralmente e por escrito, tendo a aluna todo o tempo que quer para as resolver. Em ambos os casos, o nosso foco principal de atenção é a natureza do contexto de cada tarefa e o modo como influencia, ou não, o desempenho dos alunos.



Tarefa 1 – Dobras e mais dobras²

Nesta tarefa é dado o “todo”, uma tira de papel, sendo pedido aos alunos que representem três partes diferentes dessa tira. Envolve o significado parte-todo dos números racionais e uma grandeza contínua, sendo a informação dada na representação verbal e ativa (tiras). A resposta podia ser dada numa representação à escolha do aluno (verbal, decimal, fração ou percentagem). Trata-se de uma tarefa contextualizada num objeto da vida corrente – tiras de papel, que são dobradas em várias partes – e que foi proposta na primeira aula sobre números racionais numa turma do 5.º ano de escolaridade.

1. Encontra três tiras de papel geometricamente iguais. Dobra-as em partes iguais:

- a primeira em duas;
- a segunda em quatro;
- a terceira em oito.

Depois de dobrares cada uma das tiras, representa de diferentes formas as partes obtidas.

2. Compara as partes das três tiras obtidas por dobragem. Regista as tuas conclusões.

A primeira parte da questão 1 não levanta qualquer dificuldade aos alunos, que facilmente seguem as instruções para dobrar as tiras em diversas partes. No entanto, a segunda parte levanta grandes dificuldades de interpretação por parte dos alunos, gerando-se um forte borburinho. O que é “representar de diferentes formas?” A professora considera então necessário um momento de interpretação coletiva do significado desta questão. Assim, desenha a tira no quadro, bem como a parte da tira a considerar e, de seguida, pede aos alunos que digam que parte da tira está pintada. Muitos alunos dizem de imediato que está pintada a “metade” da tira (representação verbal). Depois a professora continua a insistir noutra forma de representar aquela parte e alguns alunos indicam a representação decimal 0,5. A professora continua a pedir mais respostas e dois alunos indicam a fração “um de dois”. Finalmente, como os alunos não se lembram da percentagem, a professora pergunta: “e se eu quisesse representar em percentagem? Também podia?” Aqui os alunos não mostram qualquer difi-

² Tarefa de Menezes, L., Rodrigues, C., Tavares, F., & Gomes, H. (2008).

culdade e a maior parte da turma diz de imediato que é 50%. Depois desta discussão/negociação coletiva da primeira parte da questão, os alunos continuam o seu trabalho nos grupos com entusiasmo e confiança para realizar o resto da tarefa (representação das dobragens em quatro e em oito partes).

A questão 2 pede aos alunos para compararem as três partes obtidas por dobragens sucessivas. Neste ponto é igualmente necessária uma negociação da interpretação do que é pedido, pois os alunos mostram dificuldade em compreender o que seria “comparar as partes obtidas. Para esta negociação a professora mostra as duas primeiras tiras ($\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$) e pede aos alunos que as comparem. Alguns alunos concluem visualmente que $\frac{1}{4}$ é metade de $\frac{1}{2}$ e a partir daqui todos os alunos se envolvem ativamente no trabalho. Todos os grupos conseguem estabelecer relações entre as partes mas só alguns conseguem comparar todas as tiras. Todos os grupos usam apenas a linguagem verbal para exprimirem essas relações. A resposta de André, Francisco, Rodrigo e Miguel (Figura 1) mostra o uso espontâneo de símbolos [b, A),...] para representar as diferentes partes obtidas.

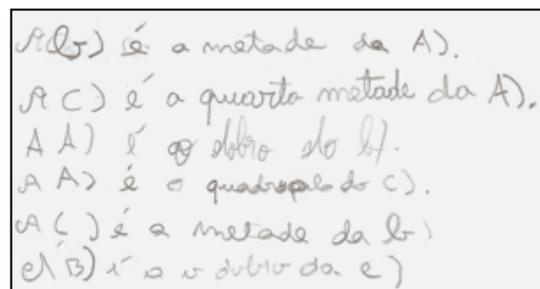


Figura 1 – Resposta de André, Francisco, Rodrigo e Miguel

Os alunos conseguem encontrar diversas relações entre $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$ que exprimem em linguagem verbal embora apoiada em símbolos. Sendo esta a primeira tarefa do ensino formal dos números racionais o contexto da dobragem das tiras de papel parece-nos bastante importante para que os alunos consigam construir as imagens mentais, essencialmente, das frações. Nesta fase seria muito difícil que os alunos conseguissem perceber que, por exemplo, $\frac{1}{4}$ é metade de $\frac{1}{2}$ sem o apoio visual proporcionado pelo material manipulável.

Em resumo, o contexto desta tarefa revela-se muito atrativo para os alunos, que dobram e pintam as partes da tira de papel com grande satisfação. Isto contribui para o seu forte envolvimento na tarefa, que, no entanto, em diversos pontos suscita sérias



dificuldades de interpretação dos enunciados verbais, ultrapassadas através de negociações coletivas. O contexto da tarefa proporciona uma oportunidade de manipulação direta e de visualização, que se revela eficaz para que os alunos deem significado ao que estão a fazer, utilizem as representações pretendidas e estabeleçam diversas relações matemáticas. Pelo seu lado, o contexto de trabalho, envolvendo uma organização variável em pequeno grupo e em coletivo, permite aos alunos interagirem diretamente uns com os outros, nuns casos de modo mais natural noutros casos em ambiente mais formal, esclarecendo ideias, negociando significados, apresentando soluções e argumentando a sua validade.

Tarefa 2 – Chocolates

Nesta tarefa é solicitado aos alunos que comparem três frações. As grandezas são contínuas no significado parte-todo, sendo a informação dada na representação verbal e em fração e a resposta pedida em fração. Trata-se de uma situação contextualizada, no campo da alimentação, remetendo o chocolate para uma imagem pictórica habitualmente retangular. Embora comum em manuais, é uma tarefa algo artificial, pelas frações envolvidas e também pela natureza do diálogo que constituiu parte da informação do enunciado.

O André, o Luís e o Diogo compraram chocolates iguais de manhã. À tarde tiveram a seguinte conversa:

André: Eu já comi mais de metade do meu chocolate.

Luís: Eu já comi quase metade, mas não chegou.

Diogo: Eu não comi quase nada, só um bocadinho.

Sabemos que um deles comeu $\frac{3}{8}$ do chocolate; outro $\frac{3}{5}$ e o outro $\frac{2}{20}$ do chocolate.

Que quantidade de chocolate comeu cada um dos amigos?

Os alunos estão habituados a este tipo de tarefas, que, de um modo geral, interpretam sem grande dificuldade. Leonor compara as três frações usando estratégias informais:



Leonor: $\frac{3}{8}$ sabemos que é menos do que a metade, porque $\frac{4}{8}$ é que é a metade, porque 4 é metade de 8.

Professora: Então dizemos que este ($\frac{3}{8}$) é do...

Leonor: André... Não é o Luís, é o Luís. O André diz que comeu mais do que a metade. 2,5 é metade de 5

Professora: 3 é maior do que 2,5 logo...

Leonor: É mais do que a metade, esse ($\frac{3}{5}$) é do André. E o Diogo não comeu quase nada, é esse ($\frac{2}{20}$).

A aluna compreende sem dificuldade a relação entre a situação proposta em que cada um dos três amigos comeu diferentes quantidades do seu chocolate e as frações indicadas, assumindo que deveria estabelecer uma correspondência e comparar as frações. Para comparar $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{20}$ usa como referência a metade e, mais secundariamente, o zero. Imagina o que seria a metade em cada uma das frações e depois determina se a fração dada está acima ou abaixo dessa metade, obtendo sucesso em todas as situações. A aluna transforma facilmente o enunciado num problema puramente matemático relativo à comparação de frações, e, apesar de já conhecer estratégias formais para fazer essa comparação, opta por usar estratégias informais em que evidencia grande à vontade. Neste caso, interpreta de imediato a situação de semi-realidade e raciocina sem qualquer dificuldade no contexto matemático.

Tarefa 3 – Treino de basquetebol

Esta tarefa pede para comparar duas razões, que podem ser representadas por frações. A informação é dada em linguagem verbal, sendo a resposta na questão a) pedida em fração e na questão b) em linguagem verbal. É uma situação contextualizada num campo do quotidiano dos alunos – uma atividade desportiva – envolvendo uma ação que os alunos conhecem e que já terão praticado Educação Física: lançamentos a um cesto de basquetebol.

Num treino de basquetebol dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e o Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto o Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

a) Representa sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.

b) Indica quem deveria ser escolhido para representar a equipa e porquê.



Nesta situação Leonor representa a situação por razões, na forma de fração, e usa o seu conhecimento da equivalência de frações para as comparar. Justifica assim a sua resposta (Figura 4):

a) Representa sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles. Henrique = $\frac{4}{6}$ Tomé = $\frac{7}{12}$ (

b) Indica quem deveria ser escolhido para representar a equipa e porquê.

$$\frac{4}{6} \underset{\times 2}{=} \frac{8}{12}$$

Resposta: Quem devia ser escolhido para representar a equipa era o Henrique porque se ele tivesse feito 12 lançamentos tinha conseguido marcar 8 e o Tomé 7.

Figura 4 – Resposta de Leonor na tarefa “Treino de basquetebol”

Leonor: Porque ele [Henrique] está mais perto da unidade. E se nós fizéssemos frações equivalentes $6 \times 2 = 12$ e era igual. $4 \times 2 = 8$ e $6 \times 2 = 12$.

Professora: E isso quer dizer o quê?

Leonor: Que esta é maior ($\frac{8}{12}$) porque são os 2 da mesma unidade e 7 é mais pequeno do que 8.

Professora: Isso que dizer que se fizessem os dois 12 lançamentos...

Leonor: Era o Henrique que devia ser escolhido...

Para comparar as razões $\frac{4}{6}$ e $\frac{7}{12}$ Leonor utiliza a equivalência de frações. Refere que se ambos os jogadores fizessem 12 tentativas (assumindo implicitamente que ambos mantinham a mesma taxa de sucessos) Henrique concretizaria mais lançamentos. Justifica a sua resposta, dizendo que compara frações na mesma “unidade” (ou seja, no mesmo denominador) e atendendo aos respetivos numeradores. Note-se que na sua resposta escrita, a aluna usa explicitamente a palavra “lançamento”, mostrando assim estar a estabelecer uma relação entre a resolução matemática e a situação da realidade em causa. O contexto da tarefa não traz quaisquer dificuldades de interpretação à aluna, que percebe que o desempenho de cada jogador pode ser representado por uma fração (questão a)) e que a estratégia para saber qual o jogador com me-



lhor desempenho (questão b)) passa por comparar as duas frações, relacionando o resultado com o contexto da tarefa.

Tarefa 4 – Comparação de frações

Esta é uma tarefa de comparação, em que é pedida a determinação da relação de ordem para diversos pares de frações. A tarefa apresenta um contexto puramente matemático.

Usando um dos símbolos $>$, $<$ ou $=$, completa o espaço em branco de modo a obteres afirmações verdadeiras:

a) $\frac{6}{8} - \frac{7}{8}$

b) $\frac{5}{7} - \frac{5}{9}$

c) $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{4} - \frac{9}{12}$

Nos dois primeiros pares, Leonor resolve diretamente as questões colocadas usando a representação em fração. Nos dois últimos pares, passa da representação fracionária para a representação decimal (Figura 5).

11. Usando um dos símbolos $>$, $<$ ou $=$, completa de modo a obteres afirmações verdadeiras:

a) $\frac{6}{8} < \frac{7}{8}$ b) $\frac{5}{7} > \frac{5}{9}$ c) $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

Figura 5 – Resposta de Leonor na questão *Comparação de frações*

Leonor verifica de imediato que $\frac{6}{8}$ e $\frac{7}{8}$ têm denominadores iguais e, por isso, compara apenas os numeradores: “ $\frac{7}{8}$ é maior porque estão em unidades iguais e 6 é menos do que 7”. Faz este raciocínio em contexto matemático corretamente e sem qualquer dificuldade, embora designando impropriamente os denominadores como “unidades”. No segundo par de frações, a aluna verifica que os numeradores são iguais mas tem dificuldade em prosseguir. No caso anterior, a comparação era relativamente simples, uma vez que se podia referir à mesma fração unitária $\frac{1}{8}$. Como no segundo caso isso não acontece, a aluna inventa um possível contexto da realidade – “fatias de um bolo” – como apoio para o seu raciocínio. Refere que neste caso se toma a mesma quantidade de fatias, mas as fatias são menores quando a unidade é dividi-



da em mais partes: " $\frac{5}{7}$ [é maior] porque são 5 fatias que nós comemos mas estas são mais pequenas ($\frac{5}{9}$) porque está dividido em mais partes e estas são maiores ($\frac{5}{7}$)". Neste caso, o contexto das fatias do bolo, que ela própria introduz, ajuda-a a pensar e a resolver o problema.

Os últimos dois pares de frações apresentam numeradores e denominadores diferentes. Para os comparar, Leonor, começa por converter as frações em numerais decimais:

*$\frac{4}{5}$ e $\frac{3}{4}$ podemos fazer 4:5 que dá 0,8 e 3:4 que dá 0,75. Se nós acrescentássemos dois zeros aqui (0,8) e um zero aqui (0,75), este era mais pequeno e este era maior, acho que o maior é $\frac{4}{5}$.
Aqui também podemos fazer o mesmo que fizemos aqui, 3:4 que era 0,75 e agora 9:12 que dá 75 é igual.*

Com pares de frações mais complicados, Leonor em vez de recorrer a um contexto da realidade, recorre a uma mudança de contexto matemático, passando da representação em fração para a representação em numeral decimal em que se sente à vontade para fazer as comparações requeridas. Revela assim flexibilidade para escolher um processo adequado a cada situação.

Conclusão

Na aprendizagem da Matemática, tal como sugere Skovsmose (2001), os alunos precisam de trabalhar com diversos contextos – realísticos, de semi-realidade e matemáticos. Estes contextos, cuja relação com a Matemática se formaliza através do processo de modelação (Davis & Hersh, 1988), desempenham um duplo papel. Por um lado eles podem e devem surgir como um campo gerador de ideias matemáticas, sugerindo conceitos, representações e estratégias de resolução. É o que acontece na tarefa 1, em que o contexto ajuda os alunos a compreender o que é representar e comparar e na tarefa 4, em que o pensar em “fatias de bolo” ajuda a aluna a encontrar uma estratégia de resolução. Por outro lado, eles constituem campo de aplicação das ideias e conceitos matemáticos. Como na tarefa 3, em que a aluna usa a noção de comparação de frações para resolver a questão proposta.

A própria Matemática constitui um contexto onde os alunos devem saber trabalhar. Cada contexto envolve um certo domínio de experiência e a Matemática não é

exceção. Por isso, é uma ideia errada pensar que todas as questões matemáticas têm de ser necessariamente formuladas em termos de realidade extra-matemática. As questões formuladas em contextos de realidade têm o seu papel, mas as questões formuladas em contextos de semi-realidade e em contextos matemáticos têm também um importante papel a desempenhar. Cabe ao professor, decidir qual a natureza das tarefas a propor aos seus alunos, em função do que verifica ser mais aconselhável em cada momento do seu percurso de aprendizagem. Progressivamente, como sugere Gravemeijer (2005), os alunos devem ir-se libertando da necessidade de contexto da realidade, trabalhando num nível cada vez mais formal, mas devem ser capazes de recorrer a ele sempre que necessário.

Mais do que motivação, o contexto deve ser sobretudo um suporte para a aprendizagem da Matemática. Mas a motivação não deixa de ser importante, uma vez que o aluno aprende essencialmente em função do seu interesse em aprender. E para isso, o contexto de trabalho desempenha um papel fundamental. Como sugere Palm (2009), terá de ser um contexto marcado por diversas circunstâncias favoráveis à aprendizagem, estimulando a interação construtiva entre os alunos, decorrente do trabalho do professor mais como orientador das aprendizagens do que como fonte exclusiva do saber. Deverá ser um contexto rico em materiais e tecnologias, onde os alunos se possam sentir confortáveis em emitir e argumentar as suas opiniões. Apesar de todas as vicissitudes da política educativa, tanto os contextos das tarefas como os contextos de trabalho têm conhecido uma evolução muito significativa nas salas de aula em Portugal. Essa evolução, a par da mudança das condições sociais, coloca sérios desafios aos professores e também aos investigadores que procuram compreender e apoiar os processos de desenvolvimento da educação em todos os seus domínios, incluindo a educação matemática.

Agradecimento

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projecto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática (contrato PTDC/CPE-CED/098931/2008).

Referências Bibliográficas

Calado, J. J. G. (1960). *Compêndio de Álgebra*. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco.



- Davis, P., & Hersh, R. (1980). *The mathematical experience*. Boston, MA: Birkhauser.
- Davis, P. J., & Hersh, R. (1988). *O sonho de Descartes*. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- Gravemeijer, K. P. E. (2005). What makes mathematics so difficult, and what can we do about it? In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 83-101). Lisboa: APM.
- Mendes, M. F., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2011). La multiplicación: Construindo oportunidades para su aprendizaje. In M. Isoda & R. Olfos (Eds.), *Enseñanza de la multiplicación: Desde el estudio de clases japonés a las propuesta iberoamericanas* (pp. 321-358). Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Menezes, L., Rodrigues, C., Tavares, F., & Gomes, H. (2008). *Números racionais não negativos: Tarefas para 5.º ano* (Materiais de apoio ao professor). Lisboa: DGIDC. (retirado em 24 de dezembro de 2012 de http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/015_Sequencia_Racionais_n%C3%A3o_negativos_NPMEB_2c5 (Julho2009).pdf)
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- OCDE (2004). *Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003*. Paris: OCDE.
- Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modeling verbal descriptions of situations* (pp. 3-19). Rotterdam: Sense.
- Ponte, J. P., Nunes, C. C., & Quaresma, M. (2012). Explorar, investigar, interagir na aula de Matemática: Elementos fundamentais para a aprendizagem. In A. C. Silva, M. Carvalho & R. G. Rêgo (Eds.), *Ensinar Matemática: Formação, investigação e práticas docentes* (pp. 49-74). Cuiabá: UFMT.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Quaresma, M. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino* (tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Disponível em www.repositorio.ul.pt.
- Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigation. *ZDM*, 33(4), 123-132.